

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

# Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 14 de setembro de 2013

<b>Nome completo do aluno</b>						
[Grid for name]						
<b>Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)</b>						
[Grid for address]						
<b>Complemento</b>				<b>Bairro</b>		
[Grid for complement]				[Grid for neighborhood]		
<b>Cidade</b>				<b>UF</b>	<b>CEP</b>	
[Grid for city]				[Grid for UF]	[Grid for CEP]	
<b>Endereço eletrônico (email)</b>				<b>DDD</b>	<b>Telefone</b>	
[Grid for email]				[Grid for DDD]	[Grid for phone]	
<b>Assinatura</b>				<b>DDD</b>	<b>Telefone (outro)</b>	
[Grid for signature]				[Grid for DDD]	[Grid for phone]	

Visite nossas páginas na Internet:



[www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)



[www.facebook.com/obmep](http://www.facebook.com/obmep)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

### INSTRUÇÕES

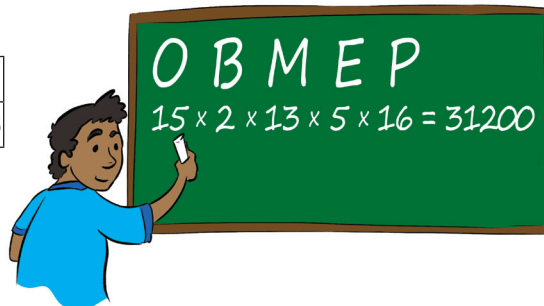
- Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
  - Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
  - Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
  - A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
  - A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
  - A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
  - Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
  - Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
  - Não escreva nos espaços sombreados.
  - Não é permitido:
    - o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    - o uso de quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.
- Boa prova!*

	1	2	3	4	5	6	Total
<b>Correção Regional</b>	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
<b>Correção Nacional</b>	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Cirilo associa a cada palavra um número, da seguinte maneira: ele troca cada letra por um número, usando a tabela abaixo e, em seguida, multiplica esses números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Por exemplo, o número associado à palavra MAR é  $13 \times 1 \times 18 = 234$ .



a) Qual é o número associado à palavra CABIDE?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Escreva uma palavra com quatro letras cujo número associado seja 455.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que não existe uma palavra cujo número associado seja 2013.

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Nacional

2. Uma *pilha numerada* é formada por tijolos com números de 1 a 9 empilhados em camadas, como nas figuras, de modo que o número em um tijolo é a diferença entre o maior e o menor dos números dos tijolos nos quais ele se apoia.



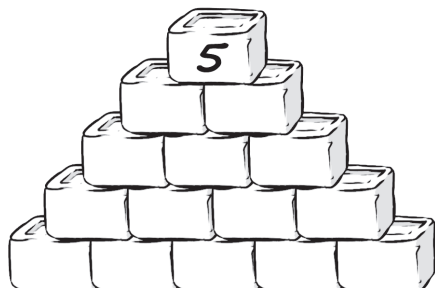
A ilustração mostra duas pilhas numeradas, uma com duas camadas e outra com quatro camadas.

a) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de quatro camadas com o número 2 no tijolo do topo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de cinco camadas com o número 5 no tijolo do topo.



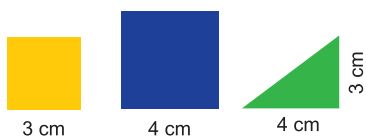
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que não é possível construir uma pilha numerada com seis camadas que tenha o número 5 no tijolo do topo.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

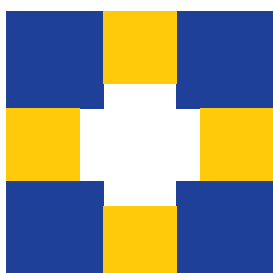


3. Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 cm, quadrados azuis de lado 4 cm e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 cm e 4 cm, como mostrado à esquerda. Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono à direita.



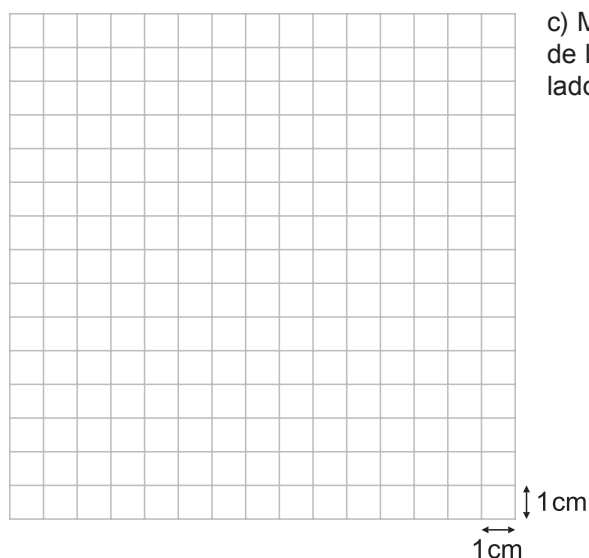
a) Qual é a área do hexágono que Dafne formou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



b) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior. Qual é a área do buraco?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



c) Mostre como Dafne pode preencher, sem deixar buracos, um quadrado de lado 15 cm com suas peças, sendo apenas uma delas um quadrado de lado 3 cm.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

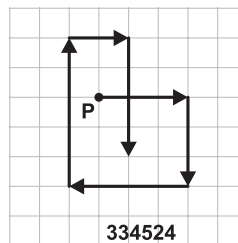
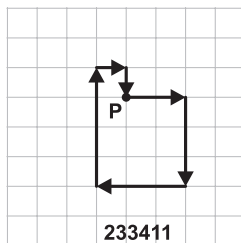
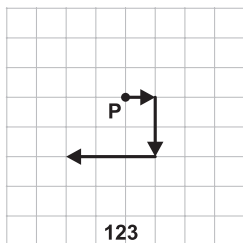
d) Explique por que Dafne não pode preencher um quadrado de lado 15 cm sem usar pelo menos um quadrado de lado 3 cm.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

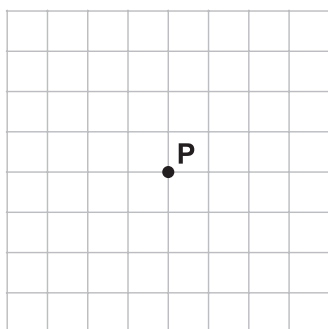
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. A assinatura geométrica de um número natural formado por algarismos diferentes de 0 é uma sequência de segmentos traçados sobre um quadriculado cujos quadradinhos têm 1 cm de lado. Os segmentos são traçados a partir de um ponto fixo **P**, para a direita, para baixo, para a esquerda, para cima, para a direita e assim por diante. O tamanho dos segmentos depende dos algarismos do número, como exemplificado a seguir.



Para obter a assinatura geométrica do número 334524, traça-se um segmento de 3 cm para a direita a partir de **P**, outro de 3 cm para baixo, outro de 4 cm para a esquerda, outro de 5 cm para cima, outro de 2 cm para a direita e outro de 4 cm para baixo. Na figura, vemos as assinaturas geométricas dos números 123, 233411 e 334524.



a) Trace no quadriculado a assinatura geométrica do número 123456.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantos são os números de quatro algarismos que têm assinatura geométrica fechada, isto é, começando e terminando em **P**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Quantos são os números de cinco algarismos que têm assinatura geométrica fechada?

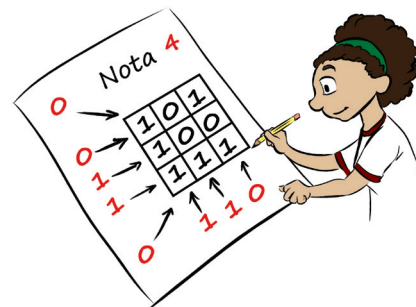
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Helena brinca com tabuleiros  $3 \times 3$ , preenchidos com os algarismos 0 ou 1, da seguinte maneira:

- ela atribui o número 0 a cada linha, coluna ou diagonal cuja soma de seus algarismos seja par e o número 1 a cada linha, coluna ou diagonal para a qual essa soma seja ímpar;
- em seguida, ela calcula a *nota* do tabuleiro, que é a soma dos números que ela atribuiu.



Por exemplo, a nota do tabuleiro na ilustração é  $0 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 4$ .

a) Qual é a nota do tabuleiro abaixo?

0	0	1
1	1	1
0	0	0

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Preencha os tabuleiros abaixo de quatro maneiras diferentes e de modo que todos tenham nota 8.





Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

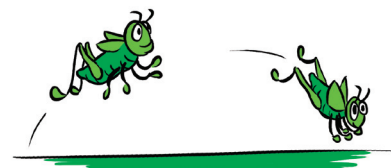
c) Explique por que, quando se troca o número de um dos cantos de um tabuleiro de nota ímpar, sua nota torna-se par.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) De quantas maneiras diferentes um tabuleiro pode ser preenchido de modo que sua nota seja ímpar?

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	TOTAL

6. Dois grilos, Adonis e Basílio, pulam sempre para a frente; Adonis só dá pulos de 1 cm ou 8 cm e Basílio só dá pulos de 1 cm ou 7 cm. Eles percorrem qualquer distância com o menor número de pulos possível. Por exemplo, Adonis percorre 16 cm com apenas dois pulos de 8 cm cada, enquanto Basílio precisa de quatro pulos, sendo dois de 7 cm e outros dois de 1 cm. Por outro lado, para percorrer 15 cm, Adonis precisa de oito pulos, sendo um de 8 cm e sete de 1 cm, enquanto Basílio precisa de apenas três pulos, sendo dois de 7 cm e um de 1 cm.



Indicando por  $A(d)$  e  $B(d)$ , respectivamente, o número de pulos que Adonis e Basílio dão para percorrer  $d$  centímetros, temos  $A(15) = 8$ ,  $B(15) = 3$ ,  $A(16) = 2$  e  $B(16) = 4$ .

a) Complete a tabela abaixo.

$d$ : distância em cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$A(d)$ : número de pulos de Adonis	1	2													8	2
$B(d)$ : número de pulos de Basílio	1	2													3	4

Correção Regional

Correção Nacional

b) Encontre um número  $d$  entre 200 e 240 tal que  $B(d) < A(d)$  (isto é, encontre uma distância entre 200 cm e 240 cm tal que, para percorrê-la, Basílio dá menos pulos do que Adonis).

Correção Regional

Correção Nacional

c) Encontre o maior número  $d$  tal que  $B(d) = A(d)$ .

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

RASCUNHO

Operacionalização: