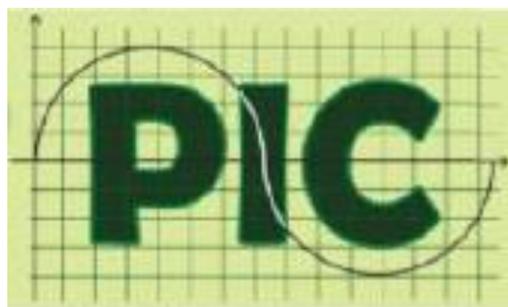




3º ENCONTRO

CICLO 1 – ENCONTRO 3

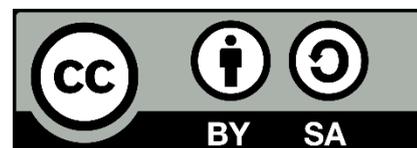
RESUMO

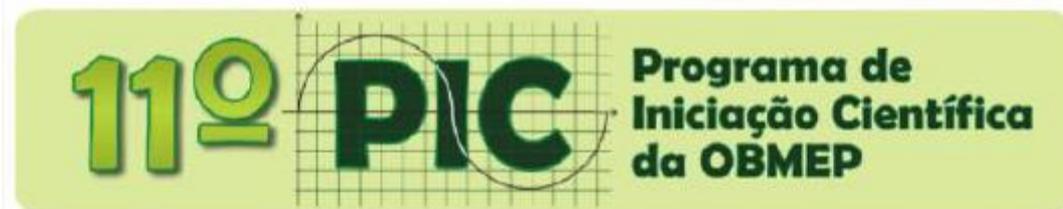


26 de Junho de 2016

Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães

Polo Muzambinho - Região PIC-MG 09





Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

CICLO 1 – ENCONTRO 3 - TURMA 2385

27 de Junho a 2 de Julho – Aula em Muzambinho: 26 de Junho

GEOMETRIA 1

Problemas envolvendo Áreas

Textos – Indicados pela Coordenação Nacional:

NÍVEL 1

- **Textos:**

Seções 7.1 a 7.6 da Apostila do PIC “Encontros de Geometria – Parte 1”, F. Dutenhefner, L. Cadar. <http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>

- **Videoaula do Portal da Matemática:**

9º Ano do Ensino Fundamental – Módulo: “áreas de figuras planas” – Aula: “áreas de figuras planas: resultados básicos”

– Videoaulas:

o Área de figuras planas – Parte 1: retângulos

o Área de figuras planas – Parte 2: paralelogramos e triângulos

NÍVEL 2

- **Textos:**

1. Capítulo 7 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Geometria – Parte 1”, L. Cadar e F. Dutenhefner. <http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>

2. Seção 2.1 da Apostila 3 do PIC da OBMEP, “Teorema de Pitágoras e Áreas”, E. Wagner. <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

3. Banco de Questões da OBMEP, números diversos.

4. Círculos Matemáticos – A Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg

5. Círculo Matemático – Problemas Semana a Semana – Sergey Dorichenko

6. Provas da OBMEP.

- **Videos:**

1. Portal da Matemática: 9º ano - Módulo: “Problemas envolvendo Áreas” – Aula: Problemas envolvendo Áreas - Videoaulas: “Aula 1 – Áreas”, “Aula 2 – Uma propriedade de áreas de triângulos”.

2. Portal da Matemática: 9º Ano do Ensino Fundamental – Módulo Áreas de Figuras Planas - Área de Figuras Planas: Resultados Básicos e Área de Figuras Planas: Exercícios da OBMEP.

▣ Videoaulas: Área de Figuras Planas – Parte 1: Retângulos, Área de Figuras Planas – Parte 2: Paralelogramos e Triângulos, Área de Figuras Planas – Parte 3: Losangos, Trapézios, Polígonos Regulares de n Lados e Círculos, Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 1, Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 2 e Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 3.

NÍVEL 3

- **Textos:**

1. Capítulo 7 e seção 8.1 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Geometria – Parte 1”, F. Dutenhefner, L. Cadar. <http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>

2. Capítulo 2 da Apostila 3 do PIC da OBMEP, “Teorema de Pitágoras e Áreas”, E. Wagner. <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

- **Videoaulas do Portal da Matemática:**

1) 9º Ano do Ensino Fundamental – Módulo: “Áreas de Figuras Planas” <http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=20>

▣ Videoaulas: “Área de Figuras Planas – Parte 1: Retângulos”, “Área de Figuras Planas – Parte 2: Paralelogramos e Triângulos”, “Área de Figuras Planas – Parte 3: Losangos, Trapézios, Polígonos Regulares de n Lados e Círculos”.

Realização:



Financiamento: Apoio:



PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA – TEMA DA AULA – NÍVEL 1, 2 E 3

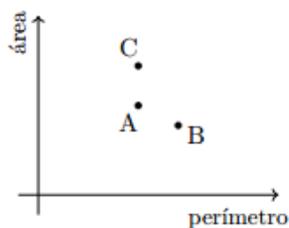
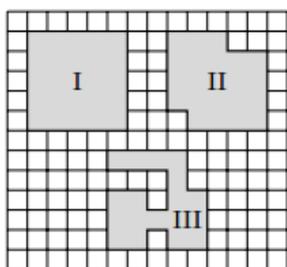
“Encontros de Geometria – Parte 1” de F. Dutenhefner e L. Cadar .

Recomendamos que as resoluções sejam feitas em espaço adequado, em caderno ou folhas e não aqui.

Assinale um X no quadrado quando a questão for resolvida e você tiver certeza que está correta.

Os exercícios a seguir foram selecionados pela Coordenação Nacional do PIC e são todos do livro “Encontros de Geometria – Parte 1” de F. Dutenhefner e L. Cadar .

Exercício 1 (OBMEP 2007 – N2Q15 – 1a fase) A figura mostra três polígonos desenhados em uma folha quadriculada. Para cada um destes polígonos foi assinalado, no plano cartesiano à direita, o ponto cujas coordenadas horizontal e vertical são, respectivamente, seu perímetro e sua área.

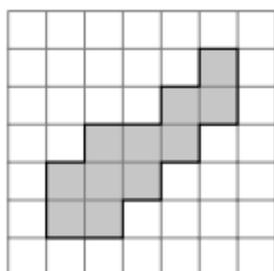


Qual é a correspondência correta entre os polígonos e os pontos?

- (a) I → C, II → B, III → A
- (b) I → B, II → A, III → C
- (c) I → A, II → C, III → B
- (d) I → A, II → B, III → C
- (e) I → C, II → A, III → B



Exercício 2 Qual é a área da figura a seguir, usando como unidade a área de um quadrinho? Qual é o perímetro da figura? Quantos quadrinhos podem ser acrescentados à figura de modo a obter o máximo de área sem alterar o perímetro?



Realização:



Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Exercício 3 (OBMEP 2006 – N1Q1 – 2a fase) Miguilim brinca com dois triângulos iguais cujos lados medem 3 cm, 4 cm e 6 cm. Ele forma figuras planas unindo um lado de um triângulo com um lado do outro, sem que um triângulo fique sobre o outro. Abaixo vemos duas das figuras que ele fez.



(A) Quais os comprimentos dos lados que foram unidos nas Figuras I e II?



(B) Calcule os perímetros das Figuras I e II.

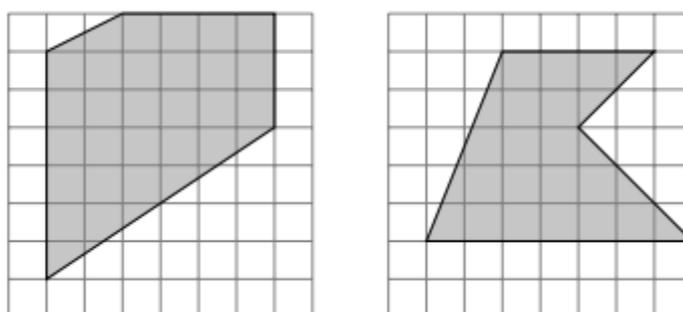


(C) Qual o menor perímetro de uma figura que Miguilim pode formar? Desenhe duas figuras que ele pode formar com este perímetro.



Exercício 4

Decompondo em figuras geométricas mais simples, calcule a área de cada uma das seguintes figuras desenhadas em uma malha de quadrados de lado 1.



Realização:



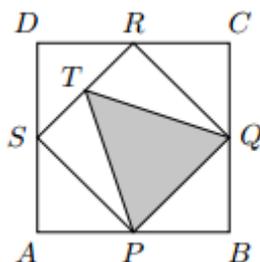
Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Exercício 5

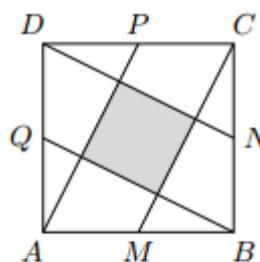
(OBMEP 2009 – N1Q10 – 1a fase) Na figura, o quadrado ABCD tem área 40 cm^2 . Os pontos P, Q, R e S são pontos médios dos lados do quadrado e T é o ponto médio do segmento RS. Qual é a área do triângulo PQT?



□

Exercício 6

Na figura a seguir, ABCD é um quadrado de lado 10 e M, N, P e Q são pontos médios dos lados deste quadrado. Qual é a área do quadrado sombreado?



□

Realização:

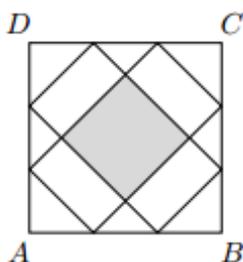


Financiamento: Apoio:



Exercício 7

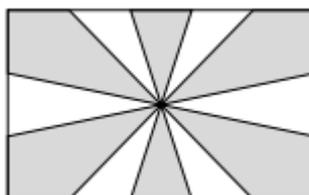
Na figura a seguir, ABCD é um quadrado de lado 18. Sobre cada um dos seus lados estão marcados dois pontos que dividem o lado do quadrado em 3 partes iguais. Traçando alguns segmentos que unem estes pontos, foi obtida a seguinte figura. Qual é a área do quadrado sombreado?



□

Exercício 8

(Banco de Questões 2011, Nível 1, questão 11, página 15) O Tio Mané é torcedor doente do Coco da Selva Futebol Clube e resolveu fazer uma bandeira para apoiar seu time no jogo contra o Desportivo Quixajuba. Para isto, comprou um tecido branco retangular com 100 cm de largura e 60 cm de altura. Dividiu dois de seus lados em cinco partes iguais e os outros dois em três partes iguais, marcou o centro do retângulo e pintou o tecido da forma indicada na figura. Qual é a área do tecido que Tio Mané pintou?



□

Realização:



Financiamento: Apoio:



Exercício 9

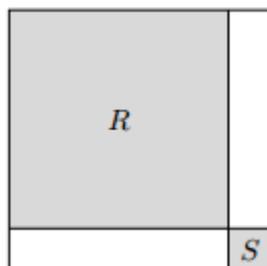
(OBMEP 2010 – N1Q3 – 2a fase) A Professora Clotilde desenhou três figuras no quadro negro, todas com área igual a 108 cm^2 .

(A) A primeira figura é um retângulo que tem um lado de comprimento igual a 12 cm . Qual é o perímetro deste retângulo?

(B) A segunda figura é um retângulo dividido em um retângulo branco e um quadrado cinzento de área igual a 36 cm^2 , como na figura. Qual é o perímetro do retângulo branco?



(C) A terceira figura é um quadrado, que ela dividiu em dois retângulos brancos e dois quadrados cinzentos R e S, como na figura. O perímetro de um dos retângulos é três vezes o perímetro do quadrado S. Qual é a área do quadrado R?



Realização:



Financiamento: Apoio:



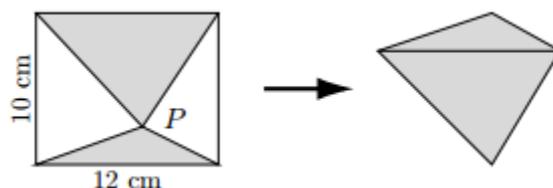
Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA – FIXAÇÃO E EXERCÍCIO – TEMA DA AULA – NÍVEL 1, 2 E 3

“Encontros de Geometria – Parte 1” de F. Dutenhefner e L. Cadar .

Exercício 10

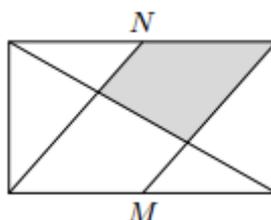
(OBMEP 2013 – N2Q4 – 1ª fase) Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retângulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto P no interior do retângulo e recortou os triângulos sombreados como na figura. Com estes triângulos, ela montou o quadrilátero da direita. Qual é a área do quadrilátero?



□

Exercício 11

(OBMEP 2013 – N2Q7 – 1ª fase) A figura representa um retângulo de 120 m^2 de área. Os pontos M e N são os pontos médios dos lados a que pertencem. Qual é a área da região sombreada?



□

Realização:

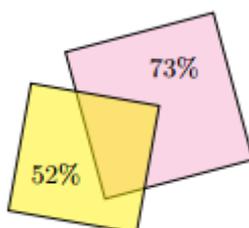


Financiamento: Apoio:



Exercício 12

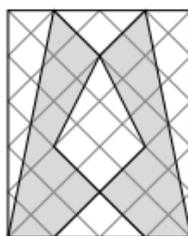
(OBMEP 2013 – N2Q9 – 1ª fase) Dois quadrados de papel se sobrepõem como na figura. A região não sobreposta do quadrado menor corresponde a 52% de sua área e a região não sobreposta do quadrado maior corresponde a 73% de sua área. Qual é a razão entre o lado do quadrado menor e o lado do quadrado maior?



□

Exercício 13

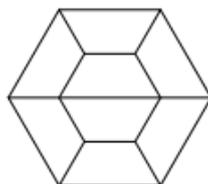
(OBMEP 2012 – N1Q12 – 1a fase) O retângulo da figura, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região sombreada de cinza?



□

Exercício 14

(OBMEP 2012 – N2Q8 – 1a fase) A figura foi formada por oito trapézios isósceles idênticos, cuja base maior mede 10 cm. Qual é a medida, em centímetros, da base menor de cada um destes trapézios?



□

Realização:

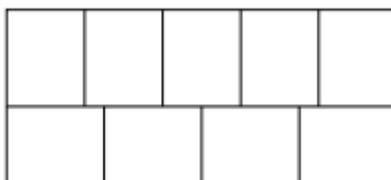


Financiamento: Apoio:



Exercício 15

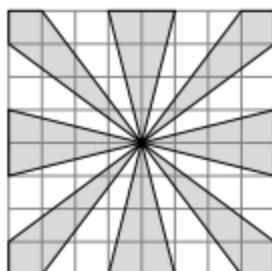
(OBMEP 2012 – N2Q15 – 1a fase) A figura mostra um retângulo de área 720 cm^2 , formado por nove retângulos menores e iguais. Qual é o perímetro, em centímetros, de um dos retângulos menores?



□

Exercício 16

(OBMEP 2011 – N2Q4 – 1a fase) Na figura, os lados do quadrado foram divididos em oito partes iguais. Qual é a razão entre a área cinza e a área deste quadrado?



□

Exercício 17

(OBMEP 2011 – N2Q10 – 1a fase) Um triângulo equilátero e um hexágono regular têm o mesmo perímetro. A área do hexágono é 6 m^2 . Qual é a área do triângulo?



□

Realização:

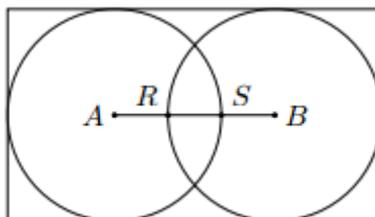


Financiamento: Apoio:



Exercício 18

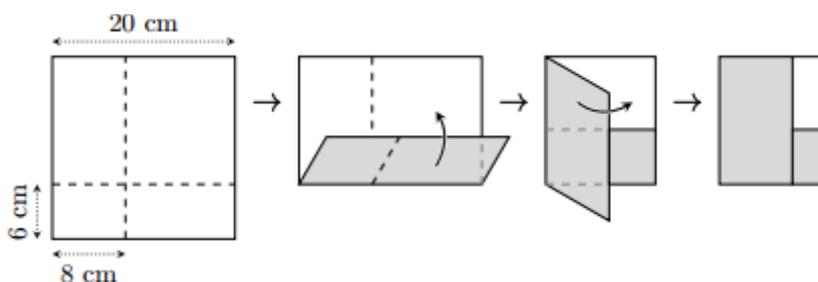
(OBMEP 2010 – N2Q6 – 1a fase) Na figura as circunferências de centros A e B são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos R e S é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?



□

Exercício 19

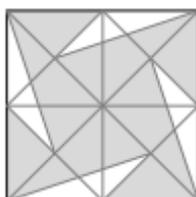
(OBMEP 2010 – N2Q8 – 1a fase) Um quadrado de papel de 20 cm de lado, com a frente branca e o verso cinza, foi dobrado ao longo das linhas pontilhadas, como na figura. Qual é a área da parte branca que ficou visível?



□

Exercício 20

(OBMEP 2010 – N2Q13 – 1a fase) A figura mostra um quadrado com suas diagonais e segmentos que unem os pontos médios de seus lados. A área sombreada corresponde a que fração da área do quadrado?



□

Realização:



Financiamento: Apoio:

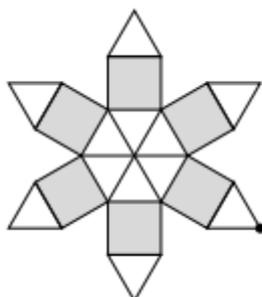


Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA – MAIS PROBLEMAS SOBRE ÁREAS– TEMA DA AULA – NÍVEL 1, 2 E 3
 “Encontros de Geometria – Parte 1” de F. Dutenhefner e L. Cadar .

Exercício 21

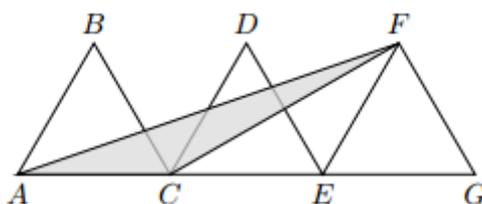
(Banco de Questões 2011, Nível 1, questão 12, página 15) As flores de Geometrix tem formatos muito interessantes. Algumas delas possuem a forma mostrada na figura, na qual há seis quadrados e doze triângulos equiláteros. Uma abelha pousou no ponto destacado e andou sobre a borda da flor no sentido horário até voltar ao ponto inicial. Sabendo que a região cinza tem 24 cm^2 de área, qual é a distância percorrida pela abelha?



□

Exercício 22

Na figura a seguir, ABC, CDE e EFG são triângulos equiláteros de área de 60 cm^2 cada. Se os pontos A, C, E e G são colineares, determine a área do triângulo AFC.



□

Realização:

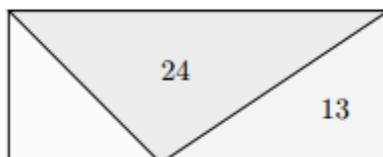


Financiamento: Apoio:



Exercício 23

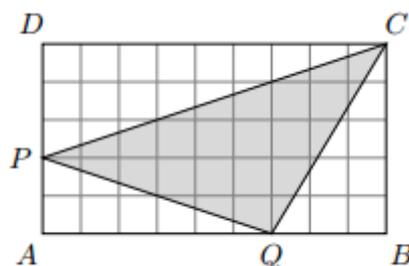
Dois segmentos dividem o retângulo da figura a seguir em três triângulos. Um deles tem área 24 e outro tem área 13. Determine a área do terceiro triângulo.



□

Exercício 24

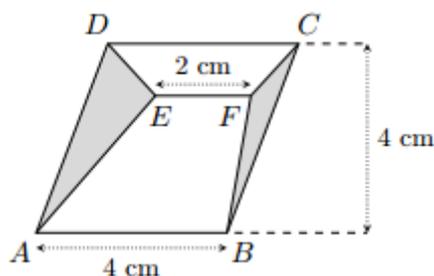
Na figura a seguir, ABCD é um retângulo de base 9 e de altura 5. Determine a área do triângulo CPQ.



□

Exercício 25

(OBMEP 2009 – N2Q18 – 1a fase) Na figura, ABCD é um paralelogramo e o segmento EF é paralelo a AB. Qual é a soma das áreas dos triângulos sombreados?



□

Realização:

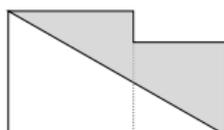


Financiamento: Apoio:



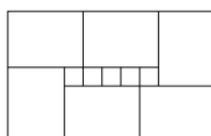
Exercício 26

(OBMEP 2014 – N1Q7 – 1a fase) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?



Exercício 27

(Banco de Questões 2011, Nível 1, questão 19) A partir de seis retângulos iguais e cinco quadrados iguais é formado um retângulo de perímetro 324 cm, como mostrado na figura. Determine a área do retângulo construído.

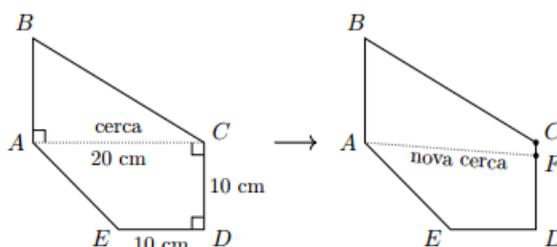


Exercício 28

(OBMEP 2008 – N1Q2 – 2a fase) A figura da esquerda representa o terreno de Dona Idalina. Este terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento AC. A parte triangular ABC tem área igual a 120 m².

(A) Qual é a área total do terreno?

(B) Dona Idalina quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento AF na figura da direita, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância CF?



Realização:



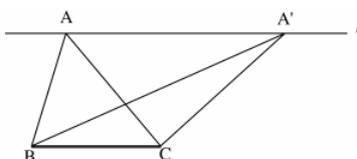
Financiamento: Apoio:



PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA – TEMA DA AULA – NÍVEIS 2 E 3
 Apostila 3 do PIC/OBMEP – “Teorema de Pitágoras e Áreas”, Eduardo Wagner

Propriedade 1

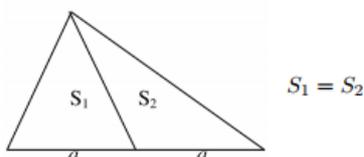
A área de um triângulo não se altera quando sua base permanece fixa e o terceiro vértice percorre uma reta paralela à base.



Na figura acima, a reta r é paralela à BC . Os triângulos ABC e $A'BC$ têm mesma área, pois possuem mesma base e mesma altura.

Propriedade 2

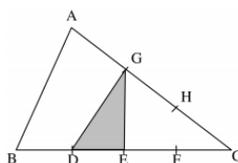
Em um triângulo, uma mediana divide sua área em partes iguais.



De fato, os dois triângulos interiores possuem mesma base e mesma altura. Logo, possuem mesma área. Quando duas figuras possuem mesma área, dizemos que elas são equivalentes. Portanto, o enunciado desta propriedade pode ser: “Uma mediana divide o triângulo em dois outros equivalentes.”

Exercício 29

O triângulo ABC da figura abaixo tem área igual a 30. O lado BC está dividido em quatro partes iguais, pelos pontos D , E e F , e o lado AC está dividido em três partes iguais pelos pontos G e H . Qual é a área do triângulo GDE ?



□

Realização:

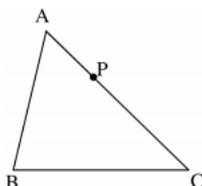


Financiamento: Apoio:



Exercício 30

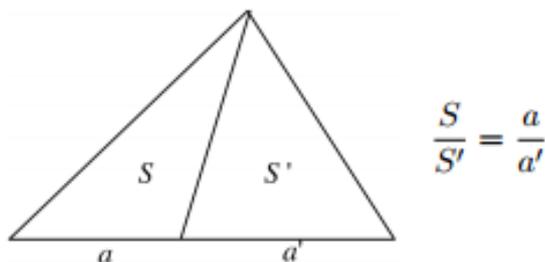
É dado um triângulo ABC e um ponto P do lado AC mais próximo de A que de C. Traçar uma reta por P que divida o triângulo ABC em duas partes de mesma área.



□

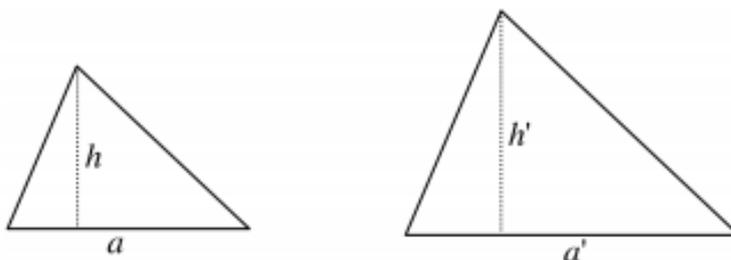
Propriedade 3

Se dois triângulos têm mesma altura, então a razão entre suas áreas é igual à razão entre suas bases. A afirmação acima tem comprovação imediata a partir da fórmula que calcula a área do triângulo.



Propriedade 4

A razão entre as áreas de triângulos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança. Observe, na figura a seguir, dois triângulos semelhantes com bases a e a' e alturas h e h' .



Realização:



Financiamento: Apoio:



Como são semelhantes, a razão entre as bases é a mesma razão entre as alturas. Esse número é a razão de semelhança das duas figuras:

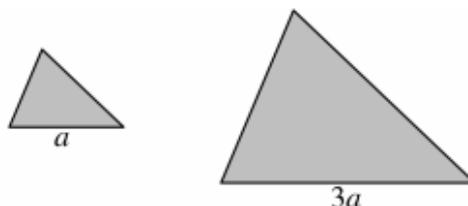
$$k = \frac{a}{a'} = \frac{h}{h'}$$

Porém, se S e S' são as áreas dos dois triângulos temos:

$$\frac{S}{S'} = \frac{ah/2}{a'h'/2} = \frac{a}{a'} \cdot \frac{h}{h'} = k \cdot k = k^2$$

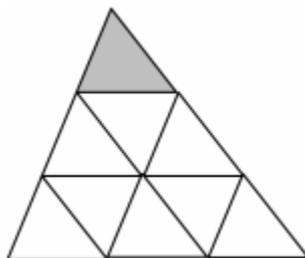
Vejamos um exemplo simples.

Os dois triângulos da figura abaixo são semelhantes. Se a área do menor é igual a 8, qual é a área do maior?



Para esta pergunta, alunos têm uma tendência irresistível de responder rapidamente que a área do triângulo maior é 24. Porém, isto não é verdade. A razão de semelhança dos dois triângulos é $k = 1/3$ e, portanto, a razão entre suas áreas é $1/9$. Daí, se a área do menor é igual a 8, a área do maior é 72.

Você pode ver esta relação na figura a seguir. Realmente, o triângulo pequeno cabe 9 vezes dentro do grande.



A propriedade 4, que mostramos para triângulos, vale naturalmente para polígonos, pois estes podem ser divididos em triângulos. Mas, é importante saber que esta propriedade vale para quaisquer figuras semelhantes.

A razão entre as áreas de figuras semelhantes quaisquer é igual ao quadrado da razão de semelhança.

Realização:

Financiamento: Apoio:



Exercício 31

Em algum momento, na primeira metade do século passado, uma pessoa chamada Afrânio tinha um valioso terreno desocupado, perto do centro da cidade do Rio de Janeiro. Com a urbanização da cidade, ruas novas foram abertas e o terreno de Afrânio ficou reduzido a um triângulo ABC, retângulo em B, ainda de grande valor, pois o lado AB media 156 metros. Pois bem, Afrânio morreu e em seu testamento os advogados encontraram as instruções para dividir o terreno “igualmente” entre seus dois filhos. Era assim: “um muro deve ser construído perpendicularmente ao lado AB, de forma que os dois terrenos resultantes da divisão tenham mesmo valor; o que tem a forma de um trapézio será do meu filho mais velho e o outro será do mais novo”.

Os advogados concluíram que os terrenos deviam ter mesma área, pois o testamento dizia que deveriam ter mesmo valor. Mas não foram capazes de decidir em que posição deveria ficar o muro. Conta meu avô que o episódio ganhou as páginas dos jornais por vários dias, com leitores opinando de diversas maneiras sobre a posição correta do muro. Ele falava e se divertia muito com as opiniões absurdas mas, ao mesmo tempo, me instigava a resolver o problema. E o problema retorna para vocês.

Em que posição, relativamente ao lado AB do terreno, o muro deve ser construído?



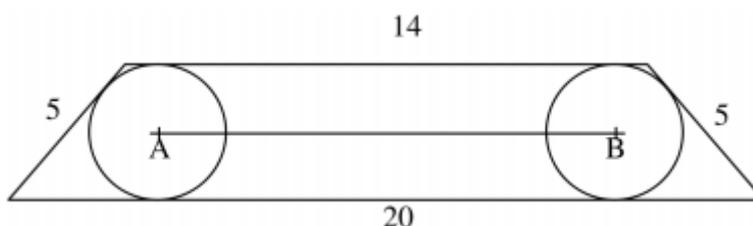
Exercício 32

As medianas de um triângulo dividem esse triângulo em 6 outros triângulos. Mostre que todos têm mesma área



Exercício 33

A figura a seguir mostra um trapézio com bases medindo 20 cm e 14 cm e com os outros dois lados medindo 5 cm cada um. Duas circunferências com centros A e B são tangentes às bases, uma ao lado esquerdo e outra ao lado direito. Pergunta-se qual é o comprimento do segmento AB.



Realização:



Financiamento: Apoio:



PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA – TEMA DA AULA – NÍVEL 3

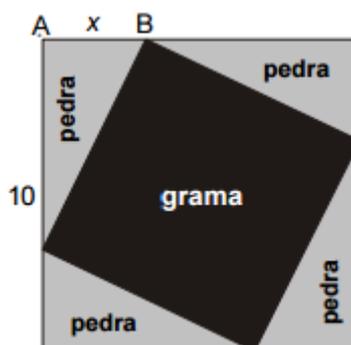
Exercício 34

(OBMEP 2005 – N3Q4 – 2ª fase) Um prefeito quer construir uma praça quadrada de 10 m de lado, que terá quatro canteiros triangulares de pedra e um canteiro quadrado de grama, como na figura. O prefeito ainda não decidiu qual será a área do canteiro de grama, e por isso o comprimento do segmento AB está indicado por x na figura.

A) Calcule a área do canteiro de grama para $x = 2$.

B) Escreva a expressão da área do canteiro de grama em função de x. Sabe-se que o canteiro de grama custa R\$ 4,00 por metro quadrado e os canteiros de pedra custam R\$ 3,00 por metro quadrado. Use esta informação para responder aos dois itens a seguir.

C) Qual a menor quantia que o prefeito deve ter para construir os cinco canteiros? D) Se o prefeito tem apenas R\$ 358,00 para gastar com os cinco canteiros, qual é a área do maior canteiro de grama que a praça poderá ter?



Realização:

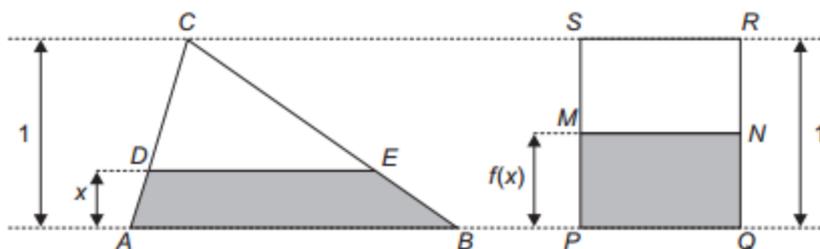


Financiamento: Apoio:



Exercício 35

(OBMEP 2008 – N3Q3 – 2ª fase) Na figura, o triângulo ABC e o retângulo PQRS têm a mesma área e a mesma altura 1. Para cada valor de x entre 0 e 1 desenha-se o trapézio ABED de altura x e depois o retângulo PQNM de área igual à do trapézio, como na figura. Seja f a função que associa a cada x a altura do retângulo PQNM.



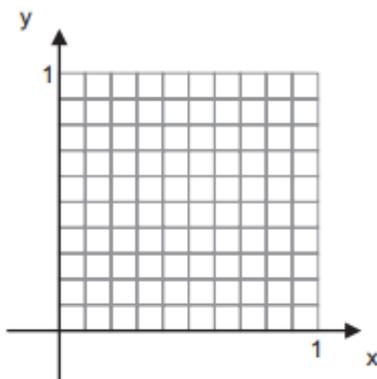
(a) Qual é a razão entre AB e PQ?



(b) Qual é o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right)$?



(c) Ache a expressão de f(x) e desenhe o gráfico de f.



Realização:

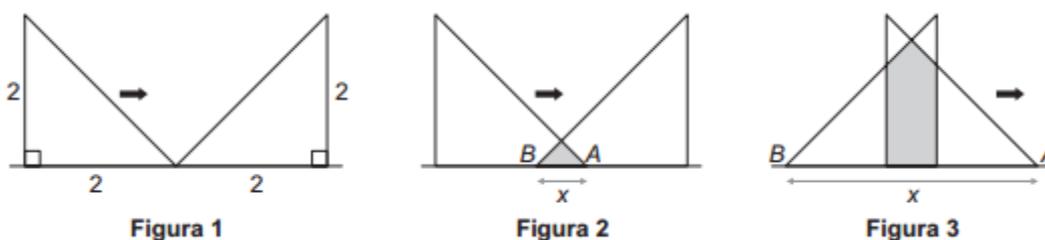


Financiamento: Apoio:



Exercício 36

(OBMEP 2009 – N3Q5 – 2ª fase) Dois triângulos retângulos isósceles com catetos de medida 2 são posicionados como mostra a figura 1. A seguir, o triângulo da esquerda é deslocado para a direita. Nas figuras 2 e 3, x indica a distância entre os vértices A e B dos dois triângulos.

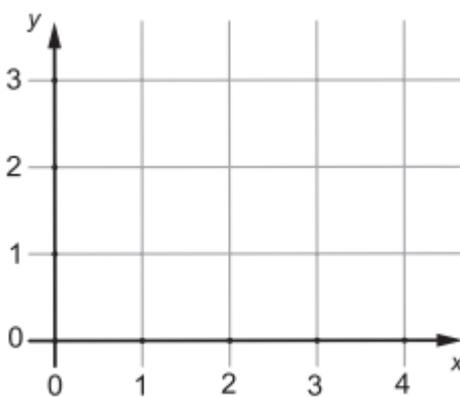


Para cada x no intervalo $[0,4]$, seja $f(x)$ a área da região comum aos dois triângulos (em cinza nas figuras).

(a) Calcule $f(1)$ e $f(3)$.

□

(b) Encontre as expressões de f nos intervalos $[0,2]$ e $[2,4]$ e esboce o seu gráfico.



(c) Qual é a área máxima da região comum aos dois triângulos?

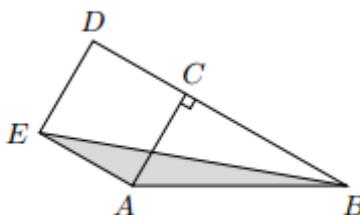
□

□

PROBLEMAS PARA CASA – TEMA DA AULA – NÍVEL 1, 2 E 3
 “Encontros de Geometria – Parte 1” de F. Dutenhefner e L. Cadar .

Exercício I

Na figura a seguir, ACDE é um quadrado com 14 cm² de área. Qual é a área do triângulo ABE?



□

Exercício II

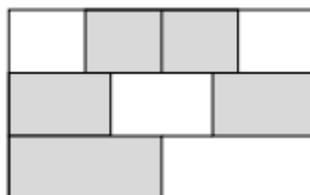
(OBMEP 2009 – N1Q17 – 1a fase) A figura mostra um quadrado de lado 12 cm, dividido em três retângulos de mesma área. Qual é o perímetro do retângulo sombreado?



□

Exercício III

(OBMEP 2013 – N1Q6 – 1a fase) A figura representa um retângulo de área 36 m², dividido em três faixas de mesma largura. Cada uma das faixas está dividida em partes iguais: uma em quatro partes, outra em três e a terceira em duas. Qual é a área total das partes sombreadas?



□

Realização:



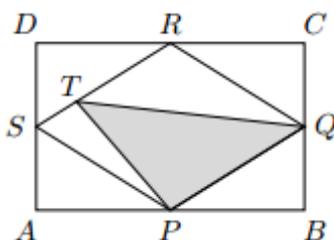
Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Exercício IV

(OBMEP 2009 – N2Q12 – 1a fase) Na figura o retângulo ABCD tem área 40 cm^2 . Os pontos P, Q, R e S são pontos médios dos lados do retângulo e T está no segmento RS. Qual é a área do triângulo PQT?



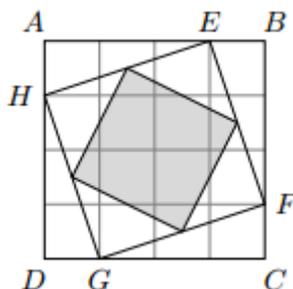
Exercício V

(OBMEP 2005 – N2Q4 – 2a fase) O quadrado ABCD da figura está dividido em 16 quadradinhos iguais. O quadrado sombreado tem os vértices sobre os pontos médios do quadrado EFGH.

(A) A área do quadrado EF GH corresponde a que fração da área do quadrado ABCD?



(B) Se o quadrado ABCD tem 80 cm^2 de área, qual é o lado do quadrado sombreado?



Realização:



Financiamento: Apoio:



Exercício VI

(OBMEP 2006 – N1Q4 – 2a fase) Uma folha retangular de 20 cm por 30 cm foi cortada ao longo das linhas tracejadas AC e BD em quatro pedaços: dois triângulos iguais e dois polígonos iguais de cinco lados cada um, como na Figura I. Os segmentos AC e BD têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos.

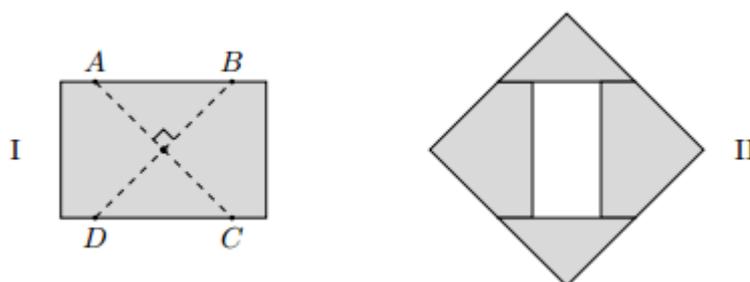
(A) Qual é o comprimento do segmento AB?



(B) Qual é a área de um pedaço triangular? E de um pedaço de cinco lados?



(C) Com os quatro pedaços podemos montar um quadrado com um buraco retangular, como na Figura II. Qual é a área do buraco?



Temas Gerais (Obrigatório)

Problema I - XXIV OBM – N1Q1 – 2ª fase

O ano 2002 é palíndromo, ou seja, continua o mesmo se lido da direita para a esquerda.

a) Depois de 2002, quais serão os próximos quatro anos palíndromos?



b) O último ano palíndromo, 1991, era ímpar. Quando será o próximo ano palíndromo ímpar?



Realização:



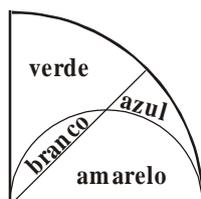
Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Problema II - XXIV OBM 2002 – N2Q2 – 2ª fase

Um grande painel na forma de um quarto de círculo foi composto com 4 cores, conforme indicado na figura ao lado, onde o segmento divide o setor em duas partes iguais e o arco interno é uma semicircunferência. Qual é a cor que cobre a maior área?

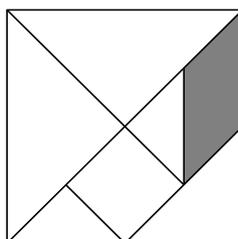


Problema III – XXV OBM 2003 – N1Q6 – 2ª fase

Anos bissextos são múltiplos de 4, exceto aqueles que são múltiplos de 100 mas não de 400. Quantos anos bissextos houve desde a Proclamação da República, em 1889, até hoje?

Problema IV – XXIII OBM 2001 – N1Q2 – 2ª fase

As peças de um jogo chamado Tangram são construídas cortando-se um quadrado em sete partes, como mostra o desenho: dois triângulos retângulos grandes, um triângulo retângulo médio, dois triângulos retângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Se a área do quadrado grande é 1, qual é a área do paralelogramo?



Realização:



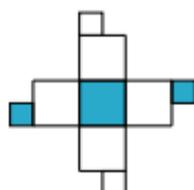
Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Problema V - XXXIII Olimpíada Portuguesa de Matemática – Pré Olimpíadas – 5º ano – 2014

A caixa de doces e um cubo forrado de papel pintado de acordo com a seguinte planificação:



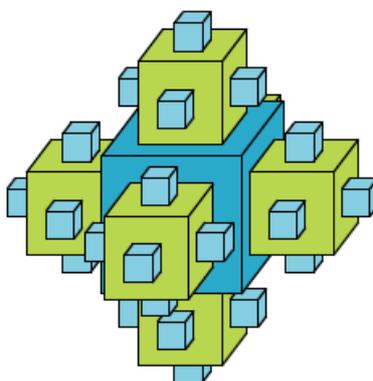
Qual dos seguintes cubos representa a caixa de doces?

- A) B) C) D) E)

□

Problema VI - XXXII Olimpíada Portuguesa de Matemática – Pré Olimpíadas – 6º/7º ano – 2014

A Sofia colou, em cada face de um cubo com 5 cm de lado, um cubo de lado 3 cm. Em cada face livre dos cubos de lado 3 cm colou um cubo com 1 cm de lado. Depois pintou o sólido resultante como se indica na figura. Qual é a área total pintada?



- a) 336 b) 426 c) 486 d) 570 e) 654

□

Realização:



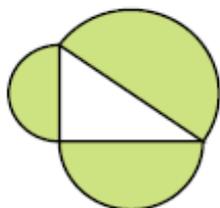
Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Problema VII - XXXIII Olimpíada Portuguesa de Matemática – Pré Olimpíadas – 8^o/9^o ano – 2015

O recinto da escola da Clarisse e da Emília tem três espaços verdes, com a forma de semicírculo, que rodeiam o edifício, cuja base é um triângulo retângulo. Se os dois espaços verdes mais pequenos têm áreas 1000 m^2 e 2000 m^2 , qual é a área, em m^2 , do espaço verde maior?

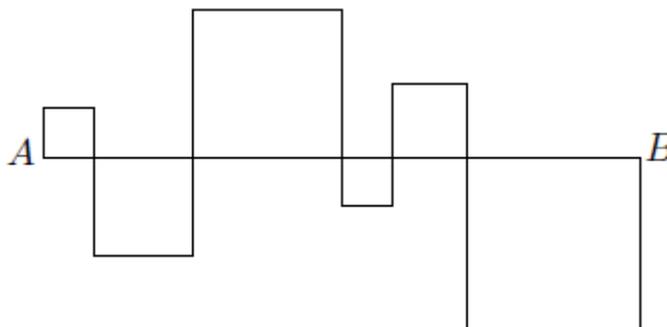


- a) 3.000 b) $1.000\sqrt{5}$ c) 1.000π d) $1.000\sqrt{3}\pi$ e) 3.000π

□

Problema VIII - XXXIII Olimpíada Portuguesa de Matemática – Pré Olimpíadas – 6^o/7^o ano – 2015

O João desenhou seis quadrados tal como se apresenta na figura. O segmento de reta [AB] mede 24 cm, qual é o perímetro da figura?



- a) 48 cm b) 56 cm c) 72 cm d) 96 cm e) 106 cm

□

Realização:



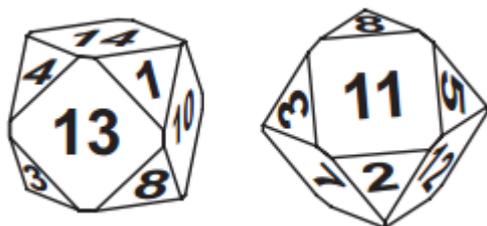
Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

Problema IX - OBMEP 2012 – N2Q14 – 1ª fase

Fazendo oito cortes em um cubo, perto de seus vértices, obtemos um sólido com 14 faces, que numeramos de 1 a 14. Na figura observamos esse sólido sob dois pontos de vista diferentes. Qual é o número da face oposta à face de número 13?



□

HAVERÁ UMA LISTA DE REVISÃO DISPONIBILIZADA ONLINE

QUEBRA CABEÇA



2-	2÷		1-	
	1	2-		9+
6x		4	3+	
3-	15x			
	9+		1-	

Para aprender a fazer o Ken Ken veja a nossa vídeo-aula. Use o código QR (requer aplicativo):



Realização: **impa**



Financiamento: Apoio:



Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

LISTA DE VÍDEOS PARA ASSISTIR NO CICLO 1

ENCONTRO	TÍTULO DO VÍDEO	SÉRIE > MÓDULO	NÍVEIS QUE PRECISAM ASSISTIR	DURAÇÃO DO VÍDEO	JÁ ASSISTI
	Procure na Série/Módulo, vídeo com esse título				
1º Encontro 13/6/2016 a 19/6/2016 ARITMÉTICA 1: Paridade e Algoritmo da Divisão NÍVEL 1: 50min27s NÍVEL 2: 50min27s NÍVEL 3: 1h41min46s	Problemas Envolvendo Paridade	TÓPICOS ADICIONAIS > Sistemas de Numeração e Paridade	1, 2 e 3	15min56	<input type="checkbox"/>
	Problemas com Dominós	TÓPICOS ADICIONAIS > Sistemas de Numeração e Paridade	1, 2 e 3	13min7	<input type="checkbox"/>
	Dominós, Pesagens e Outros Problemas	TÓPICOS ADICIONAIS > Sistemas de Numeração e Paridade	1 e 2	23min24	<input type="checkbox"/>
	Multiplicação, Números Pares e Ímpares	TÓPICOS ADICIONAIS > Números Naturais, Representação, Operações e Divisibilidade	3	19min	<input type="checkbox"/>
	Números Pares e Ímpares, Resolução de Exercícios OBMEP	TÓPICOS ADICIONAIS > Números Naturais, Representação, Operações e Divisibilidade	3	12min10	<input type="checkbox"/>
	Teorema da Divisão Euclidiana	TÓPICOS ADICIONAIS > Números Naturais, Representação, Operações e Divisibilidade	3	10min50	<input type="checkbox"/>
	Divisibilidade: Resolução de Exercícios – parte 3	TÓPICOS ADICIONAIS > Números Naturais, Representação, Operações e Divisibilidade	3	10min37	<input type="checkbox"/>
	Divisibilidade: Resolução de Exercícios – parte 4	TÓPICOS ADICIONAIS > Números Naturais, Representação, Operações e Divisibilidade	3	10min43	<input type="checkbox"/>
Divisibilidade: Resolução de Exercícios – parte 5	TÓPICOS ADICIONAIS > Números Naturais, Representação, Operações e Divisibilidade	3	11 min23	<input type="checkbox"/>	
2º ENCONTRO 20/6/2016 a 26/6/2016 CONTAGEM 1: Princípio Aditivo NÍVEL 1: 25min34 NÍVEL 2: 2h15min55 NÍVEL 3: 33min78	Princípio Fundamental da Contagem	2º ANO DO ENSINO MÉDIO > Princípios Básicos de Contagem	1, 2 e 3	12min31	<input type="checkbox"/>
	Exercícios sobre o Princípio Fundamental da Contagem – Parte 1	2º ANO DO ENSINO MÉDIO > Princípios Básicos de Contagem	2 e 3	11min14	<input type="checkbox"/>
	Exercícios sobre o Princípio Fundamental da Contagem – Parte 2	2º ANO DO ENSINO MÉDIO > Princípios Básicos de Contagem	3	10min33	<input type="checkbox"/>
	Aula 1 - Princípio Aditivo	TÓPICOS ADICIONAIS > Métodos de Contagem e Probabilidade - PIC	1 e 2	13min3	<input type="checkbox"/>
	Aula 2 – Princípio Multiplicativo	TÓPICOS ADICIONAIS > Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC	2	30min13	<input type="checkbox"/>
	Aula 3 – Quantidade de Subconjuntos de um Conjunto	TÓPICOS ADICIONAIS > Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC	2 Recomendo 3	32min31	<input type="checkbox"/>
Aula 4 – Estudo das Permutações	TÓPICOS ADICIONAIS > Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC	2 Recomendo 3	36min23	<input type="checkbox"/>	
3º ENCONTRO 27/6/2016 a 3/7/2016 GEOMETRIA 1: Área das Figuras Planas NÍVEL 1: 29min43 NÍVEL 2: 1h51min57 NÍVEL 3: 44min4	Área de Figuras Planas – Parte 1: Retângulo	9º ANO > Área de Figuras Planas	1, 2 e 3	16min2	<input type="checkbox"/>
	Área de Figuras Planas – Parte 2: Paralelogramos e Triângulos	9º ANO > Área de Figuras Planas	1, 2 e 3	13min41	<input type="checkbox"/>
	Aula 1 – Áreas	9º ANO > Problemas Envolvendo Áreas	2	15min39	<input type="checkbox"/>
	Aula 2 – Uma propriedade de área de triângulos	9º ANO > Problemas Envolvendo Áreas	2	8min35	<input type="checkbox"/>
	Área de Figuras Planas – Parte 3: Losangos, Trapézios, Polígonos Regulares de n lados e Círculos	9º ANO > Área de Figuras Planas	2 e 3	14min31	<input type="checkbox"/>
	Área de Figuras Planas – Parte 4: Resolução de Exercícios e Área de um Setor Circular	9º ANO > Área de Figuras Planas	2 Recomendo 3	15min2	<input type="checkbox"/>
	Área de Figuras Planas – Parte 5: Resolução de Exercícios	9º ANO > Área de Figuras Planas	2 Recomendo 3	13min40	<input type="checkbox"/>
	Área de Figuras Planas – Parte 6: Resolução de Exercícios	9º ANO > Área de Figuras Planas	2 Recomendo 3	15min27	<input type="checkbox"/>

Realização:

Financiamento: Apoio:



11º

PIC

Programa de
Iniciação Científica
da OBMEP

Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães – Região PIC-MG09 - Pólo Muzambinho – MG – Turma 2385

ALUNOS DO PIC MUZAMBINHO

NÍVEL 1

ESTUDANTE	CIDADE	S	CAT.	ESCOLA
Allan de Almeida	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Ana Paula Adão Rodrigues	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Caio Eduardo Piza	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Camilly Cristini Pereira	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Carolina Cristina de Andrade	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Cristiano Henrique Ferreira	MONTE BELO	7	MH	EE FRE LEVINO
Emilly Sabrina Pereira	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Gabriel Oliveira Botelho	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Gabrieli de Almeida Lima	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Igor Lange Almeida	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Júlio César de Ávila	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Kaiani Ranieli da Silva	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Larissa Cristina da Silva	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Livia Souza Ambrósio	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Mariana Aparecida Dias Martins	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Mirela Bueno de Rezende	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA
Otávio Barbosa	CABO VERDE	8	MH	EE PROF. PEDRO SATURNINO DE MAGALHÃES
Otávio Roberto de Almeida	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Othoniel Eugênio Luiz	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Rafaela Vasconcelos de Oliveira	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Túlio Honocar Silva	MUZAMBINHO	7	CONV	EE CESÁRIO COIMBRA
Yasmin Vasconcelos de Souza	MUZAMBINHO	7	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEIDA

NÍVEL 2

ESTUDANTE	CIDADE	S	CAT.	ESCOLA
Raul Lomonte Figueiredo	MUZAMBINHO	8	OURO	EE CESÁRIO COIMBRA
Alison Ferreira da Silva	GUAXUPÉ	8	BRONZE	EE DR. ANDRÉ CORTEZ GRANERO
Ana Carla Paulino Cintra	NOVA RESENDE	8	OURO	EE PE LUIZ MORENO
Emily Maciel Campgonlli	GUAXUPÉ	8	BRONZE	EE BENEDITO LEITE RIBEIRO
Igor Felipe Fachini Coelho	NOVA RESENDE	9	BRONZE	EE PE LUIZ MORENO
Julio Cezar Batista Ferreira	CABO VERDE	8	PRATA	EE MAJOR LEONEL
Talyta Silva Rezende	JURUAIA	8	BRONZE	EE EDUARDO SENEDESE
Vitória Rezende de Lima	JURUAIA	9	BRONZE	EE EDUARDO SENEDESE
Ana Paula da Silva Bueno	MUZAMBINHO	8	MH	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Anne Mary Garcia	JURUAIA	8	MH	EE EDUARDO SENEDESE
Bruno Antônio Martins	MUZAMBINHO	9	MH	EE CESÁRIO COIMBRA
Caio Silva de Oliveira	MUZAMBINHO	8	MH	EE CESÁRIO COIMBRA

Cássia Aparecida Torlai de Souza	MUZAMBINHO	8	MH	EE CESÁRIO COIMBRA
Daniel Cardoso Alves	MUZAMBINHO	9	MH	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Daniel Eduardo da Silva Pereira	MUZAMBINHO	9	MH	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Daniel Godoy da Silva	MUZAMBINHO	9	MH	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Eric Aparecido Madeira	MUZAMBINHO	8	MH	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Gustavo Silva de Almeida	MUZAMBINHO	8	MH	EE CESÁRIO COIMBRA
Hiago Tadeu da Silva	MONTE BELO	8	MH	EE PRES TANCREDO DE ALMEIDA NEVES
João Vitor de Paiva Moreira	MONTE BELO	9	BRONZE	EE PRES. TANCREDO DE ALMEIDA NEVES
Julia Aparecida da Silva	MUZAMBINHO	8	MH	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Lúcia Angélica da Silva Martins	NOVA RESENDE	8	MH	EE PE. LUIZ MORENO
Marília Cristina Ródio Durante	MUZAMBINHO	8	MH	EE CESÁRIO COIMBRA
Mayane de Oliveira Lima Ribeiro	NOVA RESENDE	8	MH	EE PRES TANCREDO DE ALMEIDA NEVES
Reginaldo César da Silva	JURUAIA	9	MH	EE EDUARDO SENEDESE
Vitória dos Reis Dini	MUZAMBINHO	9	MH	EE CESÁRIO COIMBRA
Diego José Salomão	MUZAMBINHO	9	CONV	EE PROF. SALATIEL DE ALMEID
Isabella Souza de Oliveira	JURUAIA	8	CONV	EE EDUARDO SENEDESE

NÍVEL 3

ESTUDANTE	CIDADE	S	CAT.	ESCOLA
Breno Otávio de Souza Silva	JURUAIA	1	PRATA	EE EDUARDO SENEDESE
Vânia Helena dos Passos	JURUAIA	3	BRONZE	EE EDUARDO SENEDESE
Vilson Bueno da Silva Jr.	JURUAIA	1	PRATA	ETEC JOÃO BAP L FIGUEIREDO
Pablo Henrique Oliveira Matias	JURUAIA	1	PRATA	IFSULDEMINAS
João Pedro Nascimento Silva	GUAXUPÉ	1	PRATA	IFSULDEMINAS
Eduardo Souza Caproni	GUAXUPÉ	1	BRONZE	EE BENEDITO LEITE RIBEIRO
Igor Souza Caproni	GUAXUPÉ	1	BRONZE	EE BENEDITO LEITE RIBEIRO
Jeferson Ruiz de Oliveira	GUARANÉSI	3	BRONZE	EE ALICE AUTRAN DOURADO
Ana Carolina Silva	JURUAIA	1	MH	EE EDUARDO SENEDESE
Breno Felipe da Silva	MONTE BELO	1	MH	IFSULDEMINAS
Francieli Vieira Silva de Paula	JURUAIA	2	MH	IFSULDEMINAS
Hellen Trindade Gonçalves	JURUAIA	1	MH	EE EDUARDO SENEDESE
José Vinicius de Moraes	MONTE BELO	3	MH	IFSULDEMINAS
Juan Gabriel Ozéas	MONTE BELO	1	MH	EE FREI LEVINO
Mariana Gabriela Gusmão	MONTE BELO	3	MH	EE FREI LEVINO
Matheus Oliveira	MONTE BELO	1	MH	EE FREI LEVINO
Mehry Endy Dias Faria	JURUAIA	2	MH	IFSULDEMINAS
Pedro Mendes dos Santos Inácio	JURUAIA	2	BRONZE	EE EDUARDO SENEDESE
Rafael Vicente da Silva	JURUAIA	2	MH	IFSULDEMINAS
Ryan Braz Tintore Viana	GUAXUPÉ	1	MH	EE BENEDITO LEITE RIBEIRO
Tarcísio Rezende Madeira	JURUAIA	3	MH	EE EDUARDO SENEDESE
Thiago César Silva Barbieri	JURUAIA	2	PRATA	ETEC JOAO BAP L FIGUEIREDO

Realização:

Financiamento: Apoio:



Calendário

CICLO	ENCONTRO	PERÍODO	PROVA	SIMULADO – 2ª FASE
1	Aritmética 1	13/jun-18/jun		
	Contagem 1	20/jun-25/jun		
	Geometria 1	27/jun-2/jul		
2	Aritmética 2	11/jul-16/jul	CICLO 1	Entrega do 1º
	Contagem 2	1/ago-6/ago		Devolução do 1º
	Geometria 2	8/ago-13/ago		Entrega do 2º
3	Aritmética 3	22/ago-27/ago	CICLO 2	Devolução do 2º
	Contagem 3	29/ago-3/set		Entrega do 3º
	Geometria 3	12/set-17/set		
4	Aritmética 4	26/set-1/out	CICLO 3	
	Contagem 4	3/out-8/out		
	Geometria 4	10/out-15/out		
5	Aritmética 5	24/out-29/out	CICLO 4	
	Contagem 5	31/out-5/nov		
	Geometria 5	7/nov-12/nov		
6	Aritmética 6	21/nov-26/nov	CICLO 5	
	Contagem 6	28/nov-3/dez		
	Geometria 6	5/dez-10/dez		
FINAL		12/dez-17/dez	CICLO 6	

O calendário corresponde às aulas no site do PIC e períodos para assistir aos vídeos no Portal da Matemática. As aulas presenciais devem acontecer NO MÁXIMO até 1 dia após o término da semana correspondente. A prova e outras tarefas avaliativas devem acontecer no período indicado.

TAREFAS OBRIGATÓRIAS NO PORTAL PIC (apenas bolsistas)

4/jul-9/jul
 15/ago-20/ago
 19/set-24/set
 17/out-22/out
 14/nov-19/nov

Realização:



Financiamento: Apoio:

