

## Resposta da Atividade Virtual OBMEP 2016

**Aluna:** Mariana Marques Ferreira

**1)a)** O ponto de partida é o ponto A e o ponto de chegada é o ponto B.

**1)b)** Partida ponto A Chegada ponto D.

**1)c)** Como está pista podemos realizar corridas de todos os tipos de extensão, como 13 km corresponde a uma volta completa na pista e com a distância entre os postos podemos fazer combinações para os números menores que 13. E com isto poderemos confirmar que na pista podemos realizar corridas de todos os tipos de extensão porque a divisão de qualquer número que pertença ao conjunto dos naturais dividindo 13 poderá deixar resto 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 o que é possível realizar qual corrida de diferentes valores.

Correção: 1 - C

---

**OBS:** Você está certa, mas poderia ter organizado melhor sua resposta, pois, faltou uma melhor organização das ideias. Mas **sua resposta foi boa.**

✓ Outra maneira de resolver essa questão:

Podemos representar as corridas, cuja extensão da pista seja menor que 13 como mostra a tabela abaixo:

Extensão em km	Posto de Partida	Posto de Chegada
1	A	B
2	B	C
3	A	C
4	D	A
5	D	B
6	C	D
7	D	C
8	B	D
9	A	D
10	C	A
11	C	B
12	B	A
13	Qualquer um	O mesmo de partida

A partir dessa tabela podemos concluir que é possível realizar corridas cuja extensão é qualquer número inteiro maior que 13. Para isso temos duas possibilidades:

1ª possibilidade - A extensão é múltiplo de 13: neste caso a corrida termina no mesmo posto que começou.

2ª possibilidade – A extensão não é múltiplo de 13: neste caso o resto da divisão por 13 é um dos números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. (do ponto de vista matemático este caso expressa o algoritmo da divisão euclidiana dos números inteiros). E para cada um desses restos como dito anteriormente é possível realizar a corrida.

Portanto a qualquer número inteiro de quilômetros percorrido na pista é possível realizar a corrida.

2)a)

Fernando	Isaura	<b>Ímpar</b> →	Fernando	Isaura	<b>Ímpar</b> →	Fernando	Isaura	<b>Par</b> →	Fernando	Isaura
128	128		192	64		224	32		112	144
		1ª jogada			2ª Jogada			3ª jogada		

2)b) Na última jogada saiu Par.

2)c) Par → Ímpar → Par → Par → Ímpar → Ímpar → Par

Fernando	Isaura	<b>Par</b> →	Fernando	Isaura	<b>Ímpar</b> →	Fernando	Isaura	<b>Par</b> →	Fernando	Isaura
128	128		64	192		160	96		80	176
		1ª jogada			2ª Jogada			3ª jogada		

<b>Par</b> →	Fernando	Isaura	<b>Ímpar</b> →	Fernando	Isaura	<b>Ímpar</b> →	Fernando	Isaura	<b>Par</b> →	Fernando	Isaura
	40	216		148	108		202	54		101	155
4ª jogada			5ª jogada			6ª Jogada			7ª jogada		

2)d) Qualquer jogada acabara com 7 jogadas porque no início do jogo cada jogador inicia o jogo com 128 palitos e 128 dividindo por 2 até que o ultimo quociente seja 1 dará  $128 = 2^7 + 1$  e isto é preciso de 7 jogada para que a depois destas jogas dar um numero impar para os dois jogadores.

3)a)  $37 \rightarrow 38 \rightarrow 19 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

3)b)  $16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

$6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

$7 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

3)c) Existe 5 sequência de comprimento 6, que 3 delas é par e duas ímpar.

Existe 8 sequências de comprimento 7, que 5 delas é par e as outras 3 é impar.

3)d) Existe 600 sequências de comprimento 16, que 377 delas são pares e as 233 são 233.

**OBS:** Faltou justificar as respostas, ou seja, mostrar os cálculos. Como você fez na letra B.

✓ **Solução:**

Comprimento 6:

Sequência Par:

12 → 6 → 3 → 4 → 2 → 1

14 → 7 → 8 → 4 → 2 → 1

32 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

Sequência Impar:

5 → 6 → 3 → 4 → 2 → 1

15 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

Existe um total de 5 sequências de comprimento 6. Sendo três pares e duas ímpares.

Comprimento 7:

Sequência Par:

10 → 5 → 6 → 3 → 4 → 2 → 1

24 → 12 → 6 → 3 → 4 → 2 → 1

28 → 14 → 7 → 8 → 4 → 2 → 1

30 → 15 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

64 → 32 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

Sequência Impar:

11 → 12 → 6 → 3 → 4 → 2 → 1

13 → 14 → 7 → 8 → 4 → 2 → 1

31 → 32 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

Existe um total de 8 sequências de comprimento 7. Sendo cinco sequências pares e três sequências ímpares.

---

**Obs.** A justificativa não ficou explícita.

Solução:

As 144 sequências ímpares de comprimento quinze vão gerar 144 sequências pares de comprimento dezesseis: já as 233 sequências pares de comprimento 15 vão gerar 233 sequências pares de comprimento 16 e 233 sequências ímpares de comprimento 16. Assim temos 233 sequências ímpares de comprimento dezesseis e 337 (144+233) sequências de comprimento 16.

Portanto temos um total  $337$  (sequências pares) +  $233$  (sequências ímpares) =  $610$  sequências.