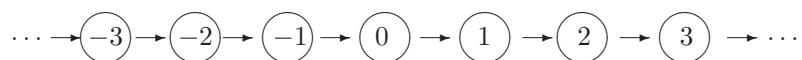


Capítulo 3

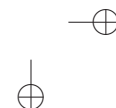
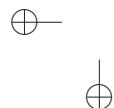
Os Inteiros e suas Propriedades

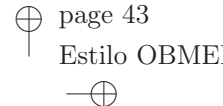
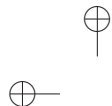
3.1 Os Inteiros

Dados dois números naturais a e b , até o momento, o número $b - a$ só foi definido quando $b \geq a$. Como remediar esta situação? O jeito que os matemáticos encontraram para que seja sempre definido o número $b - a$ foi o de ampliar o conjunto dos números naturais formando um novo conjunto \mathbb{Z} chamado de *conjunto dos números inteiros*, cujos elementos são dados ordenadamente como segue:



Os números à esquerda do zero são chamados de *números negativos* e os à direita são chamados de *números positivos*. Os pares





de números 1 e -1 , 2 e -2 , 3 e -3 etc., são chamados de *números simétricos*. O elemento 0, que não é nem positivo, nem negativo, é o seu próprio simétrico.

Em \mathbb{Z} temos uma relação de ordem que estende a relação de ordem de \mathbb{N} , onde declaramos $a < b$ quando a se encontra à esquerda de b . Esta relação continua transitiva e total (i.e., satisfazendo à tricotomia). Os intervalos em \mathbb{Z} são definidos de modo análogo aos intervalos de \mathbb{N} .

Representando por $-a$ o simétrico de a , seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que

$$-(-a) = a.$$

No conjunto \mathbb{Z} , temos definida a adição como segue:

Para todo número inteiro a , definimos $a + b$ como sendo o número obtido pelo deslocamento de a para a direita de b posições, se $b \geq 0$ ou de $-b$ posições para a esquerda se $b < 0$. A adição no conjunto \mathbb{Z} continua tendo as propriedades comutativa e associativa e é compatível com a relação de ordem.

Definimos a diferença $b - a$ como sendo o número obtido deslocando b para a esquerda a posições, se $a > 0$; e deslocando b para a direita $-a$ posições, se $a < 0$. Isto define uma operação em \mathbb{Z} , sem restrições, chamada de *subtração*. Assim, temos que a subtração é a operação inversa da adição e

$$b - a = b + (-a).$$

