

Módulo de Métodos Sofisticados de Contagens

Permutação Circular

Segundo ano



1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Dois colares de pérolas serão considerados iguais se um deles puder ser obtido através de uma rotação do outro, como ilustra a figura 1.

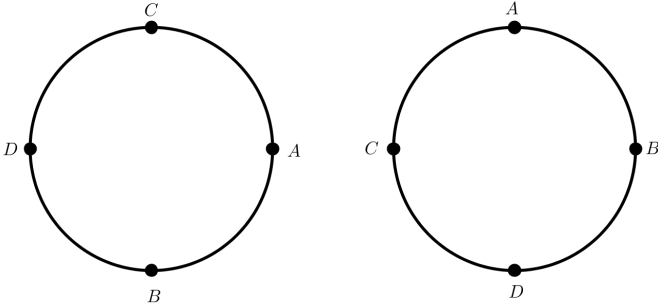


Figura 1: Colares Iguais.

De quantas formas 4 pérolas distintas (A , B , C e D) podem ser usadas para formar um colar circular?

Exercício 2. Um grupo de 6 pessoas, incluindo Nilton e Lucimar, decide jogar cartas com rodadas circulares. Após a vez de um jogador, o próximo a jogar é aquele que está à sua direita.

- Por questões estratégicas, Nilton decide se posicionar sempre imediatamente à direita de Lucimar. De quantas formas esses 6 jogadores podem sentar ao redor da mesa?
- Suponha que agora Nilton deseja ficar em qualquer um dos dois lado de Lucimar. A resposta anterior muda?

Comentário para professores: Esse é um bom momento para sugestionar em sala que identificar as seguintes estruturas pode simplificar os problemas:

- Bloco Rígido: agrupamento de símbolos sem permutação entre as respectivas posições.
- Bloco: agrupamento de símbolos com permutação entre as respectivas posições.

Exercício 3. De quantas maneiras 6 pessoas podem se sentar em torno de uma mesa circular?

Exercício 4. Um grupo 6 crianças decide brincar de ciranda dando as mãos e fazendo uma roda. Dentre elas estão Aline, Bianca e Carla que são muito amigas e querem sempre ficar juntas. Nessa condição, qual o número de rodas distintas que podem ser formadas?

Exercício 5. De quantos modos podemos formar uma roda com 7 crianças de modo que duas determinadas dessas crianças não fiquem juntas?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 6. De quantos modos 7 crianças, entre elas João e Maria, podem brincar de roda, ficando João sempre ao lado de Maria?

Exercício 7. Em uma brincadeira em um programa de TV, 6 casais devem se sentar em bancos arrumados de modo circular com a seguinte restrição: homens e mulheres devem se sentar de modo alternado, cada homem ao lado apenas de mulheres e vice-versa. De quantas maneiras esses casais podem se arrumar para a brincadeira?

Exercício 8. Fábio, Denise e Ledo vão brincar de roda, juntamente com outras 5 pessoas. De quantas formas essa roda poderá ser formada, de modo que os três fiquem juntos, mas com Denise entre Fábio e Ledo?

Exercício 9. Um grupo constituído por 4 casais se sentará em torno de uma mesa com 8 cadeiras. As pessoas sentarão de modo alternado divididas pelo seu gênero e, além disso, João e Maria estão brigados e não querem sentar-se lado a lado. Quantas arrumações diferentes poderão ser feitas com essas pessoas sentando-se nos lugares disponíveis?

Exercício 10. De quantos modos 5 meninos e 5 meninas podem formar um roda com as crianças dos mesmo sexo todas juntas?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 11. De quantas maneiras podemos dispor 5 casais e uma roda de modo que:

- cada mulher esteja ao lado do seu marido?
- cada mulher esteja ao lado do seu marido e pessoas do mesmo sexo não possam ficar juntas?

Exercício 12. De quantos modos 12 crianças podem ocupar seis bancos, com dois lugares cada, em uma roda gigante?

Exercício 13. Uma pirâmide pentagonal regular deve ser colorida, cada face com uma única cor, usando 6 cores distintas. De quantos modos isso pode ser feito?

Exercício 14. Quantos dados diferentes existem com a soma das faces opostas igual a 7?

Exercício 15. Uma pulseira deve ser cravejada com um rubi, uma esmeralda, um topázio, uma água-marinha, uma turmalina e uma ametista. De quantos modos isso pode ser feito supondo:

- que a pulseira tem fecho e um relógio engastado no fecho?
- que a pulseira tem fecho?

- c) que a pulseira não tem fecho e o braço só pode entrar na pulseira em um sentido?
- d) que a pulseira não tem fecho e o braço pode entrar na pulseira nos dois sentidos?

Exercício 16. As 8 faces de um prisma hexagonal regular devem ser pintadas, usando oito cores distintas, sem que haja repetição. De quantos modos isso pode ser feito?

Exercício 17. Dos 12 estudantes da uma turma, seis serão escolhidos para participar de um debate em uma mesa circular. José, Cléber, Márcia e Luíza só irão se forem juntos; de tal forma que Márcia e Luíza vão sentar lado a lado e o José e o Cléber nunca irão sentar lado a lado à mesa. De quantas maneiras distintas podem se sentar?