	LISTA 01 – PARIDADE
	PROF: Isabela Ribeiro Brosco
	18/06/2016
	Aluno(a):

01) Qual é o valor da soma $1 + 2 + 3 + \dots + 2014 + 2015 + 2016$? Esta soma é par ou é ímpar?

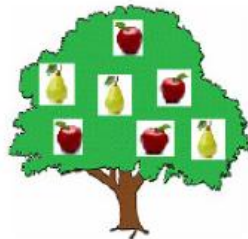
02) Qual é a soma dos múltiplos de 3 entre 1 e 301. Esta soma é par ou é ímpar?

03) Qual é o valor da soma $71 + 72 + 73 + \dots + 169 + 170 + 171$? Esta soma é par ou é ímpar?

04) Qual é a soma dos múltiplos de 7 entre 1420 e 3509. Esta soma é par ou é ímpar?

05) Para quais valores de n a soma dos números de 1 até n é par?

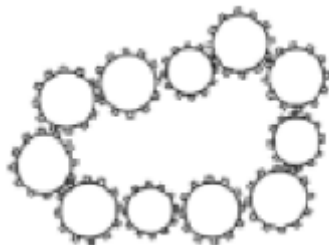
06) No reino da Frutilândia existe uma árvore mágica que possui 2016 maçãs e 2016 peras. Todo dia lasmin sobe na árvore e come duas frutas. Quando ela come duas frutas iguais, nasce um pera na árvore; quando ela come duas frutas diferentes, nasce uma maçã. Após alguns dias restará apenas uma fruta na árvore. Que fruta será?



07) Existe alguma solução inteira para a equação $a.b.(a - b) = 2017$.

08) Encontrar 17 números ímpares cuja soma é 2016.

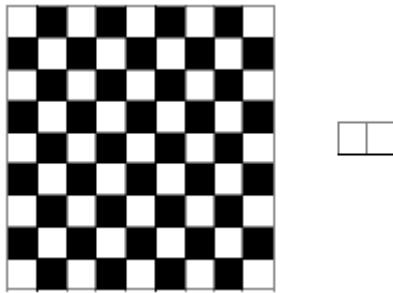
09) Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia como está ilustrado na figura a seguir. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?



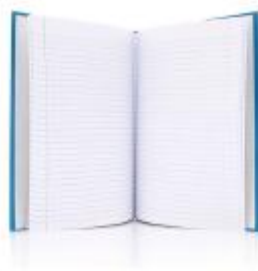
10) Considere o problema agora com 50 engrenagens. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?

11) Um tabuleiro 9×9 pode ser coberto por dominós 1×2 ?

12) Um tabuleiro 30X30 pode ser coberto por dominós 1X2?



13) Gustavo comprou um caderno com 96 folhas e numerou-as de 1 a 192. Wallan arrancou 25 folhas do caderno de Gustavo e somou os 50 números que encontrou escritos nas folhas. Esta soma poderia ser igual a 2016?



14) Os números de 1 a 10 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar os sinais de “ + ” e de “ - ” entre eles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 = 0 \ (?)$$

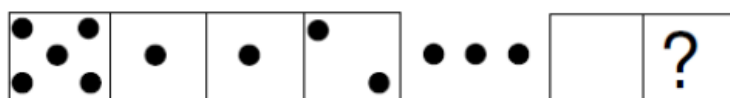
15) Continuando o exercício anterior, vamos imaginar que os números de 1 a 11 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar os sinais de “ + ” e de “ - ” entre eles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 = 0 \ (?)$$

16) Um gafanhoto pula ao longo de uma linha. No seu primeiro pulo, ele anda 1 cm, no segundo 2 cm, no terceiro 3 cm, e assim sucessivamente. Cada pulo o leva para a direita ou para a esquerda. Mostre que após 10 pulos, o gafanhoto não pode retornar a sua posição inicial.

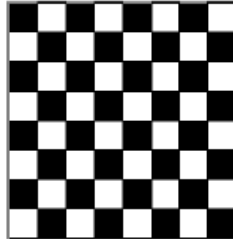


17) Todas as peças de um dominó foram colocadas em uma cadeia de modo que o número de bolinhas nas extremidades de dois dominós adjacentes são iguais. Se uma das extremidades da cadeia contém 5 bolinhas, qual é o número de bolinhas na outra extremidade?



18) Em um conjunto de dominós, são descartados todos os que não tem bolinhas em uma das extremidades. Os dominós remanescentes podem ser arrumados em uma cadeia?

19) Em um tabuleiro de xadrez 8X8, um cavalo sai do quadrado A1 e retorna para a mesma posição depois de vários movimentos. Mostre que o cavalo fez um número par de movimentos.

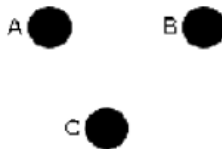


20) É possível um cavalo começar na posição A1 de um tabuleiro de xadrez e terminar em H8 visitando cada um dos quadrados restantes exatamente uma vez ao longo do caminho?

21) É possível trocar uma nota de 25 rublos em dez notas com valores 1, 3 ou 5 rublos?



22) Três discos de borracha, A, B e C, utilizados no hóquei sobre o gelo, estão no campo. Livia bate em um deles de tal forma que ele passa entre os outros dois discos. Ela faz isto 25 vezes. Ela pode retornar os três discos às suas posições iniciais?



23) Em um conjunto de 101 moedas, há 50 falsas e as demais são verdadeiras. Uma moeda falsa difere de uma verdadeira em 1 grama. Marcos tem uma balança que mostra a diferença de pesos entre os objetos colocados nos dois pratos. É possível, com uma pesagem, identificar se a moeda escolhida é falsa?

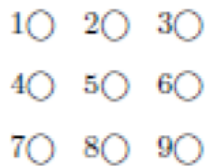
24) O produto de 22 números inteiros é igual a 1. A soma desses 22 números pode ser igual a zero?

25) Um grupo de X Matemáticos e X Biólogos estão sentado ao redor de uma mesa. Alguns deles sempre falam a verdade e outros sempre mentem. Sabe-se que o número de mentirosos entre os Matemáticos e Biólogos é o mesmo. Quando foi perguntado: "Qual é a profissão de seu vizinho da direita?", todos responderam "Biólogos." Mostre que X é par.

26) Rafaela e colegas estão sentados em volta de uma mesa circular, e isso de modo que ambos os vizinhos de cada colega são do mesmo sexo. Sabendo que 2015 dos colegas de Rafaela são homens. Quantas pessoas há sentados nessa mesa circular?

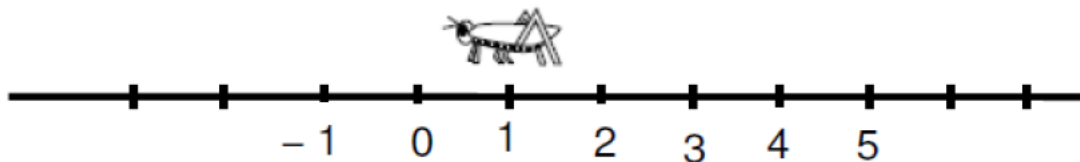


27) Um jogo consiste de 9 botões luminosos (de cor verde ou amarelo) dispostos da seguinte forma:



Apertando um botão do bordo do retângulo, trocam de cor ele e os seus vizinhos (do lado ou em diagonal). Apertando o botão do centro, trocam de cor todos os seus oito vizinhos porém ele não. Inicialmente todos os botões estão verdes. É possível, apertando sucessivamente alguns botões, torná-los todos amarelos?

28) Um gafanhoto vive na reta coordenada. Inicialmente, ele se encontra no ponto 1. Ele pode pular 1 ou 5 unidades, tanto para direita quanto para esquerda. Porém, a reta coordenada possui buracos em todos os pontos que são múltiplos de 4 (existem buracos nos pontos $-4, 0, 4, 8$ etc), então ele não pode pular para estes pontos. Pode o gafanhoto chegar ao ponto 3 após 2017 saltos?



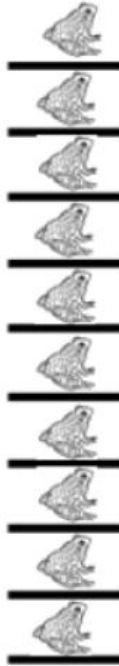
29) Cada um de nós, ao longo da vida, teremos saudado com um aperto de mão muitas pessoas. Mostrar que em qualquer grupo é par o número de pessoas que já apertaram um número ímpar de mãos no grupo.



30) Eduarda tem na sua frente 10 copos, 5 dos quais estão virados para baixo. Conseguirá ela, sempre virando simultaneamente um par de copos de cada vez, e isso tantas vezes quantas desejar, finalmente conseguir colocar todos os copos virados para baixo, ou todos virados para cima?



31) Em cada um dos dez degraus de uma escada está uma rã. Cada rã pode, de um pulo, pular para qualquer outro degrau, mas quando fizer isso, ao mesmo tempo, uma outra rã pulará a mesma quantidade de degraus em sentido contrário: uma sobe e outra desce. Conseguirão as rãs colocar-se todas juntas num mesmo degrau?



32) Imagine que 10 prisioneiros estejam trancados em uma cela quando chega um carcereiro com o seguinte comunicado:

— *Amanhã todos vocês passarão por um teste. Todos vocês ficarão em fila indiana e serão colocados chapéus nas cabeças de um de vocês. Cada um poderá ver os chapéus dos que estarão a sua frente, porém, não poderão ver os chapéus dos que estão atrás, nem o seu próprio chapéu. Os chapéus serão pretos ou brancos. Feito isso, será perguntado a cada um de vocês, do último para o primeiro, em ordem, qual a cor do seu chapéu. Se a pessoa errar a cor do seu chapéu, será morta.*

Será que os prisioneiros podem montar uma estratégia para salvar pelo menos 9 deles?

