Módulo de Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales.

Teorema de Tales.

8^o **ano/**9^a **série E.F.**

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales.
Teorema de Tales.

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Determine x nas figuras abaixo, sabendo que:

a) $r//s//t$

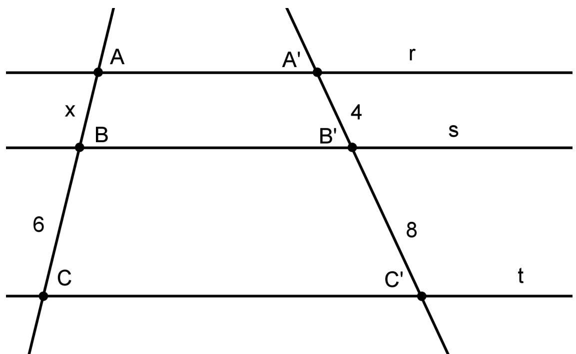

Figura 1

b) $r//s//t$

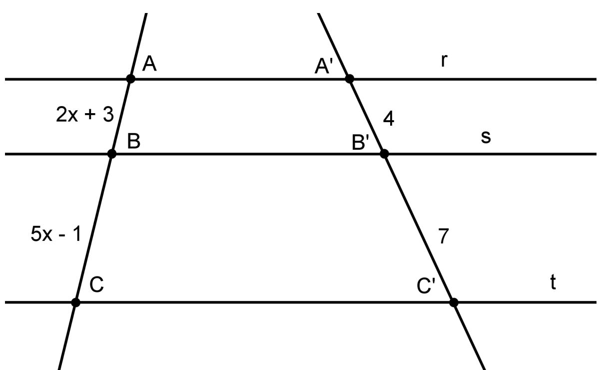

Figura 2

c) $r//s//t$

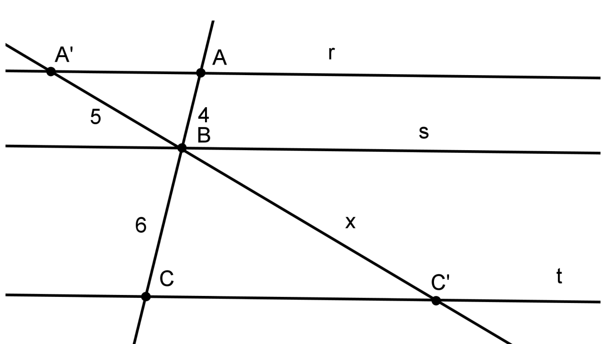

Figura 3

d) $r//s//t$

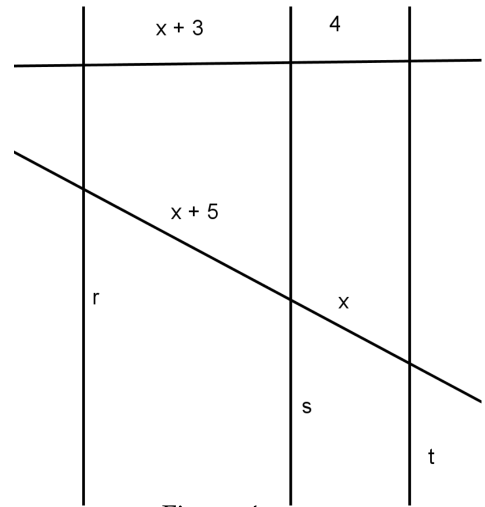

Figura 4

Exercício 2. Determine o valor de x na figura abaixo, sabendo que $\overline{DE}$ é paralelo à base $\overline{BC}$ do $\triangle ABC$.

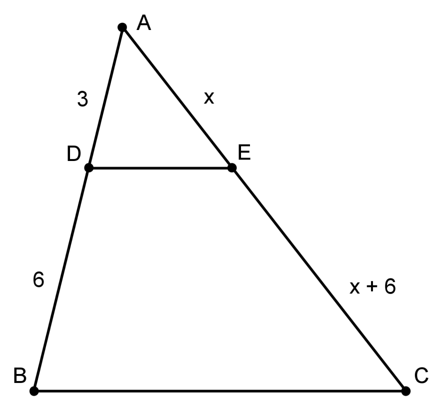

Figura 5

Exercício 3. Determine o valor de x na figura abaixo, sabendo que $\overline{AD}$ é bissetriz do $\triangle ABC$.

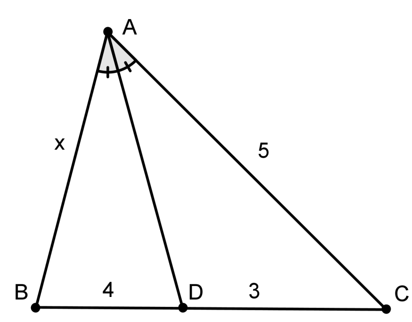

Figura 6

Exercício 4. Determine o valor de x na figura abaixo, sabendo que $\overline{AD}$ é bissetriz externa do $\triangle ABC$.

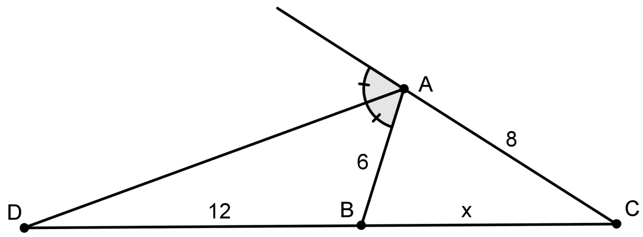

Figura 7

2 Exercícios de Fixação

Exercício 5. No $\triangle ABC$ abaixo, determine x, sabendo que seu perímetro mede 75cm e que $\overline{AS}$ é bissetriz.

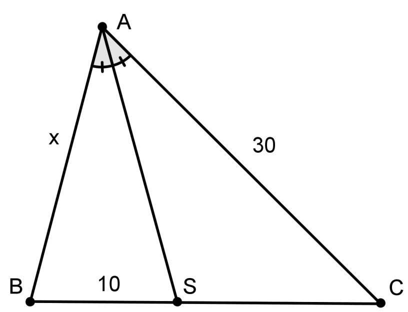

Figura 8

Exercício 6. Na figura abaixo, determine as medidas de x e y, sabendo que $\overline{AR}$ é bissetriz do $\triangle ABC$ e $BC = 15$.

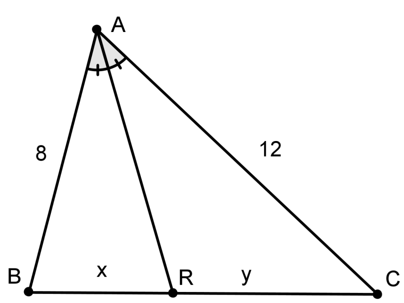

Figura 9

Exercício 7. Sabendo que $\overline{BC} // \overline{DE}$ na figura abaixo, determine a medida do perímetro do $\triangle ABC$.

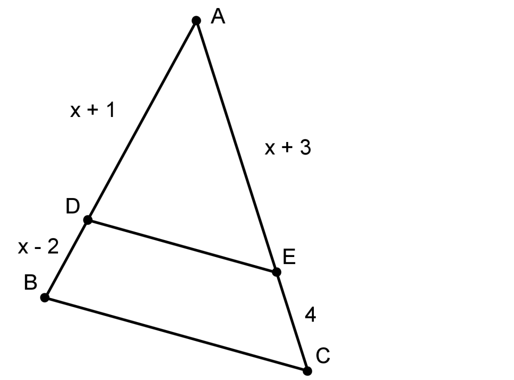

Figura 10

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 8. Seja um triângulo $\triangle ABC$, no qual $AB = 10$, $AC = 12$ e $BC = 14$. A bissetriz interna que passa por B, intercepta $\overline{AC}$ em K. A bissetriz interna que passa por C, intercepta $\overline{BK}$ em J. Determine se os segmentos $\overline{BJ}$ e $\overline{JK}$ são comensuráveis.

Exercício 9. O $\triangle ABC$ é retângulo em A. Se sua hipotenusa mede 15cm e um dos catetos é 3cm maior que outro, sendo que uma das bissetrizes internas intercepta o maior cateto ($\overline{AC}$) no ponto D, determine a medida do segmento $\overline{BD}$.

Respostas e Soluções.

1. Utilizando o Teorema de Tales, temos

a) (Extraído da Vídeo Aula)

$$\begin{aligned}\frac{x}{6} &= \frac{4}{8}\\ x &= 3.\end{aligned}$$

b) (Extraído da Vídeo Aula)

$$\begin{aligned}\frac{2x+3}{5x-1} &= \frac{4}{7}\\ 20x-4 &= 14x+21\\ x &= 25/6.\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\frac{5}{x} &= \frac{4}{6}\\ x &= 15/2.\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\frac{x+3}{4} &= \frac{x+5}{x}\\ x^2+3x &= 4x+20\\ x^2-x-20 &= 0\\ x_1 &= -4\\ x_2 &= 5.\end{aligned}$$

Porém, como se trata de comprimento de segmentos, apenas $x = 5$ é solução.

2. (Extraído da Vídeo Aula) Aplicando o Teorema de Tales, temos

$$\begin{aligned}\frac{3}{6} &= \frac{x}{x+6}\\ 6x &= 3x+18\\ x &= 6.\end{aligned}$$

3. (Extraído da Vídeo Aula) Usando o Teorema da Bissetriz Interna, temos

$$\begin{aligned}\frac{4}{x} &= \frac{3}{5}\\ x &= 20/3.\end{aligned}$$

4. (Extraído da Vídeo Aula) Aplicando o Teorema da Bissetriz Externa, temos

$$\begin{aligned}\frac{8}{x+12} &= \frac{6}{12}\\ \frac{8}{x+12} &= \frac{1}{2}\\ 12+x &= 16\\ x &= 4.\end{aligned}$$

5. (Extraído da Vídeo Aula) Se o perímetro mede 75cm, temos $SC = 35 - x$. Aplicando o Teorema da Bissetriz Interna,

$$\begin{aligned}\frac{10}{x} &= \frac{35-x}{30}\\ 35x-x^2 &= 300\\ x^2-35x+300 &= 0\\ x_1 &= 15\\ x_2 &= 20.\end{aligned}$$

Perceba que pode ser qualquer um dos dois valores.

6. Pelo Teorema da Bissetriz Interna, temos $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{x+y}{8+12} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, segue que $x = 6$ e $y = 9$.

7. Aplicando o Teorema da Bissetriz Interna, temos

$$\begin{aligned}\frac{x+1}{x-2} &= \frac{x+3}{4}\\ x^2+x-6 &= 4x+4\\ x^2-3x-10 &= 0\\ x_1 &= -2\\ x_2 &= 5.\end{aligned}$$

Como se trata de comprimento de segmentos, apenas $x = 5$ é solução.

8. Incialmente, construiremos o triângulo e seus elementos.

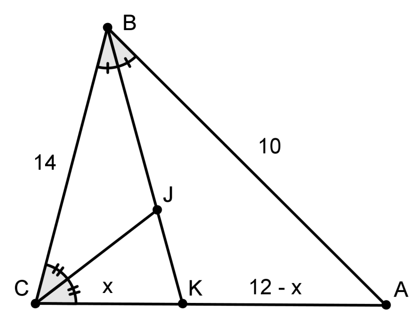

Figura 11

Como $\overline{BK}$ é bissetriz, vamos aplicar o Teorema da Bissetriz Interna.

$$\begin{aligned}\frac{12-x}{10} &= \frac{x}{14}\\ 10x &= 168-14x\\ x &= 7.\end{aligned}$$

Vamos repetir o processo, porém, agora, $\underline{CJ}$ como bissetriz:

$$\begin{aligned}\frac{BJ}{14} &= \frac{JK}{7}\\ \frac{BJ}{JK} &= 2.\end{aligned}$$

Como $\dfrac{BJ}{JK} \in \mathbb{Q}$, então são segmentos comensuráveis.

9.

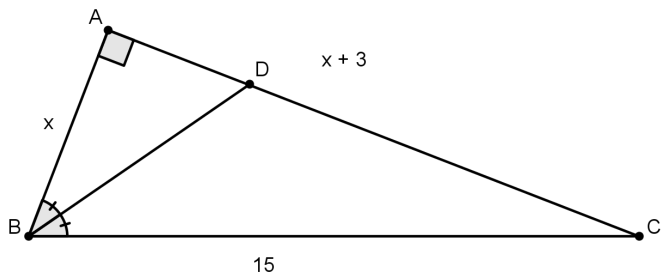

Figura 12

Temos, inicialmente, $BC = 15$, $AB = x$ e $AC = x + 3$, sendo $\overline{AC}$ o maior dos catetos. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos $x^2 + (x+3)^2 = 15^2$, segue que $x = 9$. Como $\overline{BD}$ é bissetriz, vamos aplicar o Teorema da Bissetriz Interna:

$$\begin{aligned} \frac{AD}{9} &= \frac{12 - AD}{15} \\ 15AD &= 108 - 9AD \\ AD &= \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

Aplicando, por fim, o Teorema de Pitágoras ao $\triangle ABD$, temos $BD^2 = 9^2 + (9/2)^2$, segue que $BD = \dfrac{9\sqrt{5}}{2}$.

Elaborado por Cleber Assis e Tiago Miranda
Produzido por Arquimedes Curso de Ensino
contato@cursoarquimedes.com