

Questões de Aritmética — 15/07/2016

1. Se a é par, então a^2 também é par.

Solução: Observe que, se a é par então se escreve da forma $a = 2 \cdot p$, onde $p \in \mathbb{Z}$. Assim,

$$a^2 = (2 \cdot p)^2 = 4 \cdot p^2 = 2 \cdot (2 \cdot p^2)$$

Como $p \in \mathbb{Z}$, sabemos que $p^2 \in \mathbb{Z}$ também e segue que $2 \cdot p^2 \in \mathbb{Z}$. Logo $2 \cdot (2 \cdot p^2)$ é par.

2. Se b é ímpar, então b^2 também é ímpar.

Solução: Vemos que, se b é ímpar então escreve-se como $b = 2 \cdot q + 1$, onde $q \in \mathbb{Z}$. Assim,

$$b^2 = (2 \cdot q + 1)^2 = 4 \cdot q^2 + 4 \cdot q + 1 = 2 \cdot [2 \cdot (q^2 + q)] + 1$$

Temos por hipótese $q \in \mathbb{Z}$ e, sabemos que $q^2 \in \mathbb{Z}$. Com isso, a soma $q + q^2 \in \mathbb{Z}$ e $2 \cdot (q + q^2) \in \mathbb{Z}$. Logo $2 \cdot [2 \cdot (q^2 + q)] + 1$ é ímpar.