**Aula 1 (2° encontro)**

**Solução da lista de aritmética**

**Solução exercício 1**

Gostaríamos de ter o maior número possível de algarismos iguais a 5 à esquerda. Para isso podemos tirar sequência inicial 1234, deixando um 5, depois retirar a próxima sequência 1234. É claro que se tivéssemos deixado um algarismo diferente de 5 à esquerda, o número seria menor. Entretanto, não podemos obter outro 5, já que só podemos retirar mais dois algarismos. Então, retiramos os dois próximos pequenos: 1 e 2. Não é difícil ver que o resultado, 553451234512345, é o maior possível.

**Solução exercício 2**

 \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

Números de algarismos: 10/ 9/ 8/ 7/ 6/ 5/ 4/ 3/ 2/ 1

Soma de algarismos: 40/ 39/ 39/ 39/ 39/ 36/ 27/ 18/ 9 /0

Como queremos o menor número possível, o primeiro algarismo será o 1.

Deste modo restará 9 casas decimais, então faremos 40/9.

4x9= 36 e 36+4=40

Temos de resto igual a 4, desse modo usaremos 0 algarismos nas próximas 4 casas decimais. Para descobrir a 5° casa decimal, faremos 39/4=9 com resto igual a 3. Desse modo teremos na 5° casa decimal o algarismo 3 e nas próximas 4 casas decimais o algarismo 9. Portanto o menor número com 10 algarismos e soma igual a 40 é: 1 0 0 0 0 3 9 9 9 9

(É sugerido que assista no Hotel de Hilbert o vídeo 2 de aritmética do PIC).

**Solução exercício 3**

Temos duas casas decimais, onde usaremos os números de 0 a 9.

\_ \_

O menor n° de dois algarismos é 10.

O maior n° de dois algarismos é 99.

Os n° de dois algarismos são no valor exato de 90 números (de 10 a 99).

São usados 189 algarismos para escrevê-los,

9x10 (cada algarismo de 1 a 9 aparece repetido 10 vezes na casa das dezenas)
+ 90 (dez vezes que cada número de um a nove que aparece repetido na casa das unidades, uma vez por cada dezena)
+9 (9 vezes que o algarismo 0 aparece na casa das unidades, entre 10 e 99).

**Solução exercício 4**

\*Das páginas de 1 a 9, são utilizados 9 algarismos.

\*das páginas 10 até 99, são utilizados 90 números com 2 algarismos, totalizando 2x90=180 algarismos.

\*Para numerar as páginas de 100 a 300 são necessários 201 números de três algarismos cada, totalizando 3x201=603 algarismos.

Portanto para numerar um livro de 300 páginas, são necessários 9+180+603=792 algarismos.

**Solução exercício 5**

Existem varias maneiras de contar a quantidade de números do conjunto dado. Em uma delas, o aluno pode observar que existem 75 números no conjunto {1,2,...,75} e que existem 29 números em {1,2,...,29}. Fazendo a diferença, concluímos que existem 75-29=46 números no conjunto {30,31,...,75}.

**Solução exercício 6**

Como Podemos observar pelos critérios de divisibilidade a única alternativa que é divisível por todos os números, é a alternativa (a).

(É sugerido que acessem os vídeos do portal da matemática em critérios de divisibilidade caso tenham duvidas no exercício proposto).

**Solução exercício 7**

O menor múltiplo de 9 que não possui algarismos ímpares é 288.

Pois 2+8+8=18

E 18 é o menor múltiplo par de 9.

**Solução exercício 8**

Para entendermos melhor começaremos com um exemplo numérico. Temos os algarismos 1, 2 e 3 e com eles podemos formar os números 12, 13, 21, 23, 31 e 32. A soma desses números é igual a 132, e a soma dos algarismos dados é igual a 1+2+3=6. Observe que o resultado enunciado no exercício é verdadeiro pois 22x6=132.

Agora vamos para o caso geral. Suponhamos que os algarismos escolhidos são *a, b* e *c.* Com esses algarismos formamos os seguintes números de 2 algarismos:

*ab=10a+b*

*ac=10a+c*

*ba=10b+a*

*bc=10b+c*

*ca=10c+a*

*cb=10c+b*

*ab+ac+ba+bc+ca+cb=22ª+22b+22c=22(a+b+c).*

**Solução exercício 9**

108 é múltiplo de 3 e de 9 pois:

108=3x36 e 108=9x12

111 é múltiplo de 3 mas não é múltiplo de 9 pois:

111=3x37 e não é múltiplo de 9 porque não existe um y natural tal que 111=9x y

225 é múltiplo de 3 e também de 9, pois:

225=3x75 e 225=9x25

328 não é múltiplo de 3 e nem de 9 pelo mesmo fato decorrente acima.

930 é múltiplo de 3 e não é múltiplo de 9 pois:

930=3x310 e não é múltiplo de 9 porque não existe um y natural tal que 930=9x y.

35 424 é múltiplo de 3 e também de 9 pois:

35 424=3x11808 e 35 424=9x3936

523 476 é múltiplo de 3 e também de 9 pois:

523 476=3x174492 e 523 476= 9x58164

**Solução 10**

Sabemos que para um número ser par ele tem que ser divisível por 2.

Pelos critérios de divisibilidade sabemos que todo algarismo de unidade igual a 0, 2, 4, 6 ou 8 são pares, pois dividindo-os por 2 os restos serão sempre zero e com divisão exata.

**Solução 11**

Os dois amigos nasceram no mesmo mês e no mesmo ano, com uma diferença de 7 dias, de modo que um nasceu no dia $d/m/a$ e o outro no dia $(d+7)/m/a$. com essas datas formamos os números $(d)(m)(a)$ e $(d+7)(m)(a)$.

Sabemos que

$\left(d+m\right)\left(m\right)\left(a\right)=\left(d\right)\left(m\right)\left(a\right)+7 . 10^{k}$,

Onde k é o número de algarismos de $(m)(a)$. Observe que só podemos ter $k = 3$, se o mês m tem um algarismo, ou $k=4$, se o mês m tem dois algarismos. Como também $\left(d+7\right)\left(m\right)\left(a\right)=6 . \left(d\right)\left(m\right)\left(a\right)$, resulta

$$7 . 10^{k}=5\left(d\right)\left(m\right)\left(a\right).$$

No caso $k=3$, decorre que o amigo mais velho nasceu em

$$\left(d\right)\left(m\right)\left(a\right)=\frac{7000}{5}=1400,$$

Isto é, 1º de Abril de 1900. No caso $k=4$, decorre $\frac{70000}{5}=14000$, que não é uma data válida.

**Solução 12**

Um número é divisível por 72 se for divisível por 8 e por 9. Pelo critério de divisibilidade por 8, o número 17\* tem que ser divisível por 8. Você pode verificar facilmente que o único algarismo que funciona é 6. De acordo com o critério de divisibilidade por 9, a soma dos algarismos do número 32\*357176 tem que ser divisível por 9, logo o último algarismo que faltava é 2. A resposta é 322357176.

(**Observação:** Ver problema 15.2. da página 34 para ver o critério de divisibilidade por 8.)