

Encontro 2: Princípio multiplicativo

Exercício 1: Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?

Exercício 2. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?

Exercício 3. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?

Exercício 4. Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar uma das peças que ele gostou da loja?

Resoluções

Exercício 1: Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?



Rotas:

Norte 1

Norte 1

Sul 1

Sul 2

Logo, é possível sair da cidade de 4 formas diferentes.

Resolução

Exercício 2. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?

Múltiplos de 3 entre 1 e 16: 3, 6, 9, 12 e 15

Múltiplos de 7 entre 1 e 16: 7 e 14

Múltiplos de 3 ou de 7 entre 1 e 16: 3, 6, 7, 9, 12, 14 e 15

Logo, são $5+2=7$ números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7.

Exercício 3. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?

Múltiplos de 3 entre 1 e 16: 3, 6, 9, 12 e 15

Múltiplos de 5 entre 1 e 16: 5, 10 e 15

Múltiplos de 3 ou de 5 entre 1 e 16: 3, 5, 6, 9, 10, 12 e 15

Logo, existem 7 números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5

Exercício 4. Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar somente uma das peças que ele gostou da loja?

$$3+5=8$$

Definições:

Princípio Aditivo: Sejam A e B conjuntos disjuntos, isto é, conjuntos com interseção vazia. Se A possui m elementos e se B possui n elementos, então a união $A \cup B$ possui $m+n$ elementos.

De modo alternativo, este princípio também pode ser enunciado do seguinte modo.

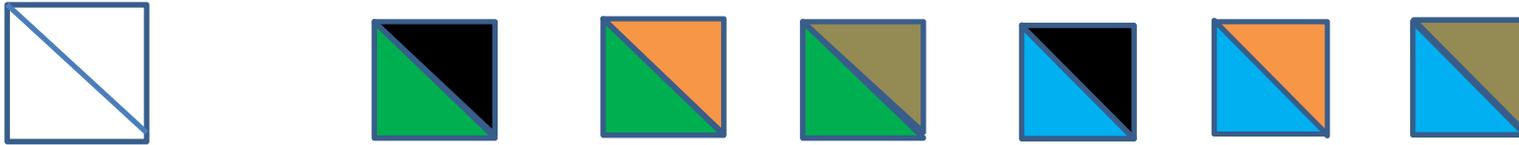
Princípio Aditivo: Suponha que um evento X possa ocorrer de x maneiras possíveis e que um evento distinto Y possa ocorrer de y maneiras possíveis. Então X ou Y pode ocorrer de $x+y$ maneiras diferentes.

Exercício 5: A diagonal divide um quadrado em dois triângulos. De quantas maneiras diferentes podemos pintar um triângulo de azul ou verde, e o outro triângulo de preto, laranja ou marrom?

Exercício 6: Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?

Resolução

Exercício 5: A diagonal divide um quadrado em dois triângulos. De quantas maneiras diferentes podemos pintar um triângulo de azul ou verde, e o outro triângulo de preto, laranja ou marrom?



(Azul ou verde) e (Preto, laranja ou marrom)

$$2 \times 3 = 6$$

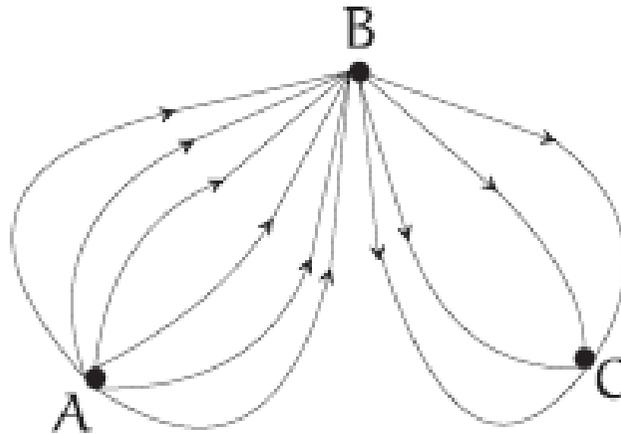
Exercício 6: Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?

(menino escolhido) e (menina escolhida)

$$2 \times 3 = 6$$

Princípio Multiplicativo. Se uma decisão D_1 pode ser tomada de p modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão D_2 pode ser tomada de q modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões D_1 e D_2 é igual ao produto pq .

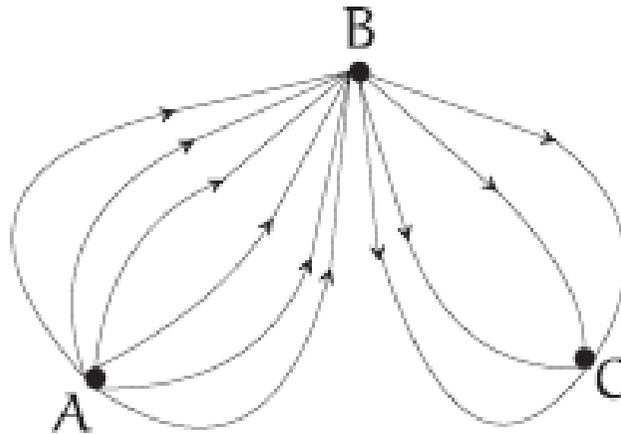
Exercício 7. No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?



Exercício 8. Quantos são os números de dois algarismos distintos?

Exercício 9. Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?

Exercício 7. No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?



De A até B x De B até C
 $6 \times 4 = 24$

Exercício 8. Quantos são os números de dois algarismos distintos?



“Candidatos”:	“Candidatos”:
9 algarismos –	10 algarismos –
1,2,3,4,5,6,7,8,9	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Pelo princípio multiplicativo:

$$9 \times 9 = 81$$

Lembre-se que falamos de números distintos!

Exercício 9. Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?

Números pares => Número nas unidades deve ser par

--	--

“Candidatos”:
9 algarismos –
1,2,3,4,5,6,7,8,9

“Candidatos”:
5 algarismos –
0,2, 4, 6, 8

--	--

“Candidatos”:
9 algarismos –
1,2,3,4,5,6,7,8,9

“Candidatos”:
1 algarismo – 0

--	--

“Candidatos pares”:
4 algarismos – 2, 4, 6, 8

“Candidatos”:
4 algarismos –
2, 4, 6, 8

--	--

“Candidatos pares”:
5 algarismos – 1, 3,
5, 7, 9

“Candidatos”:
4 algarismos –
2, 4, 6, 8

Pelos princípios aditivo e multiplicativo:
 $9 \times 1 + 3 \times 4 + 5 \times 4 = 41$
Lembre-se que falamos de números distintos!

Exercício 10. Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?

Exercício 11. Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernado, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.

(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.

(b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.

Exercício 12. Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?

(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.

(b) Obtenha a quantidade de elementos desta lista com o uso do Princípio Multiplicativo.

Exercício 10. Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?



Pelos princípios aditivo e multiplicativo:

$$5 \times 7 + 5 \times 10 + 7 \times 10 = 35 + 50 + 70 = 155$$

Exercício 11. Um grupo de 4 alunos (Aline, Bernado, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.

(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.

(b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.

Líder	Vice-líder
Aline	Bernado
Aline	Carolina
Aline	Daniel
Bernado	Aline
Bernado	Carolina
Bernado	Daniel
Carolina	Aline
Carolina	Bernado
Carolina	Daniel
Daniel	Aline
Daniel	Bernado
Daniel	Carolina

Pelo princípio multiplicativo:

$$4 \times 3 = 12$$

Exercício 12. Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?

(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.

(b) Obtenha a quantidade de elementos desta lista com o uso do Princípio Multiplicativo.

Capitão	Vice-capitão
Jogador 1	Jogador 2
Jogador 1	Jogador 3
Jogador 1	Jogador 4
Jogador 1	Jogador 5
Jogador 2	Jogador 1
Jogador 2	Jogador 3
Jogador 2	Jogador 4
Jogador 2	Jogador 5
Jogador 3	Jogador 1
Jogador 3	Jogador 2
Jogador 3	Jogador 4
Jogador 3	Jogador 5
Jogador 4	Jogador 1
Jogador 4	Jogador 2
Jogador 4	Jogador 3
Jogador 4	Jogador 5
Jogador 5	Jogador 1
Jogador 5	Jogador 2
Jogador 5	Jogador 3
Jogador 5	Jogador 4

Pelo princípio multiplicativo:

$$5 \times 4 = 20$$