4º ENCONTRO

CICLO 2 – ENCONTRO 1

RESUMO

10 de Julho de 201623

Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães
Polo Muzambinho - Região PIC-MG 09

CICLO 2 – ENCONTRO 1 - TURMA 2385

ARITMÉTICA 2

Problemas envolvendo Áreas

Textos – Indicados pela Coordenação Nacional:

NÍVEL 1
- Texto a ser estudado com os alunos: o professor deverá explicar aos alunos a seções 2.1 e 2.1 da apostila do PIC "Encontros de Aritmética", F. Dutenhefner, L. Cadar. http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf
- Vídeoaulas do Portal da Matemática:
8º Ano do Ensino Fundamental – Módulo "números naturais: contagem, divisibilidade e teorema da divisão Euclidiana" – Aula "divisibilidade e teorema da divisão Euclidiana – videoaula:
o Teorema da Divisão Euclidiana
- Videoaulas no canal picobmep no Youtube:
o Aritmética – vídeo 37
o Aritmética – vídeo 39

NÍVEL 2
- Textos:
1. Seção 1.2 e 2.6 da Apostila do PIC da OBMEP "Encontros de Aritmética", L. Cadar. e F. Dutenhefner. http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf
2. Seção 2.1, 2.2 e 2.3 da Apostila 1 da OBMEP, "Iniciação à Aritmética", A. Hefez. http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf
3. Painel IX "Destreza ou esperteza" Revista do Professor de Matemática - 2008 - autores diversos. http://www.obmep.org.br/docs/RPM_OBMEP_2009.pdf
4. Banco de Questões da OBMEP, números diversos. http://www.obmep.org.br/banco.htm
5. Círculos Matemáticos – A Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg
6. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.
7. Provas da OBMEP. http://www.obmep.org.br/provas.htm
- Vídeos
1. Canal PIC OBMEP no YouTube: Aritmética.
Videoaulas: Aritmética - Aula 1 - Números Naturais, Aula 6 - Multiplicação, pares e ímpares
2. Portal da Matemática : Módulo Sistemas de Numeração e Paridade
- Sistema de Numeração
 Videoaulas: Sistema de numeração decimal, Bases de numeração
3. Portal da Matemática: Módulo Divisibilidade
- Múltiplos e Divisores
 Videoaulas: Múltiplos e Divisores
4 . Portal da Matemática: Módulo Critérios de Divisibilidade
 Videoaulas: Critérios de Divisibilidade 1 , Critérios de Divisibilidade 2 , Critérios de Divisibilidade 3, Critérios de Divisibilidade 4
5. Portal da Matemática: Módulo Exercícios sobre Divisibilidade
 Videoaulas: Exercícios sobre divisibilidade 1, Exercícios sobre divisibilidade 2, Exercícios sobre divisibilidade 3, Exercícios sobre divisibilidade 4, Exercícios sobre divisibilidade 5

NÍVEL 3
- Textos:
1. Seções 2.2, 2.3, 2.4 e 2.6 da Apostila do PIC da OBMEP "Encontros de Aritmética", F. Dutenhefner, L. Cadar. http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf
- Vídeoaulas do Portal da Matemática:
1) 6º Ano do Ensino Fundamental:
Módulo: Divisibilidade
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=23
 Vídeoaulas: "Critérios de Divisibilidade 1", "Critérios de Divisibilidade 2", "Critérios de Divisibilidade 3", "Critérios de Divisibilidade 4", "Exercícios sobre Divisibilidade 1", "Exercícios sobre Divisibilidade 2", "Exercícios sobre Divisibilidade 3", "Exercícios sobre Divisibilidade 4" e "Exercícios sobre Divisibilidade 5".
2) Tópicos Adicionais:
Módulo: Números Naturais – Representação, Operações e Divisibilidade http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=52
 Vídeoaulas: "Usando expressões algébricas para provar propriedades" e "Múltiplos, divisibilidade e MMC".
Módulo: Aritmética dos Restos
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=63
 Vídeoaulas: "Propriedades Aritméticas dos Restos", "Qual o resto na divisão de 2^{56} por 7? E por 11 ?", "Critério de divisibilidade por 11" e "Um critério de divisibilidade por 7".

Realização: Financiamento: Apoio:

Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

ATENÇÃO

LEIA ESSA PÁGINA COM MUITO CUIDADO

EM CASA – EM CASO DE DÚVIDA PERGUNTE

TAREFAS IMPRESSAS	PROVA	TAREFAS ONLINE PIC	HOTEL HILBERT	SIMULADO	PORTAL DA MATEMÁTICA

Será OBRIGATÓRIO o acesso a http://matematicacomotavio.blogspot.com.br/p/indice-do-11-pic-2016-polo-muzambinho.html para ter informações sobre todas as tarefas

ÍNDICE DO 11 PIC - 2016 - POLO MUZAMBINHO - TURMA 285

11º PIC Programa de Iniciação Científica da OBMEP

OBMEP NA ESCOLA

PIC MG-09 - Pólo Muzambinho - Turma 2385

PH: Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães
Coordenador Regional do PIC MG-09: Fabrício Pimenta Neto (sede: Passos)

PARA TER NOTÍCIAS ESPECÍFICAS, CLIQUE EM SUA TURMA

TURMA PRINCIPAL NÍVEL 2 E 3 Medalhistas e MH	TURMA PRINCIPAL NÍVEL 1 Alunos Antigos	TURMA II NÍVEL 2 E 3
TURMA II NÍVEL 1 Alunos Novos	TURMA MONTE SANTO NÍVEL 2 E 3	CÍRCULOS MATEMÁTICOS NÍVEL 3

TAREFAS IMPRESSAS – Você deverá ter feito <u>TODAS</u> as tarefas propostas para os encontros 1, 2 e 3 até o dia da Prova. Elas serão avaliadas. Enviar para 35.9.9214.0594.

→ Serão dadas:

- Aulas de reposição (datas divulgadas no blog)
- Aulas de reforço (datas divulgadas no blog)
- Resposta online (no blog)
- Conferência (no Portal da Matemática)

Todas datas serão postadas no link TURMA PRINCIPAL da página do Pólo Muzambinho

*** As tarefas que não estiverem corretas poderão ser refeitas.

*** Caso você não faça as tarefas poderá fazê-las depois, mas com menor valor.

*** Ao concluir todas tarefas e corrigi-las VOCÊ RECEBERÁ UM CERTIFICADO DO CICLO 1 – 11ºPIC emitido pela Região PIC MG-09 assinada pelo PH local e pelo CO regional (Passos)

*** Para saber quais tarefas fazer CONSULTE AS PRÓPRIAS FOLHAS, e haverá informações no site

AVALIAÇÃO PRESENCIAL – OBRIGATÓRIA para todos alunos do PIC nível 1, 2 e 3, e únicas no Brasil toda. São 6 avaliações, 1 por cada ciclo. Nossa avaliação será DOMINGO, DIA 17 DE JULHO. **É essencial para receber o certificado oficial do PIC em nível nacional, emitido pelo IMPA/SBM/MEC/MCT.**

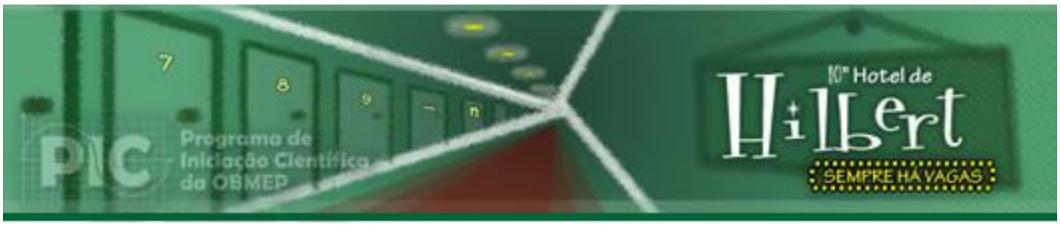
TAREFAS NO PORTAL DO PIC – EXCLUSIVA para Medalhistas com bolsa (PIC ou Mentores). Os alunos que não são medalhistas receberão cópias das tarefas impressas para entregar e serão corrigidas, mas a nota não é lançada no sistema.

PORTAL DA MATEMÁTICA – Os bolsistas tem a obrigação de fazer 1 teste a cada 60 dias para não perder a bolsa. **PORÉM**, farei um "Ranking" com a pontuação de todos alunos da TURMA 2385 (níveis 1, 2 e 3) de acordo com os testes feitos dentro do período do PIC. Essas tarefas podem ser feitas também para OUVINTES alunos de Escolas Particulares e Concluintes do Ensino Médio. **Ficou estabelecido que os estudantes da Turma Principal devem fazer pelo menos 1 teste por semana.**

Realização: Financiamento: Apoio:

impa CAPES GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA Sociedade Brasileira de Matemática OBMEP Somando novos talentos para o Brasil

FÓRUM HOTEL HILBERT – Os alunos do PIC e MENTORES tem acesso. Os demais terão acesso, porém, até a data de 9/7 ainda não foi liberado. ACOMPANHAR NOTÍCIAS NO BLOG DA TURMA DE MUZAMBINHO.



ENCONTRO HOTEL HILBERT – O critério de escolha de estudantes para irem para o EHH se ele acontecer (ano passado foi em Florianópolis, com todas despesas pagas) é o desempenho das atividades no Fórum Hotel Hilbert.

SIMULADO OFICIAL DA 2ª FASE DA OBMEP – Todos alunos serão submetidos à 3 simulados da 2ª fase da OBMEP. A vantagem é que esse simulado será corrigido NO MESMO CRITÉRIO que a própria 2ª fase da OBMEP, e você terá uma boa simulação se receberia OURO, PRATA, BRONZE ou MH. A correção será nacional. O primeiro simulado PROVAVELMENTE será no mesmo dia da Prova.

OUTRAS TURMAS – Além das turmas já montadas, serão montadas outras turmas, com carga horária reduzida e preparação para 2ª fase da OBMEP. Estes alunos não terão os mesmos "privilégios" que os alunos das 2 turmas principais já existentes, mas poderão receber certificados extra-oficiais. Para informações e interesses fale com o professo Otávio.

VÍDEOS – Não é obrigatório assistir a todos os vídeos, porém, é recomendável, e isso será considerado no Ranking. A lista dos vídeos obrigatórios e opcionais SERÁ POSTADA NO BLOG. É importante acessar o BLOG sempre (pelo menos 3 vezes por semana)

ENCONTROS PARTICULARES – Serão marcados encontros (gratuitos, óbvio) em grupos de 5 alunos da Turma Principal para concluir o Ciclo 1. Os alunos não são obrigados a participar, porém, nesse caso, deverão agendar horário para conversar via Conferência Online.

RECESSO ESCOLAR (FÉRIAS) – Acontecerá de 18 de julho a 6 de agosto sem nenhuma atividade nova. PORÉM, alunos com pendências poderão ser cobrados e convidados a repor aulas. Essa oportunidade será dada APENAS para as aulas do CICLO 1 e 2. Os demais ciclos não terão reposições e nem oportunidades extras.

LIVRO ABERTO DE MATEMÁTICA – Você é convidado a ajudar o IMPA a escrever livros de Matemática do 6º ano do Fundamental ao 3º ano do Médio, inclusive fazendo figuras sob encomenda. Cada 3 figuras que você fizer (se entender de programação de computadores ou edição de imagens) receberá UM LIVRO DA SBM/IMPA. Veja em **https://www.umlivroaberto.com/wp/**

PONTUAÇÃO OFICIAL DO IMPA/SBM – EM CADA CICLO:

- **(A) MEDALHISTAS-BOLSISTAS:** Tarefa do Portal do PIC (10 pontos) e Prova (10 pontos). Realizar as tarefas propostas pelo Professor.
- **(B) OUTROS:** Prova (10 pontos). Realizar as tarefas propostas pelo professor.

Para receber o Certificado OFICIAL do PIC expedido pelo IMPA/CNPq/SBM/MEC/MCT é preciso ter APROVAÇÃO em 4 das 6 provas. A aprovação exige nota MAIOR que 2,0 (de 10,0). A nota 2,0 é considerada nota de REPROVAÇÃO.
As Tarefas do PORTAL PIC servem apenas para manutenção da Bolsa, NÃO ALTERANDO a possibilidade de Certificado.
ALUNOS QUE JÁ CONCLUÍRAM O ENSINO MÉDIO E DE ESCOLAS PARTICULARES NÃO TERÃO DIREITO A CERTIFICADO OFICIAL EM HIPÓTESE ALGUMA.

CERTIFICADOS EMITIDOS PELO POLO MUZAMBINHO / REGIÃO PIC-MG 09 (Sede: Passos)
Será emitido 1 CERTIFICADO por Ciclo. Esse certificado será emitido em papel especial, assinado pelo coordenador local e regional, com timbre do PIC, porém, não será possível checa-lo através do site. Mas ele pode ser utilizado no Currículo Lattes, observando-se que trata-se apenas de 1 CICLO do PIC.
Será mantido no Site do Polo Regional todas informações de todos certificados.
Para recebe-lo será necessário:

- TER FEITO AS TAREFAS OBRIGATÓRIAS IMPRESSAS DOS 3 ENCONTROS DO CICLO
- TER REALIZADO A PROVA (MESMO EM 2ª OPORTUNIDADE), INDEPENDENTEMENTE DA NOTA
- TER REALIZADO PELO MENOS 3 TESTES NO PORTAL COM APROVAÇÃO (INFINITAS CHANCES)
- TER ENTREGUE A LISTA DE EXERCÍCIOS DE REVISÃO

Esse certificado poderá ser expedido após o encerramento do Ciclo caso haja pendências. E constará toda pontuação do Ranking.

Realização: Financiamento: Apoio:

RANKING DO PIC LOCAL PARA FINS DE REGISTRO NO CERTIFICADO (Não confundir com o Ranking Oficial que pontua Medalhas e Menção Honrosa). Será contínuo e para todas as turmas. Em cada ciclo será registrado no certificado o desempenho. Prazos serão dados para concluir a pontuação não encerrada até emissão do certificado, de tal modo que haja uma pontuação para cada ciclo.

- **TAREFAS OBRIGATÓRIAS IMPRESSAS**
  - A realização das tarefas obrigatórias de cada encontro terá valor de 800, dividida entre todas tarefas obrigatórias em aula e em casa.
  - O aluno que realiza-las com correção em até 7 dias após o encontro com correção receberá um adicional de 200 pontos, podendo chegar a 1.000.
- **TAREFAS OPCIONAIS IMPRESSAS**
  - A realização das tarefas opcionais terá valor de 1.000 incluindo as tarefas opcionais dos 3 encontros.
- **PROVA**
  - A nota da prova terá valor de 4.000 para fins de certificado. O aluno terá 2.000 avaliado pela prova e 2.000 automaticamente se acertar 60% da prova. Haverá uma 2ª oportunidade para o aluno tirar 60% ou aumentar sua nota.
- **TAREFAS DO PORTAL DO PIC**
  - Os bolsistas já recebem 500 pontos por fazê-las e mais 500 de acordo com sua nota.
  - Os demais estudantes as farão impressas, no valor de 1.000.
- **LISTA DE REVISÃO**
  - Terá valor de 1.000
- **TESTES NO PORTAL DA MATEMÁTICA**
  - Cada teste no Portal terá valor de 200 se concluídos.
  - O recebimento de um certificado terá valor de 1.000, proporcional à nota
  - Para fins de registro, constará a nota do Ciclo tudo que for feito no portal até meia noite da data da 2ª oportunidade da Prova.
  - Pessoas que não participam dos cursos do PIC, mas participam de outras atividades como Círculos Matemáticos ou atividades no Portal da Matemática poderão participar do Ranking, mesmo se residentes em outros municípios.

OUTRAS PONTUAÇÕES DO RANKING – Poderão ser estabelecidas pontuações extras para o Ranking, que serão registradas SEPARADAMENTE (não vão no certificado local do Ciclo), mas serão contadas no mesmo período temporal que o ciclo:

- **PARTICIPAÇÃO ATIVA EM UM C.O.M. DA OBMEP**
  - Até 1.000 pontos por período, de acordo com a participação.
- **PARTICIPAÇÃO EM ATIVIDADES DE MONITORIA**
  - Até 1.000 pontos por período
- **PARTICIPAÇÃO DAS REUNIÕES DO CÍRCULO MATEMÁTICO**
  - 1.000 pontos por reunião com participação ativa
- **PARTICIPAÇÃO EM REPOSIÇÕES DE AULAS QUE JÁ ASSISTIU UMA VEZ**
  - 100 pontos por hora, num máximo de 1.000 pontos por período
- **PARTICIPAÇÃO DE AULAS DE REFORÇO OU ENCONTROS INDIVIDUAIS OU EM GRUPOS**
  - 100 pontos por hora, num máximo de 1.000 pontos por período
- **PARTICIPAÇÃO DE ATIVIDADES DO FÓRUM HILBERT OU OUTRO FÓRUM/PLATAFORMA**
  - Até 1.000 pontos por período
- **PARTICIPAÇÃO NO LIVRO ABERTO DO IMPA**
  - Até 1.000 pontos por período
- **PARTICIPAÇÃO DA OBM**
  - 1.000 pontos por fase, de acordo com a pontuação.
- **PARTICIPAÇÃO DA OMM**
  - 1.000 pontos por fase, de acordo com a pontuação
- **PARTICIPAÇÃO DA OLIMPÍADA REGIONAL LOCAL**
  - 1.000 pontos por fase, de acordo com a pontuação.
- **PARTICIPAÇÃO DE OUTRAS OLIMPÍADAS CIENTÍFICAS (precisa comprovar)**
  - Até 1.000 pontos por fase, dependendo da Olimpíada. Se não for de Matemática, no máximo 200 pontos.
- **PREMIAÇÃO**
  - Até 1.000 pontos por premiação em Olimpíadas Gerais. Porém na OBM, OMM, OBMEP e na Olimpíada Regional os pontos serão maiores (até 10.000 para Medalha de Ouro, por exemplo).
- **ESTUDOS AUTÔNOMOS COM ORIENTAÇÃO DE PROFESSOR E COMPROVAÇÃO**
  - Até 1.000 pontos por mês
- **PARTICIPAÇÃO DO URI / KHAN ACADEMY / ETC....**
  - Até 200 pontos por período por atividade comprovada e aprovada
- **OUTROS**
  - A ser definido e registrado no Blog

Essas regras podem ser alteradas, mas sempre divulgadas no Blog.

RANKING E DIVULGAÇÃO – A pontuação será divulgada no Blog e posteriormente em um Jornalzinho do Pólo Muzambinho distribuído para todas escolas dos municípios de MUZAMBINHO, MONTE SANTO, JURUAIA, GUARANÉSIA, GUAXUPÉ, NOVA RESENDE, CABO VERDE, MONTE BELO, ARCEBURGO e outros municípios poderão ser inclusos. Isso poderá ser referência para os estudantes posteriormente.

GRÊMIO ESTUDANTIL – Após a organização de todas as turmas haverá um Grêmio para fiscalizar o Ranking e a pontuação. O primeiro Grêmio será escolhido por aclamação e os seguintes serão eleitos. O Grêmio poderá discutir a justiça da atribuição dos pontos.

POTI – Muzambinho está se candidatando para ser um POTI – Pólo de Treinamento Intensivo da OBMEP. Haverá atividades entre JANEIRO e MAIO preparando para Canguru Matemático, OBMEP, OBM, OMM e Olimpíada Regional. O Ranking continuará correndo.
A partir da 3ª semana de Janeiro começarão a ser formadas as turmas do POTI em Muzambinho, com multiplicidades diferentes. Haverá preparação de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio e Círculos Matemáticos para concluintes.

Será instituído um Conselho de Professores até o mês de Agosto. Aguardamos indicação dos municípios .Podem ser professores de Matemática, Pedagogos, diretores ou supervisores de escola, alunos de graduação ou ex-medalhistas da OBMEP. Não haverá remuneração.

Realização: Financiamento: Apoio:
impa CAPES GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA Sociedade Brasileira de Matemática
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS OBMEP Somando novos talentos para o Brasil

Assinale um X no quadrado ☐ quando a questão for resolvida e você tiver certeza que está correta.

Os exercícios não resolvidos em aula devem ser resolvidos em casa.
Fotografar e mandar TODAS as folhas por WhatsApp (35)9.9214-0594
Prazo Máximo – Encerramento do Ciclo

Divisão Euclidiana

Exercícios 0
Efetue a divisão completa 18:4

☐

Exercício 1 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Em cada caso calcule o quociente q e o resto r da divisão de a por b. Em seguida tire a prova, verificando a igualdade a = q · b+r.

❼ a = 307 e b = 4. ❼ a = 1933 e b = 6. ❼ a = 879 e b = 7

❼ a = 1045 e b = 11. ❼ a = 2351 e b = 12.

☐

Exercício 2 - A. Hefez, "Iniciação à Aritmética"

i) Efetue a divisão euclidiana nos seguintes casos: (a) de 43 por 3 (b) de 43 por 5 (c) de 233 por 4 (d) de 1 453 por 10, por 100, por 1 000 e por 10 000.

☐

ii) Efetue a divisão euclidiana nos seguintes casos: (a) de −43 por 3 (b) de −43 por 5 (c) de −233 por 4 (d) de −1 453 por 10, por 100, por 1 000 e por 10 000.

☐

Exercício 3 – F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Encontre o número natural que ao ser dividido por 7 resulta um quociente 4 e resto o maior possível.

☐

Exercício 4 – F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Encontre os números naturais que, quando divididos por 8 deixam o resto igual ao dobro do quociente

☐

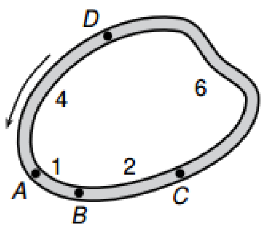
Exercício 5 – F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Na divisão de dois números inteiros, o quociente ´e 16 e o resto ´e o maior possíivel. Se a soma do dividendo e do divisor é 125, determine o resto.

☐

Exercício 6 - OBMEP – 2006 – 2ª fase

A figura representa o traçado de uma pista de corrida. Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha.



Por exemplo, uma corrida de 17 km pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

(a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?

☐

(b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?

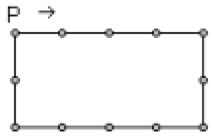
☐

(c) Mostre que e possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

☐

Fenômenos Periódicos

Exercício 7 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”
Pedro caminha ao redor de uma praça retangular onde estão dispostas 12 ´arvores, brincando de tocar cada Árvore durante seu passeio. Se no início ele toca a Árvore indicada na figura, e se ele anda no sentido da seta, indique que ´arvore ele estará tocando ao encostar em uma ´arvore pela centésima vez.



□

Exercício 8 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”
Considere a seguinte sequência de números: 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5 ... formada alternadamente pelos algarismos (1, 2, 3, 4, 5) e pelos algarismos (5, 4, 3, 2, 1). Qual algarismo aparece na posição2015 nesta sequência?

□

Exercício 9 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”
Qual é o algarismo da unidade de 2^{2015} ?

□

Exercício 10 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”
João decidiu nadar de três em três dias. O primeiro dia que ele nadou foi um sábado, o segundo dia foi uma terça-feira, o terceiro dia foi uma sexta-feira, e assim por diante. Em qual dia da semana João estará nadando pela centésima vez?

□

Realização: Financiamento: Apoio:

Exercício 11 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

(a) O ano de 2014 começou em uma quarta-feira. Em que dia da semana caiu o último dia deste ano?

(b) Em que dia caiu o 1º dia de 2016?

(c) Em que dia cairá o 1º dia de 2017?

(d) Defina Ano Bissexto

(e)Quantos calendários anuais diferentes existem?

(f) De quanto em quanto tempo os calendários se repetem?

(g) Qual será o próximo calendário idêntico ao de 2016?

O código QR dá acesso à resolução do exercício em vídeo e outras curiosidades – AULA 37 do CANAL DO PIC. Vale a pena assistir!

Realização: Financiamento: Apoio:

Exercício 12 - Fomin, capítulo 3, problema 28
Encontre o último algarismo do número 1989^{1989}

☐

Exercício 13 - Fomin, capítulo 3, problema 30

Encontre o último algarismo do número 777^{777} .

☐

Exercício 14 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

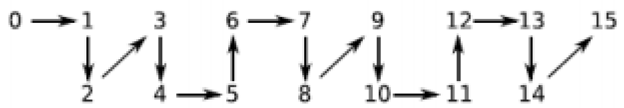
Qual é o resto da divisão de 2^{56} por 7? E por 11?

Resolvido na AULA 39 – CANAL DO PIC

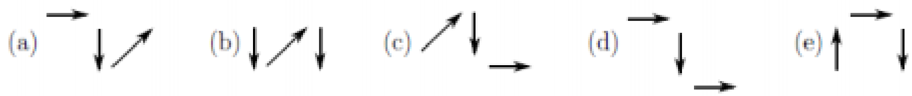
☐

Exercício15 - Banco de Questões 2010, nível 1, problema 86

Os números de 0 a 2000 foram ligados por flechas. A figura dada mostra o começo do processo.



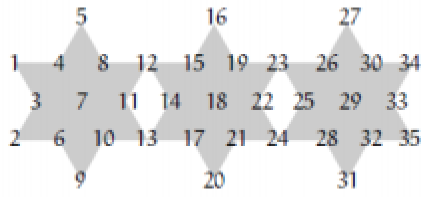
Qual é a sucessão de flechas que liga o número 1997 ao número 2000?



☐

Exercício16 - Banco de Questões 2011, nível 1, problema 10

Estrelix, um habitante de Geometrix, decidiu colocar os inteiros positivos seguindo a disposição indicada na figura.



Em quais estrelas aparece o número 2011? Posicione todos os números que aparecem nas referidas estrelas?

□

Aritmética dos Restos

Exercício 17 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”

Nas divisões de 163 e 360 por 7 obtemos, respectivamente, restos 2 e 3. $163 = 7 \times 23 + 2$ e $360 = 7 \times 51 + 3$. Qual é o resto da divisão de $163 + 360$ por 7?

□

Exercício 18 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”

Nas divisões de 106 e 197 por 6 obtemos, respectivamente, restos 4 e 5: $106 = 6 \times 17 + 4$ e $197 = 6 \times 32 + 5$. Qual é o resto da divisão de $106 + 197$ por 6?

□

Realização: Financiamento: Apoio:

Para calcular o resto da divisão de uma soma por um divisor, basta somar os restos das divisões de cada uma das parcelas pelo mesmo divisor. Se a soma dos restos passa do divisor, calcule o resto da divisão pelo divisor dessa soma de restos.

Exemplo:

❼ Se os restos das divisões de a e b por 7 são respectivamente 2 e 3, então a + b deixa resto 2 + 3 = 5 quando dividido por 7.

❼ Se os restos das divisões de a e b por 9 são respectivamente 8 e 5, para calcular o resto da divisão de a + b por 9 some 8 + 5 = 13. Como este número passou do divisor, devemos dividir 13 por 9. Neste caso obtemos resto 4.

❼ Se os restos das divisões de a, b e c por 8 são respectivamente 4, 7 e 6, para calcular o resto da divisão de a + b + c por 8 some os restos 4 + 7 + 6 = 17. Como passou do divisor, divida 17 por 8, obtendo resto 1.

Como uma multiplicação de números naturais é uma soma de parcelas iguais, o resultado obtido para o cálculo do resto da divisão de uma soma implica um resultado análogo para o cálculo do resto da divisão do resultado de uma multiplicação.

Para calcular o resto da divisão do resultado de uma multiplicação por um divisor, basta multiplicar os restos das divisões de cada uma das parcelas pelo mesmo divisor. Se o produto dos restos passa do divisor, calcule o resto da divisão pelo divisor desse produto de restos.

Exemplo

❼ Os números 723 e 451 deixam resto 2 e 3 ao serem divididos por 7. O número 723 ×451 deixa resto 2 ×3 = 6 ao ser dividido por 7.

❼ Os números 275 e 562 deixam resto 5 e 4 ao serem divididos por 6. Para calcular o resto da divisão do produto 275 × 562 por 6 multiplique os restos 5 × 4 = 20. Como este número é maior que o divisor, divida 20 por 6 obtendo resto 2. Portanto o resto da divisão de 275 × 562 por 6 é igual a 2.

❼ Os números 73, 112 e 245 deixam restos 1, 4 e 2 ao serem divididos por 9. O produto 73 × 112 × 245 deixa resto 1 × 4 × 2 = 8 ao ser dividido por 9. No exemplo anterior é mais fácil fazer a conta como ela foi explicada ou é mais fácil multiplicar os números 73 × 112 × 245 e depois dividir o resultado deste produto por 9 para obter o resto desejado? Em qual dos dois casos você manipula com números menores?

VEJA: Vídeo 35 do canal PICOBMEP.

Sobre Propriedades associativa e distributiva – Vídeo 5

Exercício 19 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

1. A soma de dois múltiplos de 7 é um múltiplo de 7?

☐

2. Qual é o resto da divisão de 7 × 82 + 3 por 7?

☐

3. E qual é o resto da divisão de 7 × 29 + 10 por 7?

☐

4. E qual é o resto da divisão de $7 \times 41 + 93$ por 7?

☐

5. E qual é o resto da divisão de $7 \times 18 - 2$ por 7?

☐

6. Determine os restos das divisões de $7 \times 81 + 8$ por 7 e por 9.

☐

7. Se $a = 7 \times 53 + 1$ e $b = 7 \times 15 + 3$, qual é o resto da divisão de $a + b$ por 7?

☐

8. Se $m = 7 \times 22 + 5$ e $n = 7 \times 38 + 6$, qual é o resto da divisão de $m + n$ por 7?

☐

Exercício 20 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Sabe-se que 503 e 418 deixam restos 7 e 2 quando divididos por 8, respectivamente.
(a) Quais são os restos das divisões de $503+418$ e 503×418 por 8?

☐

(b) Qual é o resto da divisão de $503 - 418$ por 8?

☐

Exercício 21 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Sabe-se que 2811 e 1744 deixam restos 3 e 7 quando divididos por 9, respectivamente. Quais são os restos das divisões de $2811 + 1744$, de $2811 - 1744$ e de 2811×1744 por 9?

☐

Exercício 22 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

(a) Calcule o resto da divisão de 2011 por 7.

☐

(b) Em seguida calcule o resto da divisão de $2011 + 2012 + 2013 + 2014 + 2015$ por 7.

☐

(c) Qual é o resto da divisão de $2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 \cdot 2015$ por 7?

☐

Exercício 23 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”

1. Se o resto da divisão de a por 7 é igual a 3, então qual é o resto da divisão de 5a por 7?

☐

2. Se a deixa resto 6 quando dividido por 8 e se b deixa resto 5 quando dividido por 8, qual é o resto da divisão de a + b e de a − b por 8?

☐

Exercício 24 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”

Quais são os restos das divisões de 19913 e 1989 · 1990 · 1991 + 19922 por 7? Após tentar resolver este exercício, compare a sua solução com a que está apresentada no vídeo 35 do canal picobmep no YouTube.

☐

Sistema Posicional de Numeração

Recomendação: Veja VÍDEO 11 do canal PICOBMEP

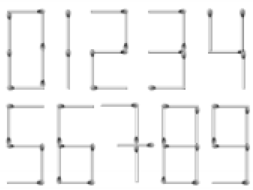
Exercício 25 - Capítulo 0, autor Dimitri Fomin e outros, página 2.
Retire 10 dígitos do número 1234512345123451234512345 de modo que o número remanescente seja o maior possível?

☐

Exercício 26 - F. Dutenhefner, L. Cadar “Encontros de Aritmética”
Determine o menor número com 10 algarismos tal que a soma dos seus algarismos seja igual a 40.

☐

Exercício 27 - Banco de Questões 2012, nível 1, problema 7
Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos.



César escreveu o maior número que é possível escrever com exatamente 13 palitos. Qual é a soma dos algarismos do número que César escreveu?
(a) 8 (b) 9 (c) 11 (d) 13 (e) 15

☐

Exercício 28 - Banco de Questões 2012, nível 1, problema 2
Joãozinho coleciona números naturais cujo algarismo das unidades é a soma dos outros algarismos. Por exemplo, ele colecionou 10023, pois 1+0+0+2 = 3.
(a) Na coleção de Joãozinho há um número que tem 4 algarismos e cujo algarismo das unidades é 1. Que número é este?

☐

(b) Qual é o maior número sem o algarismo 0 que pode aparecer na coleção? (c) Qual é o maior número sem algarismos repetidos que pode aparecer na coleção?

☐

Exercício 29 - Banco de Questões 2006, nível 1, lista 1, problema 3
Considere dois números naturais, cada um deles com três algarismos diferentes. O maior deles só tem algarismos pares e o menor só tem algarismos ´ımpares. Se a diferença entre eles é a maior possível, qual é esta diferença?

☐

Exercício 30 - Banco de Questões 2009, nível 1, lista 4, problema 2
Um número de 6 algarismos começa por 1. Se deslocamos este algarismo 1 da primeira posição para a última à direita, obtemos um novo número de 6 algarismos que é o triplo do número de partida. Qual é este número?

☐

Exercício 31 - Apostila 1 PIC, Problema 2.2
Fixe três algarismos distintos e diferentes de zero. Forme os seis números com dois algarismos distintos tomados entre os algarismos fixados. Mostre que a soma destes números é igual a 22 vezes a soma dos três algarismos fixados.

☐

Exercício 32 - Apostila 1, Problema 2.4
Qual é o menor número de dois algarismos? E qual é o maior? Quantos são os números de dois algarismos? Quantos algarismos precisa-se para escrevê-los?

☐

Exercício 33 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Qual é a quantidade de elementos do conjunto {30, 31, 32, . . . , 75}?

☐

Exercício 34 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Uma urna contém 145 bolinhas numeradas sequencialmente. Se a primeira bolinha é a de número 347, qual é o número da última bolinha?

☐

A resolução deste problema está na videoaula do Portal da Matemática "Propriedades Aritméticas dos Restos", que está no módulo "Aritmética dos Restos"

Exercício 35 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Domingos usou 1002 algarismos para numerar as páginas do livro que acabou de escrever. Quantas páginas tem o livro do Domingos?

☐

Exercício 36 - Problema 16.1. Conjunto de Problemas 16, autor S. Dorichenko, página 36
Coloque algarismos no lugar dos asteriscos de modo que o número 32*35717* seja divisível por 72.

☐

Exercício 35 – Problema 15.2. Conjunto de Problemas 15, autor S. Dorichenko, página 34
(a) Prove que um número é divisível por 4 se e somente se seus dois algarismos finais formam um número divisível por 4.

☐

(b) Encontre prove uma regra semelhante para 8.

☐

Exercício 36 - Questão 120 - Página 54 – OBMEP2010
Amigos do século XX - Dois amigos nasceram no mesmo mês e ano do século XX, com uma semana de intervalo. Escrevendo as datas dos dois aniversários da esquerda para a direita, começando com o (ou os) algarismo(s) do dia, depois o (ou os) algarismo(s) do mês e, por último, os dois últimos algarismos do ano, obtermos dois números. Não colocando o algarismo 0 na frente dos nove primeiros dias do mês nem dos nove primeiros meses do ano e sabendo que um desses números é o sêxtuplo do outro, qual é a data de nascimento do amigo mais velho?

☐

Critérios de divisibilidade

Exercício 37 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Verifique se cada um dos números é divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 9 ou 10.
(a) 1260. (b) 1746. (c) 2210505.

☐

Exercício 38 - Banco de Questões 2007, nível 1, lista 1, problema 1
(a) Qual é o menor múltiplo positivo de 9 que é escrito apenas com os algarismos 0 e 1?

☐

(b) Qual é o menor múltiplo positivo de 9 que é escrito apenas com os algarismos 1 e 2?

☐

Exercício 39- F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Encontre um número que quando multiplicado por 9 resulta em um número formado somente por algarismos iguais a 1. Solução. Assista o vídeo 6 e apresente uma solução diferente utilizando o critério de divisibilidade por 9.

☐

Exercício 40 - Banco de Questões 2011, nível 1, problema 1
Encontre o menor múltiplo de 9 que não possui algarismos ímpares.

☐

Exercício 41 - Banco de Questões 2010, nível 1, problema 136
No número 6a78b, a denota o algarismo da unidade de milhar e b denota o algarismo da unidade. Se x = 6a78b for divisível por 45, então quais são os possíveis valores de x?

☐

Exercício 42 - Banco de Questões 2010, nível 1, problema 169
Qual é o menor número de cinco algarismos divisível por 4 que se pode formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 9?

☐

Exercício 43 - Banco de Questões 2010, nível 1, problema 187
Os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 foram usados, cada um uma única vez, para escrever um certo número abcde de cinco algarismos tal que abc é divisível por 4, bcd é divisível por 5 e cde é divisível por 3. Encontre este número.

☐

Exercício 44 - Banco de Questões 2010, nível 1, problema 224
O dobro de um número, quando dividido por 5, deixa resto 1. Qual é o resto da divisão deste número por 5?

☐

Exercício 45 - O vídeo 40 e o vídeo 41 apresentam, respectivamente, critérios de divisibilidade por 11 e por 7. Estude estes vídeos e em seguida aplique estes critérios para, sem efetuar a divisão, determinar se cada um dos números a seguir é divisível por 7 ou por 11.
(a) 145 659.

(b) 4 754 542.

(c) 240 394.

(d) 2 436.

☐☐☐☐

Painel IX
Destreza ou esperteza?

Certa vez, quando eu tinha 15 anos, um amigo da minha família afirmou que sabia fazer contas mentalmente e com muita rapidez. Para "provar" isso, propôs a seguinte brincadeira:

"Vou escrever um número com sete algarismos. Em seguida, você escreve, abaixo do meu número, outro número com sete algarismos. Repetimos isso mais uma vez, eu escrevo meu terceiro número e, então, eu direi a você, sem fazer cálculos, qual é o valor da soma dos cinco números".

Eu, um tanto desconfiado, aceitei a proposta, ocorrendo o seguinte:

1º número escrito por ele:	3 574 186
1º número escrito por mim:	1 247 064
2º número escrito por ele:	8 752 935
2º número escrito por mim:	4 955 231
3º número escrito por ele:	5 044 768
Soma fornecida por ele:	23 574 184

Conferi a soma manualmente e constatei que estava correta. Fiquei atônito observando aqueles números por alguns instantes, mas nada consegui concluir. Ele propôs outra conta e novamente acertou o resultado em poucos segundos. Claro que eu sabia (ou desconfiava) que existia algum truque por trás daquilo, mas fiquei por alguns anos sem saber qual era. Vamos agora mostrar que, na realidade, tudo não passa de um pouquinho de álgebra: observe que o segundo e o terceiro números escritos por ele são construídos a partir do anterior, de modo que a soma com o anterior seja igual a $9\,999\,999$. Veja:

1º número escrito por mim + 2º número escrito por ele

$$1\,247\,064 + 8\,752\,935 = 9\,999\,999$$

2º número escrito por mim + 3º número escrito por ele

$$4\,955\,231 + 5\,044\,768 = 9\,999\,999$$

Observe agora que, como $9\,999\,999 = 10\,000\,000 - 1$, a soma total é igual a: primeiro número somado $+ 2 \times (10\,000\,000 - 1) = 20\,000\,000 - 2$, ou seja, $(3\,574\,186 + 20\,000\,000) - 2$. Para efetuar a soma entre parênteses, observando que o número de zeros em $20\,000\,000$ é igual ao número de dígitos do número inicial, basta acrescentar o dígito 2 na frente do número original, o que resulta em $23\,574\,186$. Subtraindo 2, obtemos a soma.

Note que, para realizar a última operação, no caso em que o algarismo das unidades do primeiro número é maior do que ou igual a 2, basta subtrair 2 do algarismo das unidades, mantendo os outros dígitos inalterados. Se ele for 0 ou 1, então a subtração é um pouco mais complicada, sendo necessário "emprestar" 1 do algarismo das dezenas para depois subtrair 2. Como $10 - 2 = 8$, isso é equivalente a subtrair 1 do algarismo das dezenas e somar 8 ao algarismo das unidades, se esse não for nulo. Se o algarismo das dezenas for nulo, então é preciso emprestar 1 do algarismo das centenas e assim por diante.

Observe que, no caso do desafio proposto pelo amigo de minha família, o número inicial é $3\,574\,186$. Colocando 2 no início, obtemos $23\,574\,186$. Subtraindo 2 do algarismo das unidades, obtemos $23\,574\,184$, que é a soma procurada.

Se alguém o desafiar, você pode tentar dificultar o trabalho para o desafiante dizendo: "Quero ver se você acerta o resultado no caso do primeiro número escrito ter o algarismo das unidades menor que 2, ou seja, igual a 0 ou 1, e o das dezenas nulo". Isso testará se ele entendeu realmente como funciona o truque, que pode ser adaptado facilmente para o caso de mais dígitos ou para um número maior de somandos. Deixamos para o leitor esse trabalho.

Adaptado do artigo
Destreza ou esperteza?
Vanderlei Nemitz, **RPM** 64.

Múltiplos e divisores

Exercício 46 - Banco de Questões 2006, nível 1, lista 4, problema 1
Da igualdade 9174532 × 13 = 119268916 pode-se concluir que um dos números abaixo é divisível por 13. Qual é este número?
(a) 119268903 (b) 119268907 (c) 119268911 (d) 119268913 (e) 119268923.

☐

Exercício 47 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Considerando somente números inteiros positivos,
1. O número $7 \cdot 38 + 5$ é divisível por 7?

☐

2. O número $7 \cdot 241 + 84$ é um múltiplo de 7?

☐

3. O número $7 \cdot 81 + 54$ é divisível por 7 e por 9?

☐

4. Existe um número a que torna o número $7a+ 6$ um múltiplo de 7?

☐

5. O número $7a + 100$ pode ser divisível por 7?

☐

6. Para quais condições sobre b, o número $7a+b$ é um múltiplo de 7?

☐

7. Sabendo que o número $7a + b$ é divisível por 7, o que podemos afirmar sobre o número b?

☐

Exercício 48 - OBMEP 2011 - N2Q3 - 2a fase
O múltiplo irado de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.
(a) Qual é o múltiplo irado de 20?

☐

(b) Qual é o múltiplo irado de 9? (c) Qual é o múltiplo irado de 45?

☐

(d) Qual é o menor número natural cujo múltiplo irado é 1110?

☐

Exercício 49 - Extrapolando o Exercício anterior, tente resolver o seguinte desafio. Mostre que todo número natural possui um múltiplo que se escreve apenas com os algarismos zero e um.

Solução. Para resolver este desafio você vai precisar utilizar várias propriedades apresentadas neste encontro. Tente resolver e compare a sua solução com a que está apresentada no vídeo 36. Vale a pena assistir este vídeo, pois além de ele apresentar uma solução para o desafio, ele também explica muito bem as propriedades estudadas neste encontro.

□

Exercício 50 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Sabendo-se que o número $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 14$ é divisível por 13, qual é o resto da divisão do número $13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ por 169?

□

Exercício 52 - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"
Se a e b são números naturais e 2a+b é divisível por 13, então qual dos seguintes números é um múltiplo de 13?
(A) 91a + b (B) 92a + b (C) 93a + b (D) 94a + b (E) 95a + b

□

Exercício 53 - Questão 40 do Nível 3, pág. 76, do Banco de Questões 2010
Diferença de potências – Seja n = 9 867. Se você calculasse $n^3 - n^2$, qual seria o algarismo das unidades encontrado?
(a) 0 (b) 2 (c) 4 (d) 6 (e) 8

□

Exercício 54 - Questão 1 da Lista 2 do Nível 3, pág. 21, do Banco de Questões 2008

Contando os zeros - Quantos zeros existem no final do número $9^{2007} + 1$?

□

Aprofundando a Divisão Euclidiana (Nível 3)

Exercício 55 - OBMEP 2007 – 2ª fase

Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são as seguintes:

1. eles começam uma partida com 128 palitos cada um;

2. em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá a metade dos palitos que tem para Fernando.

3. eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.

Veja o que acontece em uma partida onde a seqüência das três primeiras jogadas é par, ímpar, par:

Fernando	Isaura	par → 1ª jogada	Fernando	Isaura	impar → 2ª jogada	Fernando	Isaura	par → 3ª jogada	Fernando	Isaura	...
128	128		64	192		160	96		80	176	

(a) Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.

Fernando	Isaura	impar → 1ª jogada	Fernando	Isaura	impar → 2ª jogada	Fernando	Isaura	par → 3ª jogada	Fernando	Isaura	...
128	128										

☐

(b) Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?

☐

(c) Qual foi a seqüência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?

☐

(d) Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

☐

Realização: Financiamento: Apoio:

Exercício 56 - OBMEP 2007 – 2ª fase

A linha poligonal da figura parte da origem e passa por todos os pontos do plano que têm coordenadas inteiras não negativas, de acordo com o padrão indicado. A unidade de comprimento nos eixos é 1 cm. O comprimento da poligonal da origem até um ponto (a,b) é chamado de lonjura de (a,b); por exemplo, a lonjura de (1,2) é 5 cm.

a) Determine a lonjura dos pontos (3,2) e (0,4).

☐

b) Quantos pontos de coordenadas inteiras estão contidos no interior e nos lados do quadrado cujos vértices são (0,0), (n,0), (n,n) e (0,n) ?

☐

C)Explique por que a lonjura do ponto (n,n) é n^2+n.

☐

d) Qual é o ponto cuja lonjura é 425?

Para ver a resolução em vídeo dessa questão:

TAREFAS DA SEMANA

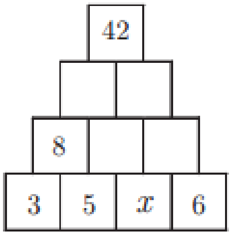
Você deverá fazer as tarefas que não der tempo de serem resolvidas em sala de aula

TAREFAS OPCIONAIS DE TEMAS GERAIS

Questão A - Questão 38 do Nível 3, pág. 76, do Banco de Questões 2010
Diferença de quadrados – Determine o valor de $(666\ 666\ 666)^2 - (333\ 333\ 333)^2$.

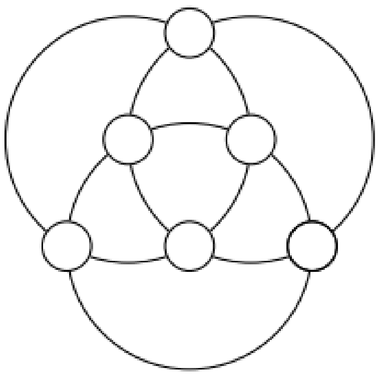
☐

Questão B - Questão 39 do Nível 3, pág. 76, do Banco de Questões 2010
Escada de número – Na figura, o número 8 foi obtido somando-se os dois números diretamente abaixo de sua casa. Fazendo-se o mesmo para preencher as casas em branco, obtém-se o 42 na casa indicada. Qual é o valor de x? (a) 7 (b) 3 (c) 5 (d) 4 (e) 6



☐

Questão C - Questão 1 do Nível 1, página 9, do Banco de Questões 2016
Círculos nas três Circunferências - Na figura abaixo, três circunferências de mesmo raio se intersectam em seis pontos. Em cada um destes pontos, existe um círculo menor, todos de mesmo raio. Coloque os números 1, 2, 3, 4, 5, 6 nos círculos pequenos, de modo que os números escritos em cada uma das circunferências maiores seja 14.



☐

Questão D - Questão 2 do Nível 1, página 9, do Banco de Questões 2016
Filhos de Paulo - A idade de cada um dos três filhos de Paulo é um número inteiro. A soma destes três inteiros é igual a 12 e seu produto é 30. Qual a idade de cada um dos seus três filhos?

☐

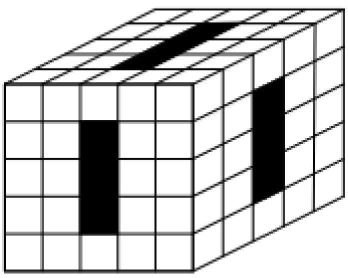
Questão E - Questão 3 do Nível 1, página 10, do Banco de Questões 2016
O TABULEIRO 3X5 - Em cada uma das situações abaixo, decida se é possível dispormos os números 1, 2,..., 15 nos quadradinhos de um tabuleiro 3×5 de modo que:
a) A soma dos números nas três linhas sejam iguais entre si e a soma dos números nas três colunas também sejam iguais entre si, mas, eventualmente, diferentes do valor das somas das linhas.

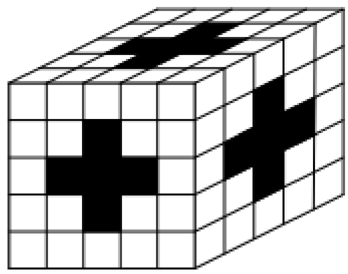
☐

b) A soma dos números em todas as linhas e colunas sejam iguais entre si.

☐

Questão F - Questão 4 do Nível 1, página 10, do Banco de Questões 2016
Cubo com Túnel - No cubo 5 ×5 ×5 das figuras abaixo, cubinhos foram retirados de modo que, para qualquer uma das faces, uma peça indicada pelo formato dos quadradinhos pintados de preto consiga atravessar o cubo e sair na face oposta. Determine quantos cubinhos foram retirados em cada item.





☐☐

Questão G - Questão 5 do Nível 1, página 11, do Banco de Questões 2016
Barras de Chocolate - João possui 30 barras de chocolate com os pesos: 2, 3 ou 4 quilos. A soma dos pesos das barras é 100 quilos. João possui mais barras de 2kg ou de 4kg ?

☐

Questão H – - Questão 7 do Nível 1, página 11, do Banco de Questões 2016
A Divisão da Pizza - Um grupo de oito pessoas pediu uma pizza. O garçom conseguiu dividi-la em oito pedaços fazendo apenas três cortes retos. Como ele conseguiu fazer isto?

☐

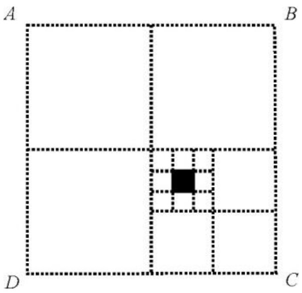
Questão I – 38ª OBM – Q1N1 – 2016

Qual é o valor da expressão $\dfrac{2016^2 - 1}{2015}$?

a) 1003 b) 2003 c) 2015 d) 2016 e) 2017

☐

Questão J – 38ª OBM – Q2N1 – 2016
A figura apresenta quadrados de quatro tamanhos diferentes. A área do pequeno quadrado preto é 1 cm^2. Qual é a área do quadrado maior *ABCD*?



a) 36 cm^2 b) 72 cm^2 c) 108 cm^2 d) 144 cm^2 e) 180 cm^2

☐

Questão K – 38º OBM – Q3N1 – 2016
Jaci entrega jornais numa rua na qual os números das casas têm exatamente dois algarismos e ambos são ímpares, como por exemplo, 37. No domingo passado ela entregou jornais em 18 casas. No máximo, quantas casas não receberam o jornal?

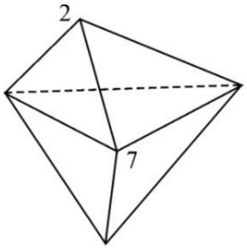
a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

☐

QUESTÃO L – 38º OBM – Q4N1 – 2016

O sólido ao lado tem seis faces triangulares e um número escrito em cada vértice, dois dos quais mostrados na figura. A soma dos números escritos nos vértices de cada face é a mesma para todas as faces. Qual é a soma de todos os cinco números escritos nos vértices?

a) 11 b) 20 c) 25 d) 28 e) 33



☐

QUESTÃO M – 38º OBM – Q5N1 – 2016

No ano passado, o dia 1º de fevereiro caiu em um domingo. Na primeira semana desse mês, 29 rapazes e 12 moças frequentavam uma academia esportiva. Depois, a cada semana, entraram 3 novos rapazes e 4 moças na academia, sem nenhuma desistência. Em que mês o número de moças se igualou ao número de rapazes?

a) março b) abril c) maio d) junho e) julho

☐

QUESTÃO N – 38º OBM – Q6N1 – 2016

Lena quer completar as casas do tabuleiro 3×3 ao lado, usando as mesmas letras já escritas, de modo que casas vizinhas (casas com um lado comum) não tenham a mesma letra. Que letra poderá ser escrita na casa cinzenta?

O	B	
M		

a) somente O b) somente B c) somente M d) somente O ou M e) qualquer uma

☐

Questão O – XXXI Olimpíada de Matemática da Unicamp – Nível Alfa - 2015

Na Tabela 1 temos a progressão mensal para o Imposto de Renda Pessoa Física 2014–2015.

Tabela 1: Imposto de Renda Pessoa Física 2014–2015.

Base de Cálculo	Alíquota	Parcela a Deduzir
Até R\$ 1.903,98	Isento	* * * * *
De R\$ 1.903,99 a R\$ 2.826,65	7,5%	R\$ 142,80
De R\$ 2.826,66 a R\$ 3.751,05	15,0%	R\$ 354,80
De R\$ 3.751,06 a R\$ 4.664,68	22,5%	R\$ 636,13
Acima de R\$ 4.664,68	27,5%	R\$ 869,36

Considere um contribuinte que tem um salário mensal de R\$ 2.800, 00.

(a) Determine o valor do imposto de renda a ser pago por esse contribuinte.

☐

(b) No caso desse contribuinte ter um aumento salarial de 10%, determine o valor do imposto de renda a ser pago

☐

(c) Considerando o desconto do imposto de renda, determine o aumento percentual real do rendimento mensal desse contribuinte. Caso seja necessário, utilize uma calculadora de bolso para fazer os cálculos.

☐

Questão P – Avaliação Presencial – PIC2013 – Encontro 1 – G1

Ao redor de um círculo estão desenhados sete números naturais. Mostre que existem dois números vizinhos cuja soma é par.

☐

Questão Q – Avaliação Presencial – PIC2013 – Encontro 1 – G1

Quantos números existem no conjunto {124,125,126,..., 677} ? Quantos são os múltiplos de 7 neste conjunto?

☐