**Solução aula 03 (4° encontro)**

**Geometria**

**Solução do exercício 01**



1. Podemos cortar um triangulo equilátero ao longo das bissetrizes, que se encontra em um ponto no centro (ponto amarelo da imagem (a)), assim formaremos três triângulos congruentes.
2. Podemos cortar um triangulo equilátero ao longo de seus segmentos que unem os seus pontos médios dos lados, desse modo vamos obter 4 triangulos congruentes.
3. Observe a imagem (c), temos um triangulo e dividimos ele, de forma que existe 5 triângulos de lados congruentes.

**Solução do exercício 02**



Observe que temos os quatro pontos: A, B, C e D. Podemos formar os segmentos AB, AC, AD, BC, BD, CD de modo que todos sejam distintos. Portanto temos 6 segmentos.

**Solução do Exercício 03**

Observe a imagem



Usando a régua nós vamos ver que os segmentos congruentes são:

IJ = KL, GH = FE e AB = CD.

**Solução do exercício 04**



Vamos observar a imagem. Tirando o ponto B, podemos formar os segmentos AE, CE, DE e En (sendo n o próximo ponto), sendo assim vamos formar 4 segmentos não contendo o ponto B.

**Solução do exercício 05**

Sabemos que AB + CD = 20 e que AD = 2 BC. Dessa forma temos que:

AD = AB + BC + CD, porém devemos lembrar que AB + CD = 20, assim teremos :

AD = BC + 20.

Como temos AD = 2 BC 2 BC = BC + 20 2 BC – BC = 20 BC = 20.

Portanto, AD = 2 BC AD = 2 x 20 AD = 40.

**Solução do exercício 6**

Temos que AM = 7x – 1 e MB = x + 11.

Como M é ponto médio de AB temos:

7x – 1 = x + 11

7x – x = 11 + 1

6x = 12

X = 12 /6

X = 2

Assim temos 7 x 2 – 1 = 13 = AM e 2 + 11 = 13 = MB.

**Solução do exercício 7**



Observe a imagem, temos AB = AC + CB, sendo assim temos AB = 2 AC e CD = CE + ED, como E é ponto médio de CD, temos CE = ED.

Como dado no enunciado AB + ED – AC = 30 cm, mas sabemos que AB = 2 AC e ED = CE, assim temos:

2AC + ED – AC = 30 cm

AC + CE = 30 cm , mas sabemos também que CE = CB + BE, portanto temos:

AC + CB + BE = 30 cm

AE = 30cm

**Solução do exercício 08**

1. Como o quadrado não deve ter buracos, a área final deve ser igual à área original. Se chamarmos de L o lado do quadrado, temos:

L^2 = 8^2 +6^2

L^2 = 64+36

L^2 = 100

 L = 10.

1. Pelo Teorema de Pitágoras, 8, 6 e 10 são lados de um triângulo retângulo, pois 6 ^2+8 ^2 = 10^2 . Tomando o lado maior da figura acima, que possui comprimento 8+6 = 14, marque o ponto R que o divide em pedaços de tamanhos 6 e 8. Isto pode ser feito com a régua. Com o lápis, trace os segmentos deste ponto para os extremos opostos esquerdo e direito, denotados por P e Q, como na figura a seguir. Usando o Teorema de Pitágoras, temos PR = QR = 10. Estes segmentos separam a figura nos pedaços A, B e C. Os pedaços A e C são triângulos congruentes e, usando as somas de seus ângulos internos, podemos concluir que PRQ = 90◦



Com a tesoura, a figura é separada nos pedaços A, B e C. Em seguida, eles são realocados para formar o quadrado de lado 10 da figura a seguir:



**Solução do exercício 09**



Sejam ∠MLC = α e ∠B AL = β. Como ∠K LM = ∠K BL = ∠LCM = 90◦ , segue que ∠K LB = ∠LMC = 90◦ −α. Além disso, como K L = LM, os triângulos retângulos 4LMC e 4BLK são congruentes. De BL = CM e BK = LC, segue que AK = AB −BK = BC −LC = BL. Os triângulos 4K AD e 4ABL são congruentes pois AK = BL, AB = AD e ∠ABL = ∠K AD. Consequentemente, ∠ADK = β e ∠L AD = 90◦ −∠B AL = 90◦ −β. Como os ângulos ∠L AD e ∠K D A são complementares, segue finalmente que AL e K D são perpendiculares.

**Solução do exercício 10**



Seja um paralelogramo ABCD, com diagonal AC, teremos então o triangulo ADC e ABC .

Observe que a diagonal AC, divide o paralelogramo ao meio, desse modo temos ABCD/ 2 = ½ = 0,5.

Como temos P, Q e R que dividem a diagonal AC em quatro partes iguais, vamos obter assim 4 triângulos da mesma área, isso é:

DPQ = ¼ x ADC

DPQ = ½ /4

DPQ = ½ x ¼

DPQ = 1/8.

Portanto vamos obter 4 triangulos de área = 0,125.

**Solução do exercício 11**

1. Os triângulos ABC e ACD têm a mesma área e a base comum AC. Logo, ambos têm a mesma altura h. Se P é um ponto da diagonal AC, então todos os quatro triângulos PAB, PBC, PCD e PDA têm a mesma altura h relativa à reta AC. Para que suas áreas sejam iguais, as medidas de suas bases AP ou PC devem ser iguais, isto é, AP = PC. Portanto, P é o ponto médio da diagonal AC.
2. Se a altura do triângulo PGH é x, então sua área é (HG . x)/2 = (b . x)/2 e a área do triangulo PEF é (EF . (h – x)) / 2 = (a . (h-x)) / 2

Como essas áreas são iguais, temos (b . x) / 2 = (a . (h – x)) / 2 bx = ah – ax (a + b) x = ah x = ah / a + b

Logo, as áreas dos triângulos PEF e PGH são iguais a (b . x ) / 2 = b / 2 . ah / a + b = abh / 2(a + b).



1. Se P está no interior do trapézio do item anterior, então a soma das áreas dos quatro triângulos PEF, PFG, PGH e PHE é igual à área do trapézio. A área do trapézio EFGH é igual a (a + b) h / 2 e se as áreas daqueles quatros triangulos são iguais, então cada um deles tem área igual a ¼ . (a + b)h / 2 = (a + b) h / 8. Entretanto, pelo item anterior, se os triângulos PEF e PGH têm a mesma área, esta é igual a abh / 2(a + b). consequentemente,

 (a + b) h / 8 = abh / 2(a + b) (a + b ) ^2 = 4ab a^2 + 2ab + b^2 = 4ab a^2 – 2ab + b^2 = 0 a – b = 0 ⇔ a = b.

Mas a não pode ser igual a b, pois, sabemos do enunciado que a > b. Logo, não existe um ponto P no interior do trapézio EFGH tal que os quatro triângulos PEF, PFG, PGH e PHE têm a mesma área.