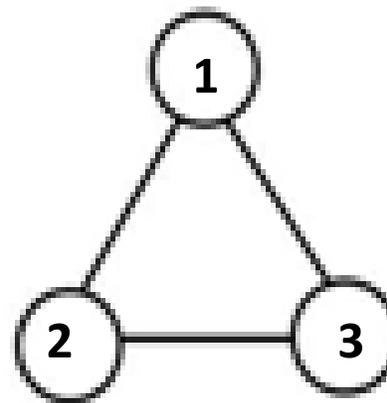


Video Aula 6:

Problemas de contagem:
colorindo bolinhas - Parte 1

BQ - OBMEP 2012 -
questão 21, nível 1

Ana quer colorir as bolinhas da Figura 1 abaixo de azul (A), preto (P) ou vermelho (V) de modo que bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes. De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a Figura 1, ao lado?

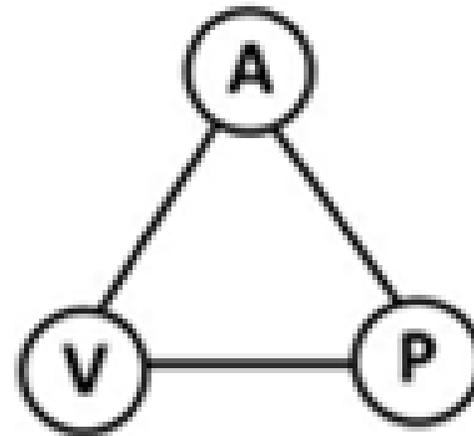
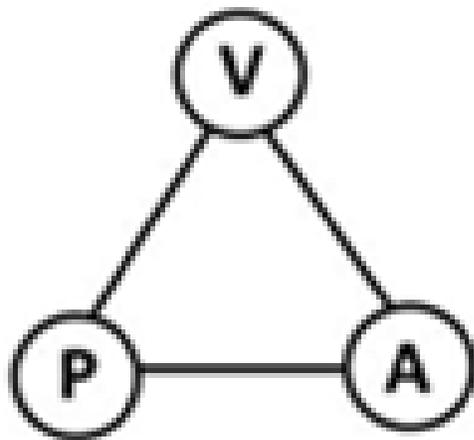


Atenção: propositadamente foi adiada a parte da interpretação de como colorir a figura, para possibilitar a discussão desta informação e que os dados importantes do problema são:

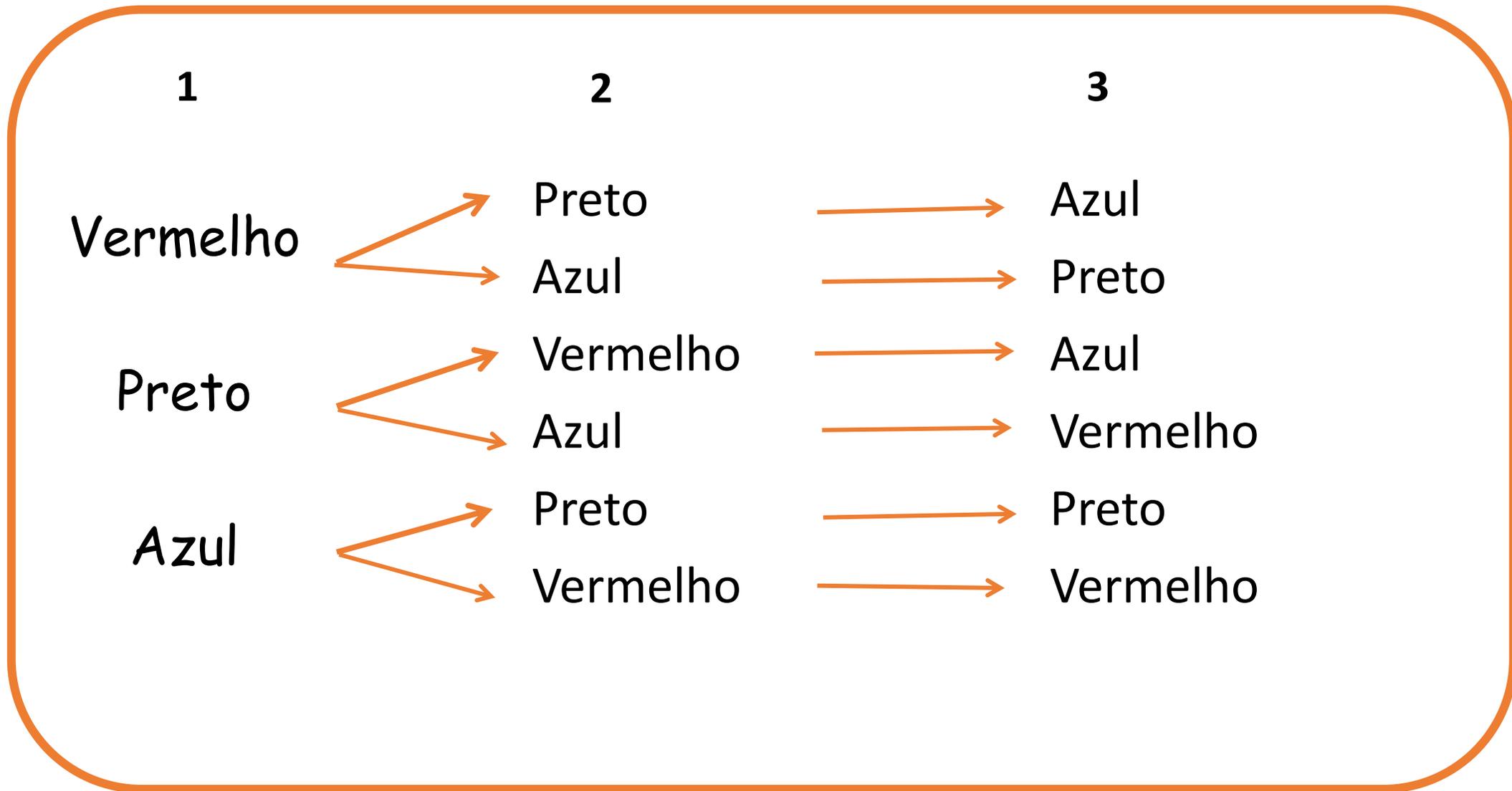
Formato triangular e

Ligação entre as bolinhas

Vejam duas maneiras de colorir as bolinhas:



Ao organizar os dados em um diagrama de árvore de possibilidades surge a oportunidade de discutir o princípio multiplicativo de contagem.



Mudando a forma para vértices de um quadrado...

Ana também quer colorir as bolinhas da Figura 2 abaixo de azul (A), preto (P) ou vermelho (V) de modo que bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes.

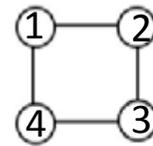


Figura2

b) de quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a Figura 2? Vejam duas maneiras de colorir a Figura 2:

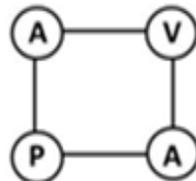


Figura2

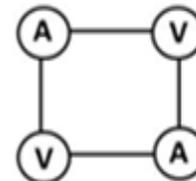
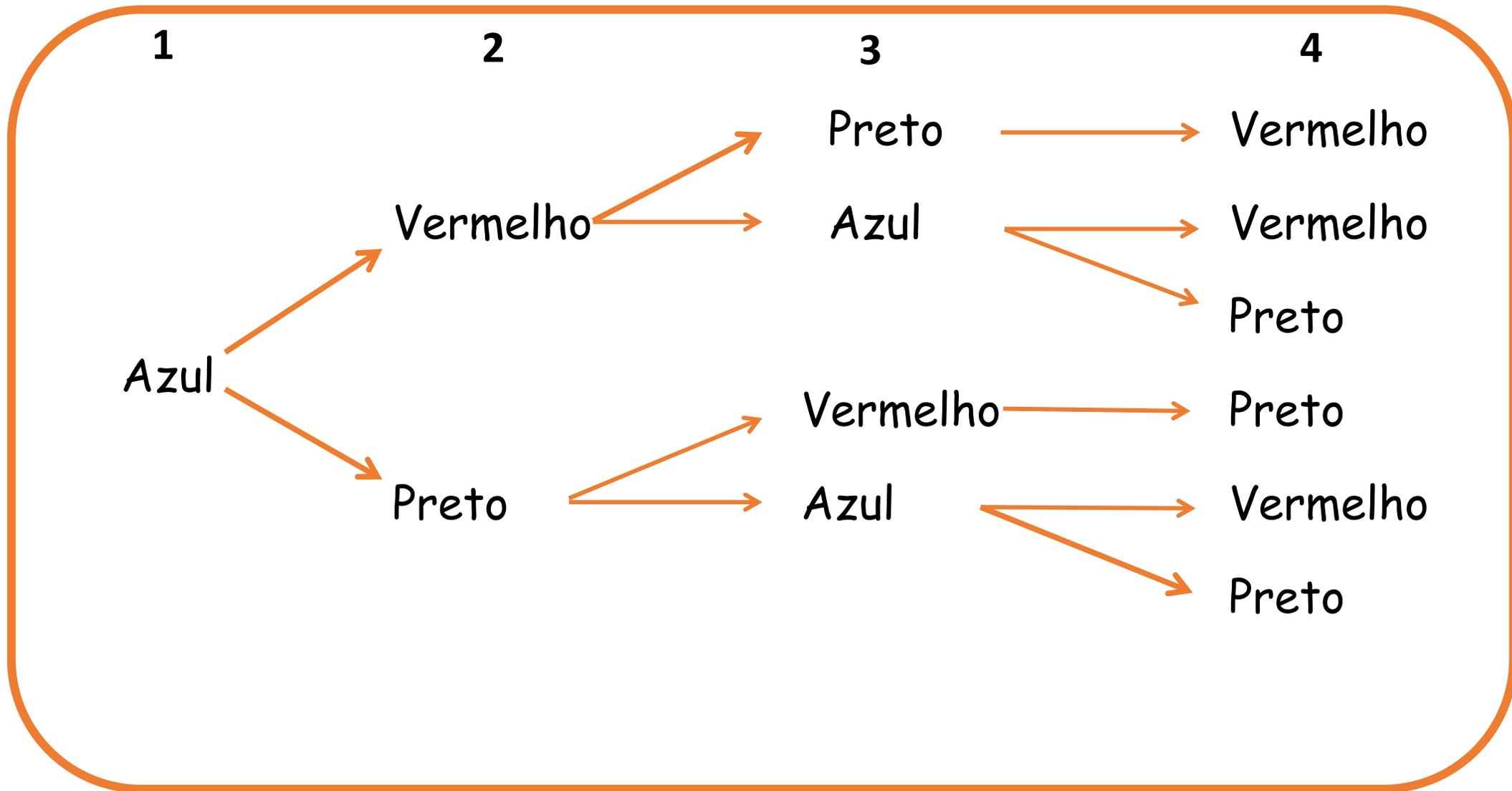
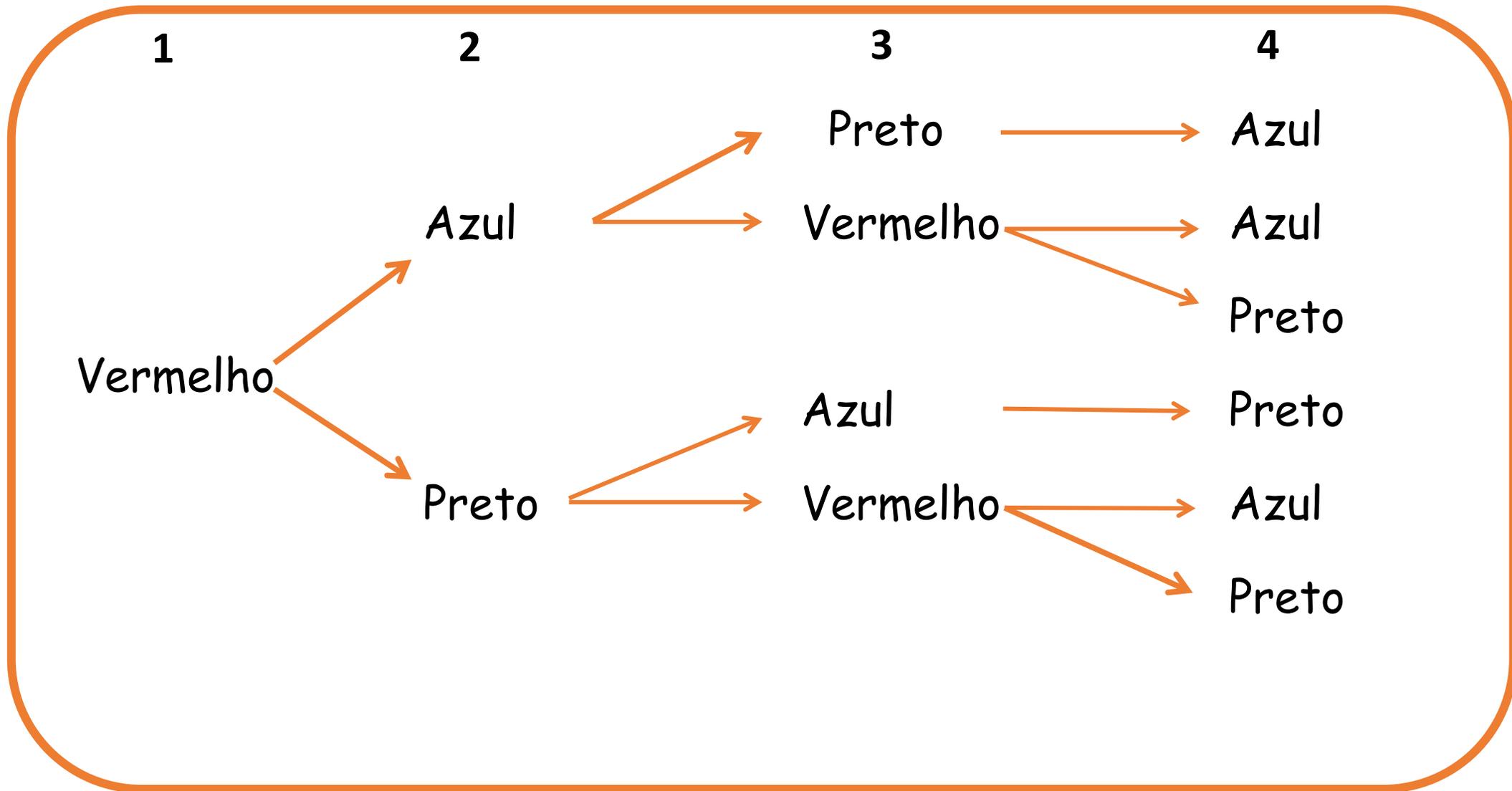
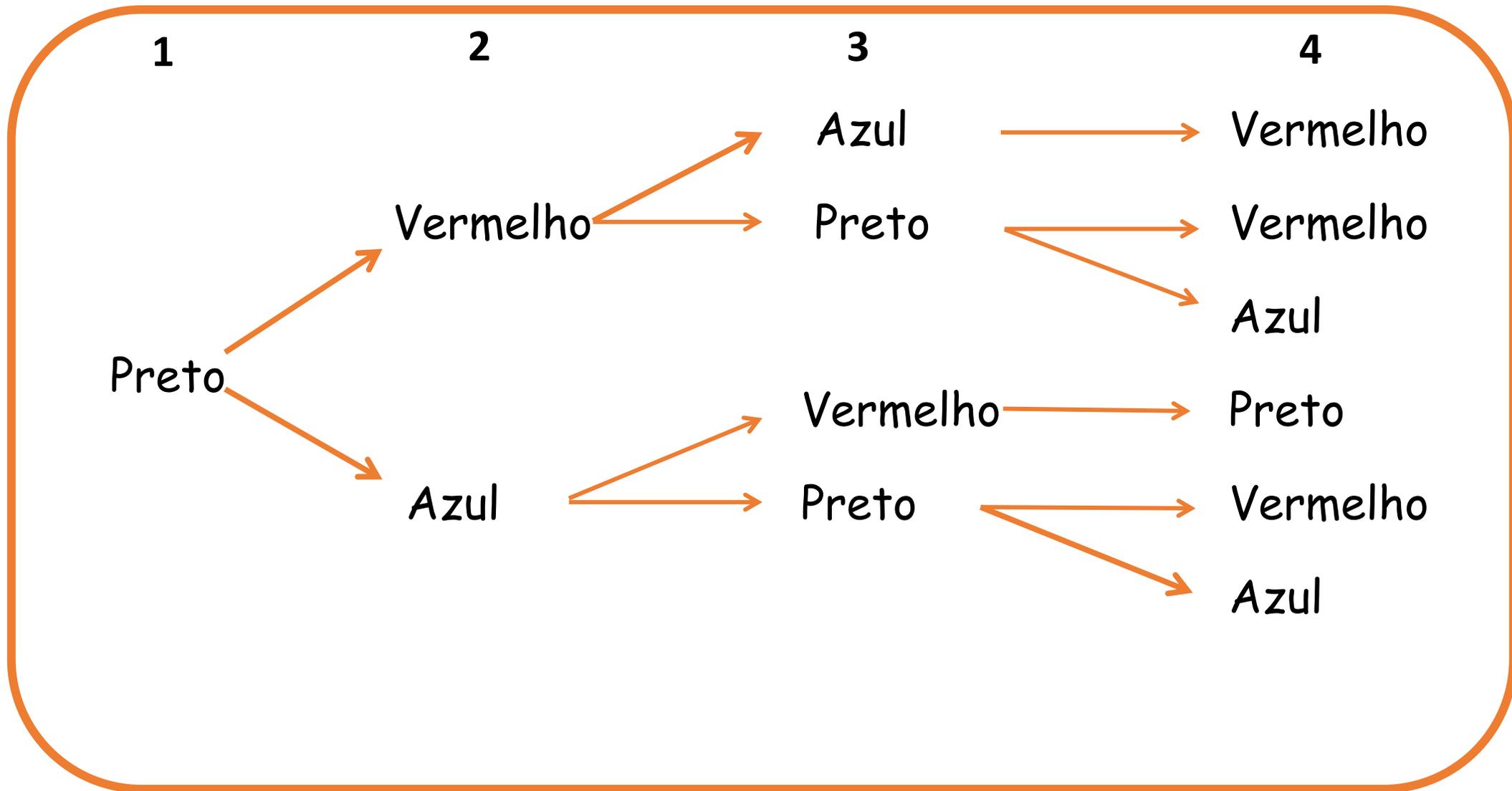


Figura2







Retomando as figuras 1 e 2 ...

(c) qual a diferença fundamental entre as Figuras 1 e 2 que produz resultados diferentes nas duas contagens?

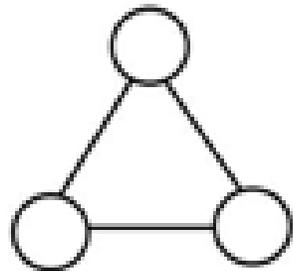


Figura 1

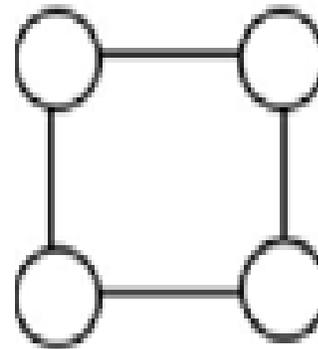


Figura 2

Resumindo:

Princípio Multiplicativo

Se uma decisão $D1$ pode ser tomada de p modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão $D2$ pode ser tomada de q modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões $D1$ e $D2$ é igual ao produto pq .

Princípio Aditivo

. Sejam A e B conjuntos disjuntos, isto é, conjuntos com interseção vazia. Se A possui m elementos e se B possui n elementos, então a união $A \cup B$ possui $m+n$ elementos.