

# Encontro 2: Princípio multiplicativo

*Exercício 1: Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?*

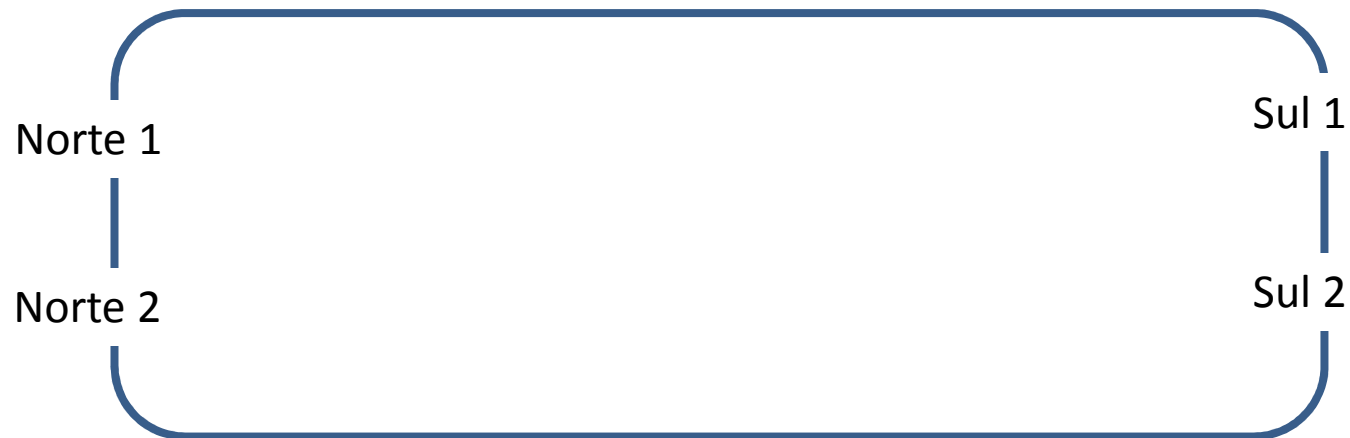
*Exercício 2. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?*

*Exercício 3. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?*

*Exercício 4. Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar uma das peças que ele gostou da loja?*

## Resoluções

*Exercício 1: Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?*



Rotas:

Norte 1

Norte 1

Sul 1

Sul 2

Logo, é possível sair da cidade de 4 formas diferentes.

## Resolução

*Exercício 2. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?*

Múltiplos de 3 entre 1 e 16: 3, 6, 9, 12 e 15

Múltiplos de 7 entre 1 e 16: 7 e 14

Múltiplos de 3 ou de 7 entre 1 e 16: 3, 6, 7, 9, 12, 14 e 15

Logo, são  $5+2=7$  números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7.

*Exercício 3. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?*

Múltiplos de 3 entre 1 e 16: 3, 6, 9, 12 e 15

Múltiplos de 5 entre 1 e 16: 5, 10 e 15

Múltiplos de 3 ou de 5 entre 1 e 16: 3, 5, 6, 9, 10, 12 e 15

Logo, existem 7 números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5

*Exercício 4. Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar somente uma das peças que ele gostou da loja?*

$$3+5=8$$

Definições:

*Princípio Aditivo:* Sejam  $A$  e  $B$  conjuntos disjuntos, isto é, conjuntos com interseção vazia. Se  $A$  possui  $m$  elementos e se  $B$  possui  $n$  elementos, então a união  $A \cup B$  possui  $m+n$  elementos.

De modo alternativo, este princípio também pode ser enunciado do seguinte modo.

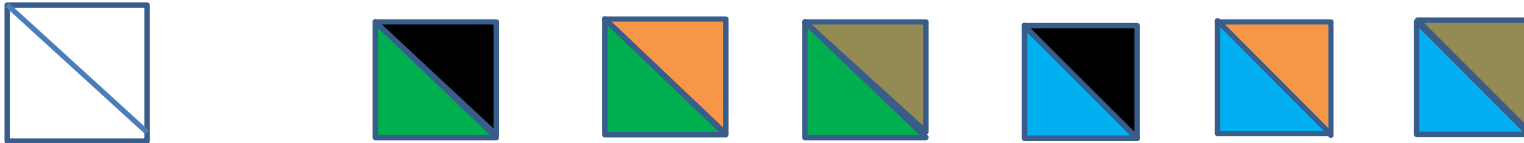
*Princípio Aditivo:* Suponha que um evento  $X$  possa ocorrer de  $x$  maneiras possíveis e que um evento distinto  $Y$  possa ocorrer de  $y$  maneiras possíveis. Então  $X$  ou  $Y$  pode ocorrer de  $x+y$  maneiras diferentes.

*Exercício 5: A diagonal divide um quadrado em dois triângulos. De quantas maneiras diferentes podemos pintar um triângulo de azul ou verde, e o outro triângulo de preto, laranja ou marrom?*

*Exercício 6: Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?*

## Resolução

*Exercício 5: A diagonal divide um quadrado em dois triângulos. De quantas maneiras diferentes podemos pintar um triângulo de azul ou verde, e o outro triângulo de preto, laranja ou marrom?*



(Azul ou verde) e (Preto, laranja ou marrom)

$$2 \times 3 = 6$$

*Exercício 6: Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?*

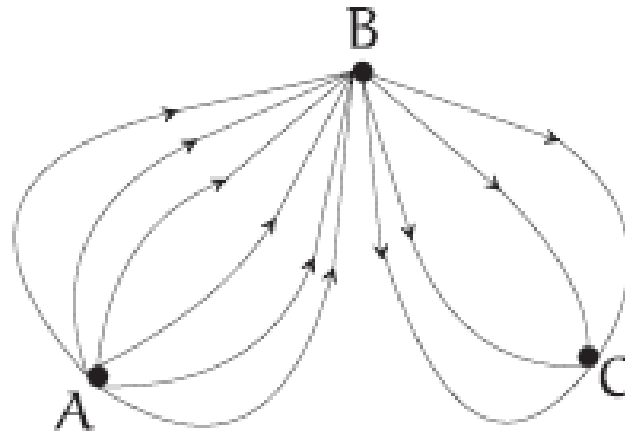
(menino escolhido) e (menina escolhida)

$$2 \times 3 = 6$$

Princípio Multiplicativo. Se uma decisão  $D_1$  pode ser tomada de  $p$  modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão  $D_2$  pode ser tomada de  $q$  modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões  $D_1$  e  $D_2$  é igual ao produto  $pq$ .



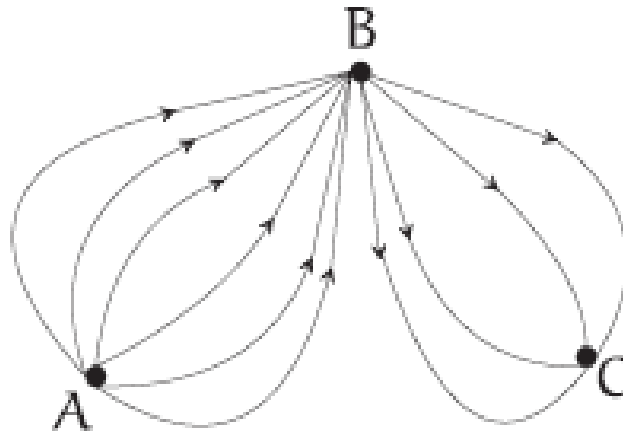
*Exercício 7. No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?*



*Exercício 8. Quantos são os números de dois algarismos distintos?*

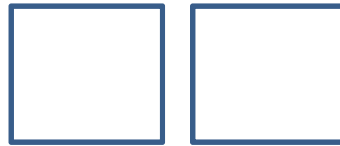
*Exercício 9. Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?*

*Exercício 7. No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?*



De A até B x De B até C  
 $6 \times 4 = 24$

*Exercício 8. Quantos são os números de dois algarismos distintos?*



“Candidatos”:	“Candidatos”:
9 algarismos –	10 algarismos –
1,2,3,4,5,6,7,8,9	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Pelo princípio multiplicativo:

$$9 \times 9 = 81$$

Lembre-se que falamos de números distintos!

*Exercício 9. Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?*

Números pares => Número nas unidades deve ser par

--	--

“Candidatos”:  
9 algarismos –  
1,2,3,4,5,6,7,8,9

“Candidatos”:  
5 algarismos –  
0,2, 4, 6, 8

--	--

“Candidatos”:  
9 algarismos –  
1,2,3,4,5,6,7,8,9

“Candidatos”:  
1 algarismo – 0

--	--

“Candidatos pares”:  
4 algarismos – 2, 4, 6, 8

“Candidatos”:  
4 algarismos –  
2, 4, 6, 8

--	--

“Candidatos pares”:  
5 algarismos – 1, 3,  
5, 7, 9

“Candidatos”:  
4 algarismos –  
2, 4, 6, 8

Pelos princípios aditivo e multiplicativo:  
 $9 \times 1 + 3 \times 4 + 5 \times 4 = 41$   
 Lembre-se que falamos de números distintos!

*Exercício 10. Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?*

*Exercício 11. Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernado, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.*

*(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.*

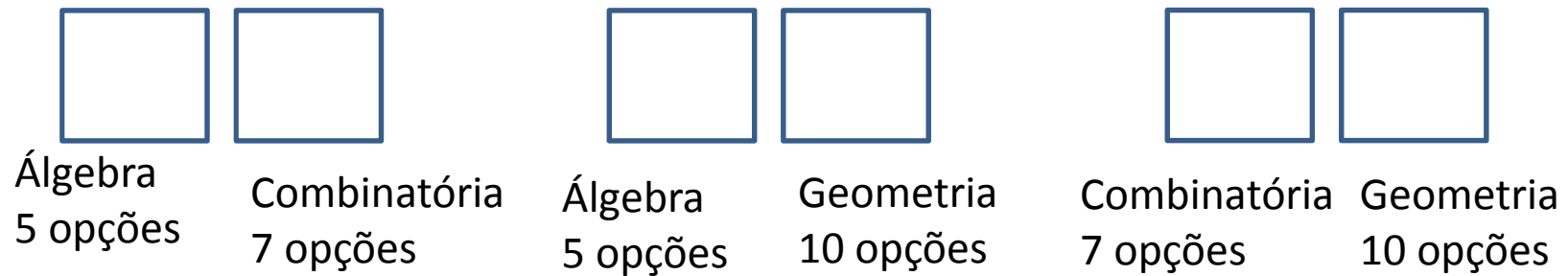
*(b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.*

*Exercício 12. Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?*

*(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.*

*(b) Obtenha a quantidade de elementos desta lista com o uso do Princípio Multiplicativo.*

*Exercício 10. Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?*



Pelos princípios aditivo e multiplicativo:

$$5 \times 7 + 5 \times 10 + 7 \times 10 = 35 + 50 + 70 = 155$$

*Exercício 11. Um grupo de 4 alunos (Aline, Bernado, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.*

*(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.*

*(b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.*

Líder	Vice-líder
Aline	Bernado
Aline	Carolina
Aline	Daniel
Bernado	Aline
Bernado	Carolina
Bernado	Daniel
Carolina	Aline
Carolina	Bernado
Carolina	Daniel
Daniel	Aline
Daniel	Bernado
Daniel	Carolina

Pelo princípio multiplicativo:

$$4 \times 3 = 12$$

*Exercício 12. Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?*

*(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.*

*(b) Obtenha a quantidade de elementos desta lista com o uso do Princípio Multiplicativo.*

Capitão	Vice-capitão
Jogador 1	Jogador 2
Jogador 1	Jogador 3
Jogador 1	Jogador 4
Jogador 1	Jogador 5
Jogador 2	Jogador 1
Jogador 2	Jogador 3
Jogador 2	Jogador 4
Jogador 2	Jogador 5
Jogador 3	Jogador 1
Jogador 3	Jogador 2
Jogador 3	Jogador 4
Jogador 3	Jogador 5
Jogador 4	Jogador 1
Jogador 4	Jogador 2
Jogador 4	Jogador 3
Jogador 4	Jogador 5
Jogador 5	Jogador 1
Jogador 5	Jogador 2
Jogador 5	Jogador 3
Jogador 5	Jogador 4

Pelo princípio multiplicativo:

$$5 \times 4 = 20$$