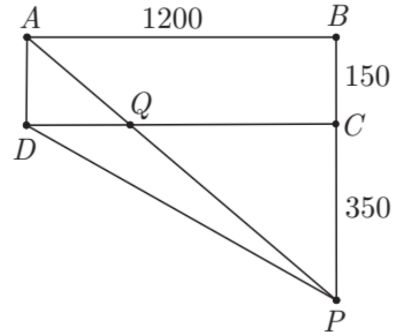
Exercícios Sugeridos

201. ***Cálculo de segmentos*** – As medidas do retângulo $ABCD$ são de 1 200 por 150 m. Além disso, P está no prolongamento do lado BC e dista 350 m de C. Determine as medidas de AP, PQ, PD, CQ e DP.



201. ***Cálculo de segmentos*** – O triângulo $\triangle ABP$ é retângulo com catetos $AB = 1\,200$ e $BP = 150 + 350 = 500$. Pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$AP^2 = 1\,200^2 + 500^2 = (144 + 25) \times 10^4 = 169 \times 10^4 = (13 \times 10^2)^2\,,$$

de modo que $AP = 13 \times 10^2 = 1\,300$ m. Analogamente, considerando o triângulo retângulo $\triangle PCD$, temos

$$DP^2 = 350^2 + 1\,200^2 = (7^2 + 12^2 \times 2^2)(5^2 \times 10^2) = 25^2 \times 50^2,$$

donde $DP = 1\,250$ m. Os triângulos $\triangle PCQ$ e $\triangle PBA$ são retângulos com um ângulo em comum, logo são semelhantes e segue que

$$\frac{PQ}{PA} = \frac{PC}{PB} = \frac{CQ}{AB}\,.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos

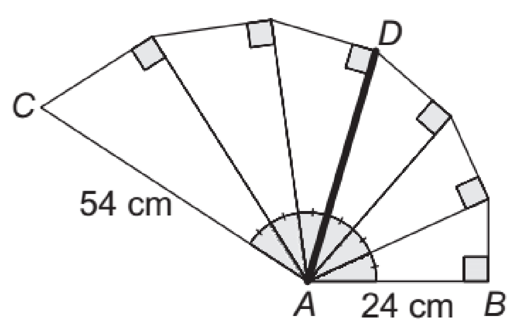
$$\frac{PQ}{1\,300} = \frac{350}{500} = \frac{CQ}{1\,200}\,.$$

Assim,

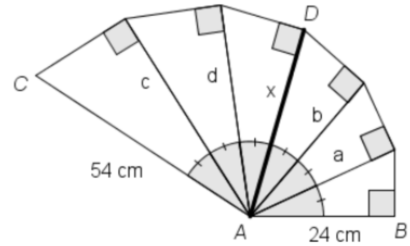
$$PQ = \frac{350 \times 1\,300}{500} = 910\,\text{m} \quad \text{e} \quad CQ = \frac{350 \times 1\,200}{500} = 840\,\text{m}.$$

14. Os seis triângulos da figura são retângulos e seus ângulos com vértice no ponto *A* são iguais. Além disso, *AB* = 24 cm e *AC* = 54 cm. Qual é o comprimento de *AD*?

A) 30 cm
B) 34 cm
C) 36 cm
D) 38 cm
E) 39 cm



QUESTÃO 14
ALTERNATIVA C



Vamos denotar as hipotenusas dos triângulos retângulos que aparecem na figura por *a*, *b*, *x*, *d* e *c*, como na figura; nosso objetivo é achar $x = AD$.

Os seis triângulos retângulos são semelhantes, pois têm em comum o ângulo de vértice *A*. Logo

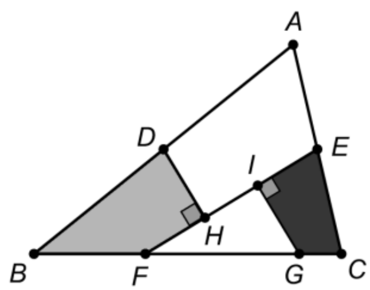
$$\frac{24}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{x} = \frac{x}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{54}$$

Multiplicando os três primeiros termos acima e, separadamente, os três últimos, obtemos $\frac{24}{x} = \frac{x}{54}$. Logo $x^2 = 24 \times 54 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3^3 = 2^4 \times 3^4 = 4^2 \times 9^2 = 36^2$, donde $x = 36$ cm.

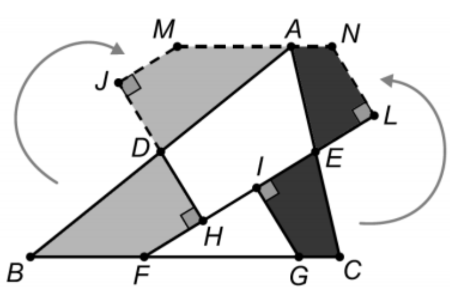
Alternativamente, seja $\lambda = \frac{24}{a}$. Multiplicando os seis termos da sequência de igualdades acima, obtemos $\lambda^6 = \frac{24}{54} = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$, donde $\lambda^3 = \frac{2}{3}$. Por outro lado, $\lambda^3 = \frac{24}{a} \times \frac{a}{b} \times \frac{b}{x} = \frac{24}{x}$ e obtemos $\frac{24}{x} = \frac{2}{3}$, donde $x = 36$ cm.

36 *Um triângulo em quatro partes*

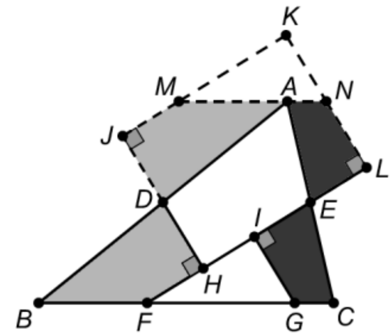
Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo *ABC* dividido em quatro partes; nesses triângulos, *D* é ponto médio de *AB*, *E* é ponto médio de *AC* e *FG* mede $\frac{1}{2}BC$.



a) Os quadriláteros *DJMA* e *ELNA* são obtidos girando de 180° os quadriláteros *DHFB* e *EIGC* em torno de *D* e *E*, respectivamente. Explique por que os pontos *M*, *A* e *N* estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo $M\hat{A}N$ é igual a 180°.



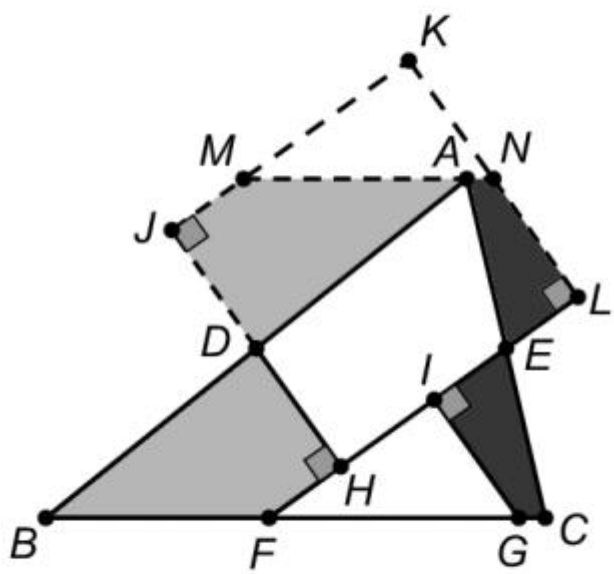
b) Na figura abaixo, o ponto K é a interseção das retas JM e LN. Explique por que os triângulos FGI e MNK são congruentes.



Os itens acima mostram que $HJKL$ é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo ABC foi dividido.

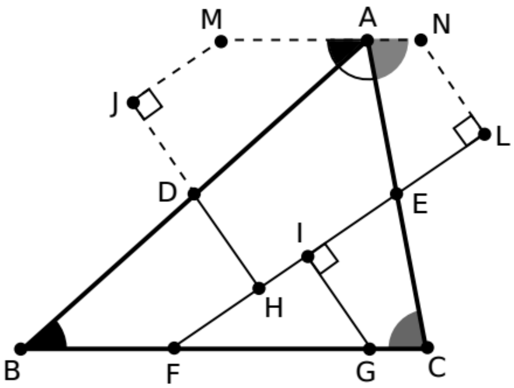
c) Mostre que $LH = EF$.

d) Na figura abaixo o triângulo ABC tem área 9 e $HJKL$ é um quadrado. Calcule o comprimento de EF.



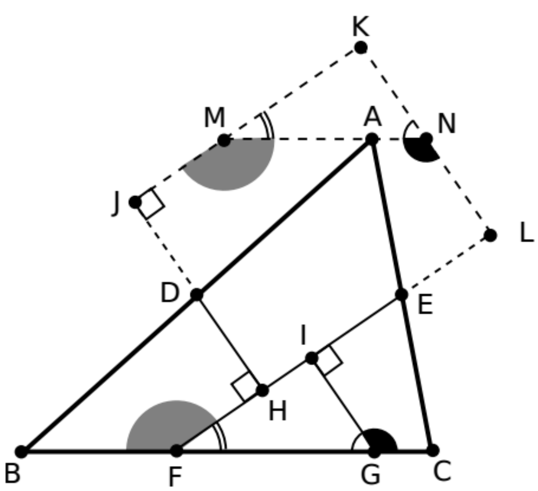
36 *Um triângulo em quatro partes* – *Solução*

a) 1ª *solução*: Na figura a seguir marcamos, em preto, o ângulo em B do triângulo ABC e o ângulo correspondente no polígono $AMJD$; em cinza, marcamos o ângulo em C do triângulo ABC e o ângulo correspondente do polígono $AELN$. Podemos observar na parte superior da figura que o ângulo MAN é a soma desses dois ângulos com o ângulo em A do triângulo ABC; como a soma dos ângulos internos de um triângulo é $180°$, segue que $MAN = 180°$. Logo, M, A e N estão alinhados.

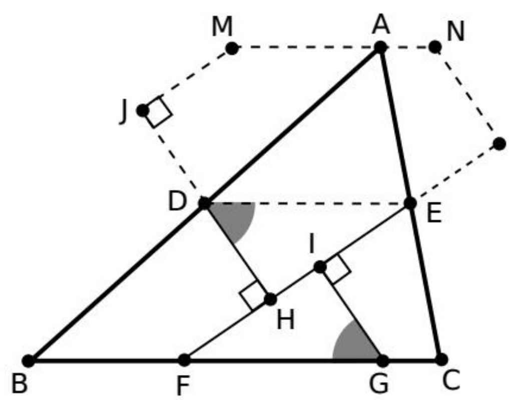


2ª *solução*: Observamos primeiro que AM é paralelo a BF, pois ele é obtido de BF por meio de uma rotação de $180°$; do mesmo modo, AN é paralelo a CG. Como BF e CG estão na mesma reta suporte e AM e AN têm o ponto A em comum, segue que os pontos M, A e N estão alinhados.

b) Na figura abaixo os ângulos marcados em cinza são congruentes, assim como os ângulos marcados em preto. Segue que os ângulos marcados em branco com traço duplo também são congruentes, pois são ambos suplementos do ângulo vermelho; do mesmo modo, os ângulos em branco com traço simples são também congruentes. Notamos agora que $MN = MA + AN = BF + CG = BC - FG = 2FG = FG = FG$. Segue, pelo critério *ângulo-lado-ângulo*, que os triângulos FGI e MNK são congruentes.



c) Na figura abaixo traçamos a base média DE do triângulo ABC. O teorema da base média nos diz que DE é paralelo a BC e que $DE = \frac{1}{2}BC = FG$. Segue que os triângulos FGI e EHD são congruentes, pois são retângulos, tem os ângulos cinzas congruentes (pois são agudos de lados paralelos) e hipotenusas congruentes. Em particular, temos $FI = EH$, donde $FH = FI - HI = EH - HI = EI$. Logo $LH = LE + EI + IH = FH + HI + IE = EF$.



d) A área do quadrado $HJKL$ é igual à área do triângulo ABC, que é 9; logo o lado do quadrado mede 3. Em particular, $LH = 3$ e segue do item anterior que $EF = 3$.

AMBIENTE VIRTUAL

8º ANO

Módulo:

Elementos Básicos de Geometria Plana – Parte 1

Prof. Marcos Paulo

Congruência de triângulos e aplicações

http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=17

Vídeos para assistir:

Congruência de triângulos
Caso de congruência LLL
Casos de congruência LAL e ALA

9º ANO

Módulo:

Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales

Prof. Gustavo Adolfo

Semelhança entre Figuras e Polígonos

http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=10

Vídeos para assistir:

Aplicações do Teorema de Tales
Prova do Teorema de Tales
Semelhança de Triângulos
Resolução de Exercícios: Semelhança de Triângulos – Parte 1
Resolução de Exercícios: Semelhança de Triângulos – Parte 2
Resolução de Exercícios: Semelhança de Triângulos – Parte 3