

## Contagem 6: resolução de exercícios

Para esta última aula de contagem separamos uma coletânea variada de exercícios. Sugerimos que os professores trabalhem com a resolução destes exercícios. Caso não dê tempo de discutir todos esses exercícios na aula, não se preocupe, pois eles também estarão sendo discutidos no Fórum Hotel de Hilbert. Bons estudos!

### Exercício 1.

- (a) Quantos são os anagramas da palavra **CINEMA**.
- (b) Em quantos destes anagramas as letras **CI** aparecem juntas e nesta ordem?
- (c) Em quantos anagramas a letra **A** aparece antes (a esquerda) da letra **E** ?

**Exercício 2.** Em um corredor existem 5 portas e você possui um chaveiro com as 5 chaves dessas portas. Quantas vezes, no mínimo, você deve testar as chaves nas portas para ter a certeza de conseguir identificar a chave correta de cada uma das cinco portas?

**Exercício 3.** Em cada caso, calcule a quantidade de divisores positivos dos números dados.

- (a)  $2^3 \cdot 7^2$
- (b)  $2^3 \cdot 3^2$
- (c)  $2 \cdot 6^2$
- (d)  $3^5 \cdot 5^4$
- (e)  $2 \cdot 3^7 \cdot 5^6$

Observação: Veja o exemplo 35 da página 53 da apostila [Encontros de Aritmética](#). No Portal da Matemática, assistir os vídeos: 6º Ano do Ensino Fundamental – módulo de “divisibilidade” – aula “conjunto e quantidade de divisores” – videoaulas:

- [Conjunto e quantidade de divisores](#)
- [Exercícios sobre quantidade de divisores](#)

**Exercício 4.** Quantos são os números inteiros positivos de 5 algarismos que não têm algarismos adjacentes iguais?

**Exercício 5.** Considere todos os números naturais com cinco algarismos distintos formados pelas permutações dos algarismos do número 13459. Coloque todos estes números em fila, em ordem crescente. Em qual posição desta fila está o número 54931?

Observação: um problema muito similar a este exercício 5 pode ser encontrado aos 6min23seg do seguinte vídeo do Portal da Matemática:

[Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 3](#)

**Exercício 6. (OBM 2009 – N2Q7 – 1ª fase)** Um número natural A de três algarismos *detona* um número natural B de três algarismos se cada algarismo de A é maior do que o algarismo correspondente de B. Por exemplo, 876 detona 345; porém, 651 não detona 542 pois  $1 < 2$ . Quantos números de três algarismos detonam 314?

**Exercício 7.** Com os elementos do conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  são formados números com três algarismos distintos. Em quantos desses números a soma dos algarismos é par?

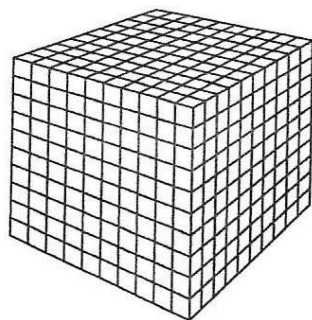
**Exercício 8.** Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

**Exercício 9.** Quantos são os números pares com três algarismos distintos?

Observação: este exercício está muito bem explicado no exemplo 6, páginas 8-10, da apostila 2 do PIC, [métodos de contagem e probabilidade](#), do professor Paulo Cezar Pinto Carvalho.

**Exercício 10.** Um cubo de madeira com 10 cm de aresta tem as suas faces coloridas de azul. Se este cubo foi inteiramente dividido em cubinhos com 1 cm de aresta, calcule:

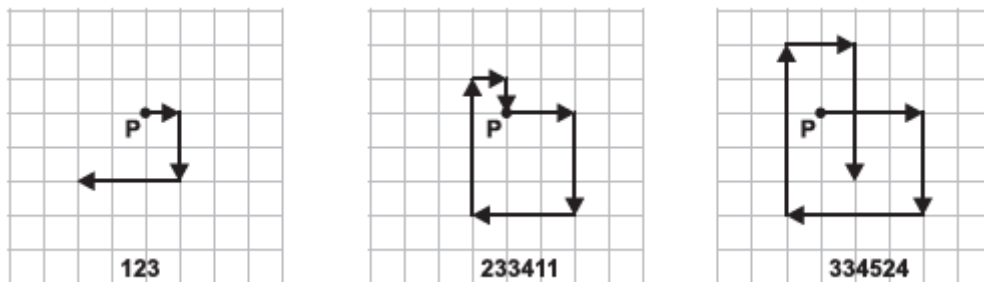
- (a) A quantidade total de cubinhos.
- (b) A quantidade de cubinhos com nenhuma face colorida de azul.
- (c) A quantidade de cubinhos com exatamente uma face colorida de azul.
- (d) A quantidade de cubinhos com exatamente duas faces coloridas de azul.
- (e) A quantidade de cubinhos com exatamente três faces coloridas de azul.
- (f) A quantidade de cubinhos com mais de três faces coloridas de azul.



**Exercício 11.**

- (a) Liste todos os subconjuntos de um conjunto  $\{a, b\}$  com dois elementos.
- (b) Liste todos os subconjuntos de um conjunto  $\{a, b, c\}$  com três elementos.
- (c) Considere agora um conjunto  $\{a, b, c, d\}$  com quatro elementos. Para listar todos os subconjuntos desse conjunto, observe que existem duas possibilidades: ou o subconjunto não contém o elemento  $d$ , e daí ele é um subconjunto de  $\{a, b, c\}$ , ou o subconjunto contém o elemento  $d$ , e daí ele é a união de um subconjunto de  $\{a, b, c\}$  com o conjunto  $\{d\}$ . Desta observação conclua que o conjunto  $\{a, b, c, d\}$ , de quatro elementos, possui o dobro de subconjuntos do conjunto  $\{a, b, c\}$ , de três elementos.
- (d) Conclua que um conjunto com  $n$  elementos possui  $2^n$  subconjuntos.

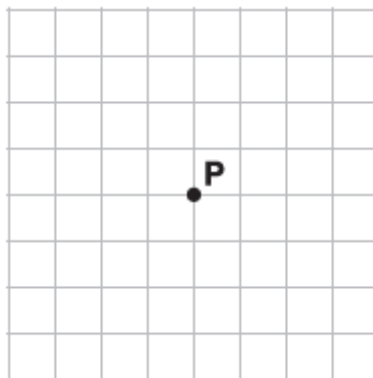
**Exercício 12. (OBMEP 2013 - N2Q4 – 2ª fase)** A assinatura geométrica de um número natural formado por algarismos diferentes de 0 é uma sequência de segmentos traçados sobre um quadriculado cujos quadradinhos têm 1 cm de lado. Os segmentos são traçados a partir de um ponto fixo P, para a direita, para baixo, para a esquerda, para cima, para a direita e assim por diante. O tamanho dos segmentos depende dos algarismos do número, como exemplificado a seguir.



Para

obter a assinatura geométrica do número 334524, traça-se um segmento de 3 cm para a direita a partir de P, outro de 3 cm para baixo, outro de 4 cm para a esquerda, outro de 5 cm para cima, outro de 2 cm para a direita e outro de 4 cm para baixo. Na figura, vemos as assinaturas geométricas dos números 123, 233411 e 334524.

- (a) Trace no quadriculado a assinatura geométrica do número 123456.



- (b) Quantos são os números de quatro algarismos que têm assinatura geométrica fechada, isto é, começando e terminando em P?
- (c) Quantos são os números de cinco algarismos que têm assinatura geométrica fechada?

