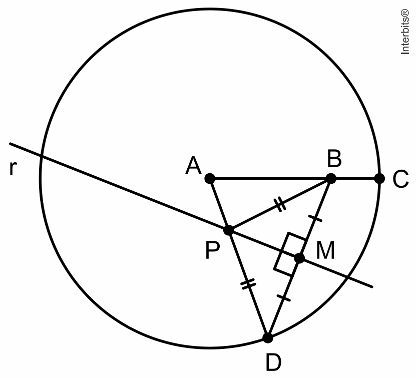
Gabarito:

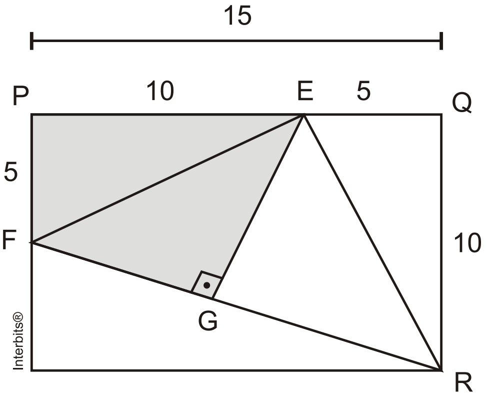
Resposta da questão 1:
[D]

Considere a figura, em que M é o ponto médio de BD.



Os triângulos BPM e DPM são congruentes por LAL, pois $\overline{MB} = \overline{MD}$, MP é lado comum e $BMP \equiv DMP$. Daí, temos $\overline{BP} = \overline{DP}$ e, portanto, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AC} = 5 + 2 = 7$.

Resposta da questão 2:
[C]



$\Delta PEF \cong \Delta QRE \, (l.A.L)$

$\Delta PEF \cong \Delta QRE \, (H.C.)$

$\log o \quad \mathrm{A} = \frac{1}{2}.A_{PFQR}$

$A = \frac{1}{2}.\frac{(10+5).15}{2}$

$A = 56{,}25$

Resposta da questão 3:
[B]

Resposta da questão 4:
$\overline{AB} \approx \overline{BD}$

$\overline{AC} \approx \overline{CD}$

BC é comum
então (LLL):

Δ ABC ≈ Δ DBC

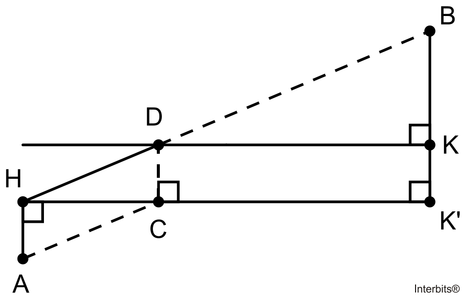
logo $\hat{A} \approx \hat{C}$

Resposta da questão 5:
[C]

Sendo $DE \parallel BC$, tem-se que os triângulos ABC e ADE são semelhantes por AA. Portanto, segue que

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{4}{12} = \frac{x}{y} \Leftrightarrow y = 3x.$$

Resposta da questão 6:
Considere a figura.



O trajeto $ACDB$ tem comprimento mínimo quando B, D e H são colineares. Com efeito, se D' é um ponto da reta $\overleftrightarrow{DK}$ e C' é o pé da perpendicular baixada de D' sobre a reta $\overleftrightarrow{HK'}$, então, pela Desigualdade Triangular, $\overline{BD'} + \overline{D'H} = \overline{BD'} + \overline{AC'} > \overline{BD} + \overline{DH} = \overline{BH}.$

Portanto, como os triângulos BDK e DHC são semelhantes por AA, segue-se que

$$\begin{aligned} \frac{\overline{DK}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{BK}}{\overline{CD}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{DK}}{18 - \overline{DK}} = \frac{5}{2{,}5} \\ &\Leftrightarrow \overline{DK} = 12\,\text{km}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 7:

a) Supondo que $CAB \equiv BED = 90°$, é fácil ver que os triângulos ABC e EBD são semelhantes por AA. Desse modo, temos

$$\begin{aligned} \frac{\overline{AC}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}} &\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{24}{2{,}5} \\ &\Leftrightarrow x = 19{,}2\text{ m}. \end{aligned}$$

b) Queremos mostrar que $\overline{BM} = 2 \cdot \overline{ME}.$

De fato, sabendo que D e E são pontos médios de AB e AC, respectivamente, tem-se que DE é base média do triângulo ABC e, portanto, $\overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC}$ e $DE \parallel BC.$ Em consequência, os triângulos DEM e BCM são semelhantes por AA. Daí,

$$\frac{\overline{BM}}{\overline{ME}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \Rightarrow \frac{\overline{BM}}{\overline{ME}} = \frac{\overline{BC}}{\frac{1}{2}\cdot\overline{BC}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{BM} = 2\cdot\overline{ME}.$$

Resposta da questão 8:

a) Por semelhança de triângulos:

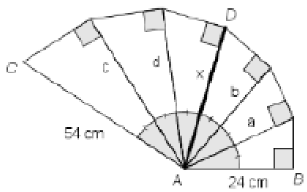
$$\frac{CF}{AC} = \frac{EF}{AB} \rightarrow \frac{CF}{CF+AF} = \frac{EF}{AB} \rightarrow \frac{CF}{CF+3} = \frac{1,8}{4,5} \rightarrow 1,8CF + 5,4 = 4,5CF \rightarrow CF = 2\text{ m}$$

b) Por trigonometria:

$$\cos 20° = \frac{AD}{AC} \rightarrow \cos 20° = \frac{AD}{AF+CF} \rightarrow 0,94 = \frac{AD}{5} \rightarrow AD = 4,7\text{ m}$$

Resposta da questão 9:

ALTERNATIVA C



Vamos denotar as hipotenusas dos triângulos retângulos que aparecem na figura por a, b, x, d e c, como na figura; nosso objetivo é achar $x = AD$.

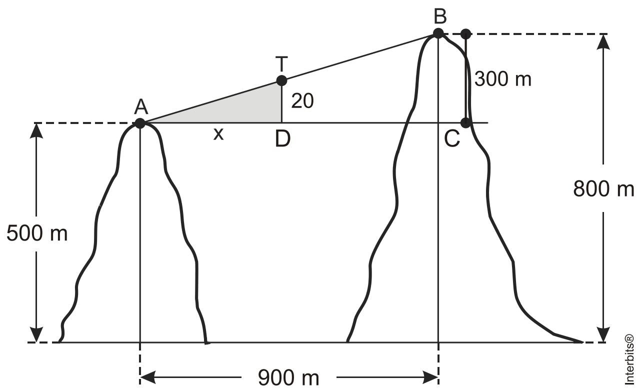
Os seis triângulos retângulos são semelhantes, pois têm em comum o ângulo de vértice A. Logo

$$\frac{24}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{x} = \frac{x}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{54}$$

Multiplicando os três primeiros termos acima e, separadamente, os três últimos, obtemos $\frac{24}{x} = \frac{x}{54}$. Logo $x^2 = 24 \times 54 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3^3 = 2^4 \times 3^4 = 4^2 \times 9^2 = 36^2$, donde $x = 36$ cm.

Alternativamente, seja $\lambda = \frac{24}{a}$. Multiplicando os seis termos da sequência de igualdades acima, obtemos $\lambda^6 = \frac{24}{54} = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$, donde $\lambda^3 = \frac{2}{3}$. Por outro lado, $\lambda^3 = \frac{24}{a} \times \frac{a}{b} \times \frac{b}{x} = \frac{24}{x}$ e obtemos $\frac{24}{x} = \frac{2}{3}$, donde $x = 36$ cm.

Resposta da questão 10:



a) $\Delta ATD \sim \Delta ABC : \frac{x}{900} = \frac{20}{300} \Rightarrow x = 60\text{ m}.$

b) $AB = \sqrt{(300)^2 + (900)^2} = 300\sqrt{10}$

Sendo t o tempo para o televérico ir de A até B, temos:

$300\sqrt{10} = 1,5.t \Rightarrow t = 200\sqrt{10}.$

Resposta da questão 11:

$\Delta_1 \sim \Delta_2 \sim \Delta_3$

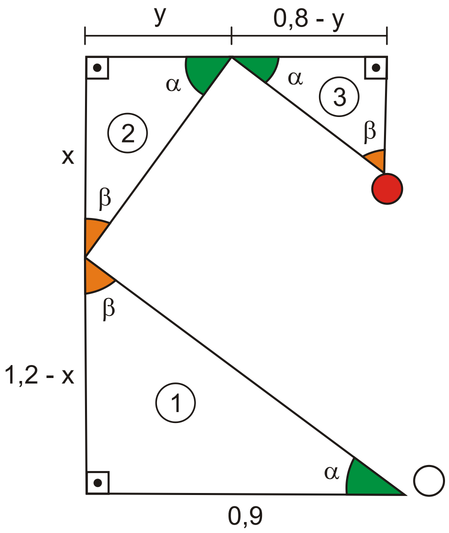
$$\frac{1,2-x}{0,9}=\frac{x}{y}=\frac{0,4}{0,8-y}$$

Aplicando a propriedade da proporção
Nas duas últimas razões:

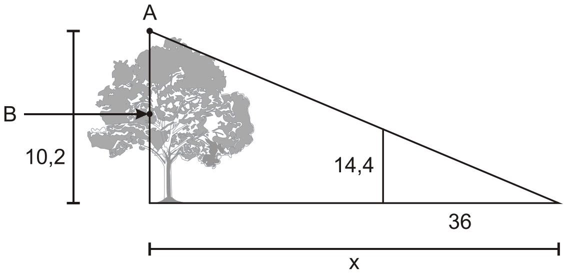
$$\frac{1,2-x}{0,9}=\frac{x+0,4}{y+0,8-y}$$

$$\frac{1,2-x}{0,9}=\frac{x+0,4}{0,8}$$

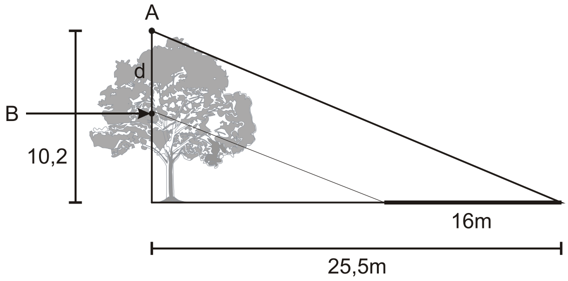
Resolvendo temos: x = 6/17
Resposta x = 6/17 m



Resposta da questão 12:
Cálculo da medida da sombra da árvore.



$$\frac{10,2}{x}=\frac{14,4}{36} \Leftrightarrow x = 25,5m$$

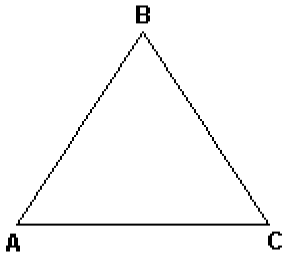


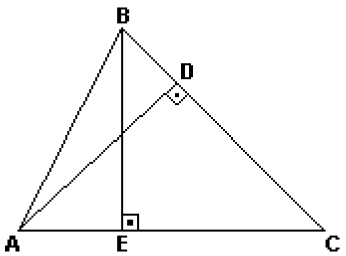
Aplicando teorema de Tales, temos:

$$\frac{d}{10{,}2} = \frac{16}{255} \Leftrightarrow d = 6{,}4m$$

Resposta da questão 13:

a) Considere a figura:





Como m(BEC) = m(ADC) e m(ECB) = m(ACD), segue que os triângulos ADC e BEC são semelhantes por AAA.

b) Do item (a), segue que

DC/EC = AD/BE= AC/BC.

Logo, como m(DCE) = m(ACB) e DC/AC = EC/BC, os triângulos ABC e DEC são semelhantes por LAL.

Resposta da questão 14:

a) $2\sqrt{3}$ U. área

b) $6\sqrt{3}$ U. comprimento

Resposta da questão 15:

[A]

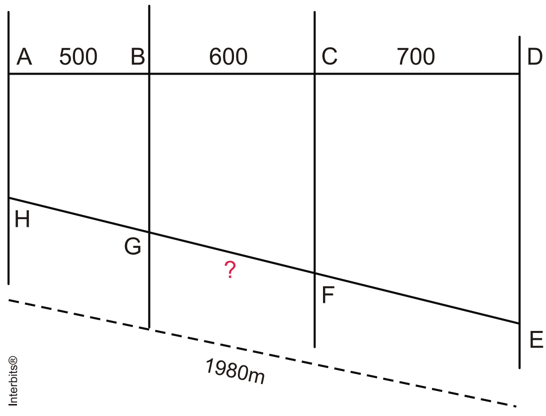
Utilizando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{a}{18}=\frac{b}{24}=\frac{c}{33}=\frac{a+b+c}{18+24+33}$$
$$\frac{a}{18}=\frac{b}{24}=\frac{c}{33}=\frac{100}{75}$$

Portanto, a = 24, b = 32 e c = 44.

Resposta da questão 16:

[B]

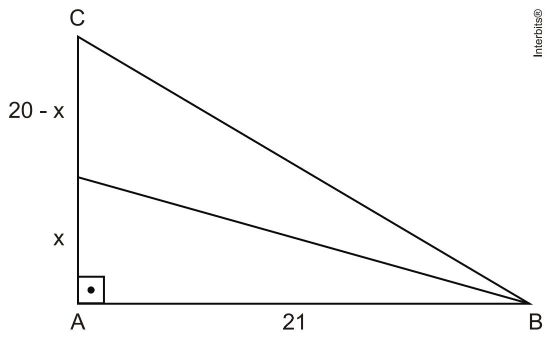


Utilizando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{GF}{1980}=\frac{600}{1800}\Rightarrow\frac{GF}{1980}=\frac{1}{3}\Rightarrow GF=660\text{ m}$$

Resposta da questão 17:

[A]



Admitindo $AD = x$.

$BC^2 = 20^2 + 21^2 \Rightarrow BC = 29$

Utilizando o teorema da bissetriz interna, temos:

$$\frac{21}{x} = \frac{29}{20 - x} \Rightarrow x = \frac{42}{5}$$

Logo, $AD = \frac{42}{5}$.

Resposta da questão 18:

a) 300 m

b) 9,9 min ou 9 min 54 seg

Resposta da questão 19:

Cálculo de segmentos – O triângulo $\triangle ABP$ é retângulo com catetos $AB = 1\,200$ e $BP = 150 + 350 = 500$. Pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$AP^2 = 1\,200^2 + 500^2 = (144 + 25) \times 10^4 = 169 \times 10^4 = (13 \times 10^2)^2,$$

de modo que $AP = 13 \times 10^2 = 1\,300$ m. Analogamente, considerando o triângulo retângulo $\triangle PCD$, temos

$$DP^2 = 350^2 + 1\,200^2 = (7^2 + 12^2 \times 2^2)(5^2 \times 10^2) = 25^2 \times 50^2,$$

donde $DP = 1\,250$ m. Os triângulos $\triangle PCQ$ e $\triangle PBA$ são retângulos com um ângulo em comum, logo são semelhantes e segue que

$$\frac{PQ}{PA} = \frac{PC}{PB} = \frac{CQ}{AB}.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\frac{PQ}{1\,300} = \frac{350}{500} = \frac{CQ}{1\,200}.$$

Assim,

$$PQ = \frac{350 \times 1\,300}{500} = 910\,\text{m} \quad \text{e} \quad CQ = \frac{350 \times 1\,200}{500} = 840\,\text{m}.$$