

Algoritmo do mdc de Euclides, Relação de Bézout e aplicações, equações diofantinas lineares

O material que iremos usar é:

→ <http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

→ <http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf>

Também estão disponíveis vídeos na página da OBMEP na Escola que contém explicações sobre os temas que veremos.

→ <https://www.youtube.com/watch?v=Ts7gyXDUM4A&list=PLrVGp617x0hC8WkPHtM3IjoOiiyJs-hHh&index=21>

→ <https://www.youtube.com/watch?v=71p6a5YeGUQ&index=29&list=PLrVGp617x0hC8WkPHtM3IjoOiiyJs-hHh>

Exercícios que discutiremos na aula:

1) Se $a = 18$ e $b = 60$ calcule os conjuntos $D(a)$, $D(b)$ e $D(b - a)$ dos divisores de a , de b e de $(b - a)$. Em seguida verifique que: $D(a) \cap D(b) = D(a) \cap D(b - a)$.

2) Se $a = 84$ e $b = 330$. Calcule o resto r da divisão de b por a , calcule os conjuntos $D(a)$, $D(b)$ e $D(r)$ dos divisores de a , de b e de r , e verifique que $D(a) \cap D(b) = D(a) \cap D(r)$.

3) Calcule:

A) $\text{mdc}(18, 60)$.

B) $\text{mdc}(459, 595)$.

C) $\text{mdc}(51834, 51835)$.

D) $\text{mdc}(162, 372)$.

E) $\text{mdc}(339, 1407)$.

F) $\text{mdc}(2282, 7063)$.

4) Verifique cada uma das seguintes propriedades.

(a) $\text{mdc}(0, b) = b$.

(b) $\text{mdc}(1, b) = 1$.

(c) $\text{mmc}(a, a) = \text{mdc}(a, a) = a$.

(d) $\text{mdc}(a, b) \leq a$ e $\text{mdc}(a, b) \leq b$.

(e) $\text{mmc}(a, b) \geq a$ e $\text{mmc}(a, b) \geq b$.

5) O produto de dois números de dois algarismos cada é 1728. Se o máximo divisor comum deles é 12, quais são estes números?

- 6)** Determine dois números a e b tais que $\text{mmc}(a, b) = 150$ e $a + b = 80$.
- 7)** Calcule $\text{mdc}(n + 1, n^2 + 1)$, para n inteiro
- 8)** Use o algoritmo do mdc de Euclides para calcular $\text{mdc}(648, -1218)$ e encontre inteiros x e y tais que $\text{mdc}(648, -1218) = 648x + (-1218y)$.
- 9) A)** Encontre todos os inteiros múltiplos de 3 que divididos por 15 deixam resto igual a 8.
- B)** Encontre todos os inteiros pares que divididos por 15 deixam resto igual a 8.