9) Um campeonato é disputado por 12 clubes em rodadas de 6 jogos cada. De quantos modos é possível selecionar os jogos da primeira rodada?

Vale ressaltar que se o clube A jogar com o B ou o B jogar com A é a mesma partida, concordam?! Logo esse exercício é de combinação.

1ª Partida:
Para o primeiro jogo teremos dois clubes disputando o campeonato, assim o primeiro clube dessa partida pode ser escolhido de 12 maneiras.
O segundo clube (já escolhido o primeiro) resta-nos 11 maneiras de ser escolhido, logo:
$\frac{12 \times 11}{2!} = 66$ ou usando a fórmula $C_{12}^{2} = \frac{12!}{2!(12-2)!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{2!10!} = \frac{12 \times 11}{2!} = 66$

2ª Partida:
Para o segundo jogo teremos dois clubes disputando o campeonato, lembrando que 2 dos 12 já foram escolhidos na partida anterior.
Assim o primeiro clube dessa partida pode ser escolhido de 10 maneiras.
O segundo clube (já escolhido o primeiro) resta-nos 9 maneiras de ser escolhido, logo:
$\frac{10 \times 9}{2!} = 45$ ou usando a fórmula $C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{2!8!} = \frac{10 \times 9}{2!} = 45$

3ª Partida:
Para o terceiro jogo teremos dois clubes disputando o campeonato, lembrando que 4 dos 12 já foram escolhidos nas partidas anteriores.
Assim o primeiro clube dessa partida pode ser escolhido de 8 maneiras.
O segundo clube (já escolhido o primeiro) resta-nos 7 maneiras de ser escolhido, logo:
$\frac{8 \times 7}{2!} = 28$ ou usando a fórmula $C_{8}^{2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2!} = 28$

4ª Partida:
Para o terceiro jogo teremos dois clubes disputando o campeonato, lembrando que 6 dos 12 já foram escolhidos nas partidas anteriores.
Assim o primeiro clube dessa partida pode ser escolhido de 6 maneiras.
O segundo clube (já escolhido o primeiro) resta-nos 5 maneiras de ser escolhido, logo:
$\frac{6 \times 5}{2!} = 15$ ou usando a fórmula $C_{6}^{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2!} = 15$

5ª Partida:
Para o terceiro jogo teremos dois clubes disputando o campeonato, lembrando que 8 dos 12 já foram escolhidos nas partidas anteriores.
Assim o primeiro clube pode ser escolhido de 4 maneiras.
O segundo clube (já escolhido o primeiro) resta-nos 3 maneiras de ser escolhido, logo:
$\frac{4 \times 3}{2!} = 6$ ou usando a fórmula $C_{4}^{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$

6ª Partida:
Para o terceiro jogo teremos dois clubes disputando o campeonato, lembrando que 10 dos 12 já foram escolhidos nas partidas anteriores.
Assim o primeiro clube pode ser escolhido de 2 maneiras.
O segundo clube (já escolhido o primeiro) resta-nos 1 maneiras de ser escolhido, logo:
$\frac{2 \times 1}{2!} = 1$ ou usando a fórmula $C_{2}^{2} = \frac{2!}{2!(2-2)!} = \frac{2 \times 1}{2!} = 1$

Logo pelo princípio multiplicativo teremos no total $66 \times 45 \times 28 \times 15 \times 6 \times 1 = 7.484.400$, mas essa ainda não é nossa resposta.

Pode ser que um rodada que formamos com as 6 partidas seja a mesma que outra rodada com as mesmas partidas em ordem diferente, logo como são 6 partidas, permutamos a ordem de 6! vezes, porém a mesma rodada.

Assim concluímos que nosso total de rodadas possíveis é $\frac{7.484.400}{720} = 10.395$.

10) Um professor elaborou uma lista de exercícios com 10 questões e pediu que um aluno escolhesse 7 delas para resolver. De quantas formas o aluno pode escolher o conjunto de questões que vai resolver?

Primeira coisa que faremos nesse exercício é analisar que tipo ele é, se é arranjo ou combinação.
Se escolhermos o conjunto formado pelas questões 1, 4, 5, 6, 7, 2 e 8 e o conjunto 8, 2, 7, 5, 6, 4 e 1 é o mesmo conjunto de questões?!
Sim, por isso esse exercício é de combinação.

Assim para escolhermos a primeira questão temos 10 possibilidades, para a segunda questão 9 possibilidades e assim por diante até a sétima questão que terá 4 possibilidades, lembrando que o mesmo conjunto pode ser contado mais de uma vez, ou seja, um conjunto é contado de 7! vezes, logo nossa resposta é:

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{7!} = \frac{604.800}{5.040} = 120 \text{ formas.}$$

Ou simplesmente poderíamos ter usado a fórmula de combinação:

$$C_{10}^{7} = \frac{10!}{7!(10-7} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!3!} = \frac{720}{6} = 120 \text{ formas.}$$