

Solução da Questão 1 (resolvida em sala de aula)

Observe que a fatoração de K é dada por $K = 2^a \cdot 5^b$, então como existem seis fatores primos em sua decomposição tem-se que $a + b = 6$. Consequentemente, existem sete possíveis casos a serem assumidos pelo par de valores (a, b) :

$$a = 0, b = 6 \Rightarrow K > 1000;$$

$$a = 1, b = 5 \Rightarrow K > 1000;$$

$$a = 2, b = 4 \Rightarrow K > 1000;$$

$$a = 3, b = 3 \Rightarrow K = 1000;$$

$$a = 4, b = 2 \Rightarrow K = 400;$$

$$a = 5, b = 1 \Rightarrow K = 160;$$

$a = 6, b = 0 \Rightarrow K = 64$. Portanto, o único valor satisfazendo a condição de limitação imposta é $K = 400$.

Critérios de correção da Questão 1 (resolvida em sala de aula)

Esta questão vale 5 pontos, distribuídos da seguinte maneira:

- 1,0 ponto para a representação $K = 2^a \cdot 5^b$.
- 2,0 pontos para a correta expressão da relação $a + b = 6$.
- 1,5 pontos para a percepção de que existem sete casos a serem analisados para o par (a, b) , com suas listagens explícitas.
- 0,5 ponto pela obtenção do valor $K = 400$.

Solução da Questão 2 (resolvida em sala de aula)

Inicialmente observe a listagem dos onze primeiros quadrados perfeitos: $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots, 10^2 = 100$ e $11^2 = 121$. Analogamente, a listagem dos cinco primeiros cubos perfeitos é dada por: $1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$ e $5^3 = 125$. Nessas duas listagens os valores 1 e 64 são simultaneamente quadrados e cubos perfeitos. Portanto, de 1 até 100 temos 12 números que são quadrados ou cubos perfeitos, conseqüentemente, a 88ª posição é ocupada pelo número 99. Devem ser preenchidas ainda 22 posições para integralizar a 110ª posição desejada. Observe que de 101 até 122 deve ser excluído o quadrado perfeito 121, não existindo cubos perfeitos nesse intervalo numérico. Portanto, a 110ª posição é ocupada pelo número 123.

Critérios de correção da Questão 2 (resolvida em sala de aula)

Esta questão vale 5 pontos, distribuídos da seguinte maneira:

- 2,0 pontos pela descrição correta dos quadrados e cubos perfeitos que se associarão à análise pretendida.
- 1,0 ponto pela percepção de que existem quadrados e cubos comuns nessa listagem.
- 2,0 pontos pela análise dos valores a serem computados obtendo a 110ª posição como o 123 com a respectiva exclusão do 121.