

AULA 06: CONTAGEM – PROBABILIDADE.

- Textos para estudo:

- Capítulos 2 e 3 da Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

- Material Teórico do Portal da Matemática “Módulo Introdução à Probabilidade – O que é probabilidade? – Parte 1”, Fabrício Siqueira Benevides.

http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/c2fd8cb3r7woo.pdf

- Vídeo aulas do Portal da Matemática:

1) 2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “Introdução à Probabilidade”

<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=46>

- Vídeo aulas:

“Probabilidade – Introdução – Parte 01”,

“Probabilidade Introdução – Parte 02”,

“Probabilidade – Introdução – Parte 03”,

“Probabilidade – Probabilidade em espaço amostral finito e equiprovável”,

“Probabilidade – Exercícios – Parte 01”,

“Probabilidade – Exercícios – Parte 02”, “Probabilidade – Exercícios – Parte 03”,

“Probabilidade – Ferramentas Básicas – Parte 01”,

“Probabilidade – Ferramentas Básicas – Parte 02”,

“Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 01”,

“Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 02”,

“Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 03”,

“Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 04”.

2) Tópicos Adicionais – Módulo: “Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC”

<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=69>

- Vídeo aulas:

“Aula 14 – Probabilidade”,

“Aula 15 – Resolução de Exercícios: Probabilidade”,

“Aula 16 – Resolução de Exercícios: Probabilidade”.

- Exercícios:

- I. **Só bala** – Há 1 002 balas de banana e 1 002 balas de maçã numa caixa. Lara tira, sem olhar o sabor, duas balas da caixa. Se q é a probabilidade de as duas

balas serem de sabores diferentes e p é a probabilidade de as duas balas serem do mesmo sabor, qual é o valor de $q - p$?

- (a) 0 (b) $\frac{1}{2004}$ (c) $\frac{1}{2003}$ (d) $\frac{2}{2003}$ (e) $\frac{1}{1001}$

- II. Manuel é um matemático que gosta de jogos de cartas. Ele encontra os irmãos Jonas e Jonatan durante uma viagem de ônibus e propõe um jogo. Serão usados apenas os quatro ases do baralho, o de copas e o de ouros são vermelhos enquanto o de espadas e o de paus são pretos.

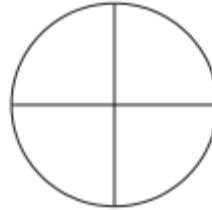


Manuel será o banco e os dois irmãos, um de cada vez, apostarão 1 real contra ele em cada rodada. As cartas são postas viradas com face para baixo. Jonas escolhe uma carta e Jonatan a vira para cima. Jonas escolhe mais uma carta e Jonatan novamente a vira. Se as duas cartas tiverem a mesma cor, então Jonas ganha 1 real de Manuel. Caso contrário, Manuel ganha 1 real de Jonas. Em seguida, Jonas e Jonatan trocam de posição e o jogo segue. Veja que Manuel não mexe nas cartas, por isto não pode manipular o jogo. Jonatan pensa um pouco e conclui que tem probabilidade de $\frac{2}{3}$ de vencer, pois os resultados são apenas duas cartas vermelhas, duas pretas ou uma vermelha e uma preta. Será mesmo?

- (a) Jonas já participou de olimpíadas de matemática e decidiu tomar mais cuidado. Ele decidiu analisar este jogo usando uma árvore de possibilidades. Como ficaria a árvore de possibilidades de Jonas?
- (b) Considerando os resultados da árvore do item anterior, qual a probabilidade de Manuel vencer cada rodada do jogo?
- III. (FUVEST). Numa urna são depositados n etiquetas, numeradas de 1 a n . Três etiquetas são sorteadas sem repetição. Qual a probabilidade de os números sorteados serem consecutivos.
- IV. Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernardo, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.
- (a). Faça uma lista de todas as possíveis escolhas (use a inicial de cada nome, para facilitar). Organize a sua lista do seguinte modo: primeiro, escreva todas as possibilidades em que Alice é a presidente, depois aquelas em que Bernardo é presidente, e assim por diante.

(b). Usando agora o princípio multiplicativo, ache quantas são as escolhas possíveis de líder e vice-líder em que os alunos têm sexos diferentes.

- V. Supondo que as mesmas 6 cores estejam disponíveis, de quantos modos pode-se pintar o símbolo abaixo de modo que quadrantes adjacentes não tenham a mesma cor (quadrantes opostos podem ter a mesma cor)?



- VI. De um baralho comum de 52 cartas, sacam-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. De quantos modos isso pode ser feito se a primeira carta deve ser de copas, e a segunda não deve ser um rei?
- VII. Cinco dados são jogados simultaneamente. Determine a probabilidade de se obter:
- (a) um par;
 - (b) dois pares;
 - (c) uma trinca;
 - (d) uma quadra;
 - (e) uma quina;
 - (f) uma sequência;
 - (g) um full hand, isto é, uma trinca e um par.
- VIII. Sejam $I_m = \{1, 2, \dots, m\}$ e $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$, com $m \geq n$. Quantas são as funções $f : I_m \rightarrow I_n$ estritamente crescentes? E não decrescentes?