

Programa de Iniciação Científica da OBMEP

Manual

**OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
IMPA, Rio de Janeiro, 2015**

**10º PIC
<http://10pic.obmep.org.br>**

Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP

Coordenador Geral da OBMEP: Claudio Landim (IMPA).

Programa de Iniciação Científica – PIC

Coordenadora do PIC: Ana Catarina P. Hellmeister (USP).

Coordenadora Acadêmica: Claudia Vasconcelos (OBMEP).

Coordenadora do PIC a Distância: Suzana Fornari.

Coordenadores de Fórum: Ana Lucia da Silva, Francisco Dutenhfer, Jocelino Sato, Luciana Cadar Chamone, Luzia Maria Casati, Moacir Rosado Filho, Victor Gonzalo L. Neumann, Walter dos Santos Motta Jr.,

Coordenadores Regionais de Iniciação Científica: **AC:** José Ivan da Silva Ramos – UFAC; **AL:** Sinvaldo da Gama – UFAL; **AM:** Carlos Wagner Marques do Nascimento – UFAM; **AP:** Marcio Bahia – UNIFAP; **BA:** Luzinalva Amorim – UFBA; **CE:** Onofre Farias – C7S; **DF:** Kellcio Araújo – UNB; **ES:** Luzia Casati – UFES; **GO:** José Hilário – UFG; **MA:** João de Deus da Silva – UFMA; **MGo1:** Gilcione Costa – UFMG; **MGo2:** Fernanda Moura – UFV; **MGo3:** Francinildo Ferreira – UFSJ; **MGo4:** Elisa Regina dos Santos – UFU; **MGo5:** Marise Silveira – Unimontes; **MGo6:** Weversson Dalmaso Sellin – UFVJM; **MGo7:** Beatriz Casulari Ribeiro – UFJF; **MGo8:** Alexandre Alvarenga Rocha – UFV; **MGo9:** Luciano Soares Pedrosa – FAFIPA; **MGo10:** Wenderson Marques Ferreira – UFOP; **MS:** Karina Miranda D. Leite – UFMS; **MTor:** Martinho Araújo – UFMT; **MTor2:** Ruiilson Sillas de Oliveira Nunes – UFMT; **PA:** Geraldo Mendes de Araújo – UFPA; **PB:** José de Arimatéia – UFCE; **PEor:** Jorge Antonio Hinojosa – UFRPE; **PEor2:** Pedro Macario de Moura – UPE; **PIor:** Gilvan Lima de Oliveira – UFPI; **PIor2:** Paulo Sergio Marques dos Santos – UFPI; **PRO1:** Ana Lucia da Silva – UEL; **PRO2:** Florinda Miyaoka – UFPR; **PRO3:** Sani de Carvalho Rutz da Silva – UFPR; **PRO4:** Edson Carlos Licurgo Santos – UNIOESTE; **RJor:** Jair Salvador – UFRJ; **RJor2:** Jones Colombo – UFF; **RJor3:** Ivail Muniz – Pedro II; **RN:** José Querginaldo – UFRN; **RO:** Carlos Vinícius Ramos – UNIR; **RR:** Raimundo Nonato Araújo – UFRR; **RSor:** Elizabeth da Costa – UFRGS; **RSor2:** Márcio Luís Miotto – UFSM; **SCor:** Lício Bezerra – UFSC; **SCor2:** Lucia Menoncini – UFES; **SE:** Valdenberg da Silva – UFS; **SPO1:** José Carlos Rodrigues – FTC - UNESP; **SPO2:** Aparecida Francisco da Silva – UNESP; **SPO3:** Raul Ribeiro – Anglo Atibaia; **SPO4:** Reinaldo Gen Ichiro Arakaki - FATECSJC; **SPO5:** Débora Bezerra – UAMESP; **SPO6:** Ires Dias – ICMC – USP; **SPO7:** Antonio Cesar Germano Martins e José Arnaldo Frutuoso Roveda – UNESP; **SPO8:** Cristina Cerri – USP; **TO:** Dirlei Ruschinsky – UFT.

Sumário

1. Quase tudo que você deve saber sobre o PIC	1
1.1 O que é a Iniciação Científica?	1
1.2 A equipe	1
1.3 Como funcionará o 10º PIC (2015).....	2
1.4 PIC a distância	2
1.5 A Bolsa do CNPq para o PIC	3
1.6 As obrigações dos alunos que participam do PIC	3
1.7 Tarefas do Portal do PIC.....	3
1.8 As avaliações presenciais	5
1.9 A avaliação de participação no Fórum Hotel de Hilbert.....	5
1.10 Quadro de avaliação do aluno	6
1.11 Critérios de desligamento do PIC	6
1.12 Como aproveitar bem os encontros presenciais	7
1.13 Como participar do Fórum	7
1.14 Regras de participação no Fórum Hotel de Hilbert	7
1.15 Algumas boas ideias	8
1.16 Certificado	9
1.17 Encontro do Hotel de Hilbert	9
2. Conteúdos	11
2.1 Grupo 1, 1	11
2.2 Grupo 1, 2	16
2.3 Grupo 2	20
2.4 Grupo 3	25
2.5 Grupo 4	28
2.6 Grupo 5	30
2.7 Grupo 6	31
2.8 Grupo 7	33

3. O que é T_EX ?	35
3.1 Knuth inventou o T _E X	35
3.2 ... e Lamport criou o L ^A T _E X	36
4. Escrevendo e desenhando no Fórum	39
4.1. Exemplos Básicos.....	39
4.2. Letras Gregas.....	40
4.3. Aritmética.....	40
4.4. Geometria.....	41
4.5 Setas	41
4.6 Símbolos Diversos.....	42
4.7 Conjuntos.....	42
4.8 Matrizes e Determinantes	42
4.9 Somatórios e Produtórios.....	43
4.10. Diversos	44
4.11 Construindo figuras com L ^A T _E X	44
5. Calendário dos Encontros	49
6. Coordenadores Regionais de Iniciação Científica – CRICs	51
7. Clubes de Matemática da OBMEP	57
8. O PECEI	59

I • Quase tudo que você deve saber sobre o PIC

Você foi convidado a participar do Programa de Iniciação Científica da OBMEP (PIC), assim, antes de tudo, saiba que participar deste programa é um privilégio. Além de aprender uma Matemática muito interessante e tecnologias modernas de comunicação, você vai conhecer colegas de todo o Brasil que também têm interesse em Matemática.

É muito importante que você entenda o que é este programa, conheça suas obrigações como aluno e se prepare para aproveitá-lo da melhor maneira possível. Vamos lá!

I.1

O que é a Iniciação Científica?

A Iniciação Científica em Matemática tem como objetivo transmitir a você, aluno, a cultura matemática básica, possibilitando que se familiarize com suas técnicas e métodos. Pretende-se auxiliar o desenvolvimento de habilidades de leitura e redação de textos matemáticos, bem como o raciocínio analítico e a capacidade de aprender coisas novas de modo independente e autônomo. Muitos problemas interessantes e desafiadores serão utilizados durante o programa para que você exercite a sua criatividade.

I.2

A equipe

Como todas as atividades da OBMEP, o PIC é de responsabilidade da Coordenação Geral da OBMEP, que conta com a seguinte equipe para sua execução:

- Coordenação Acadêmica
- Coordenadores Regionais de Iniciação Científica (CRIC).

- Coordenadores do Fórum (CF)
- Moderadores do Fórum (MF)
- Professores Orientadores (PO)
- Monitores
- Tutores e POs a distância

Os Coordenadores Regionais de Iniciação Científica (CRIC's), em sua maioria professores universitários, são os responsáveis regionais pelo PIC. Consulte-os sempre que achar necessário. Os dados para contato podem ser encontrados ao fim deste manual ou no site www.obmep.org.br.

Os Coordenadores do Fórum dirigem os trabalhos virtuais num fórum, batizado em 2009 de Fórum Hotel de Hilbert (HH).

Os Professores Orientadores e os Monitores trabalham com os alunos em encontros presenciais. A Coordenação Acadêmica, sediada no IMPA, dá o suporte administrativo a todas as atividades do PIC.

I.3

Como funcionará o 10º PIC (2015)

O PIC é composto pelas seguintes atividades:

- Encontros presenciais e virtuais.
- Discussões virtuais no Fórum Hotel de Hilbert – HH.
- Tarefas para serem executadas em casa e no Portal do PIC.
- Estudo em grupo ou individual.
- Outras atividades virtuais.

Os encontros presenciais são dirigidos por Professores Orientadores. Em cada encontro presencial, os alunos recebem material de estudo, orientações e cronograma de estudos relativos aos temas a serem estudados até o próximo encontro. Este material é discutido no Fórum, entre os alunos, sob orientação dos Moderadores do Fórum. Os Professores Orientadores e os Moderadores em sua maioria são professores universitários.

I.4

PIC a distância

Os alunos que residem em localidades de difícil acesso aos polos participarão do 10º PIC (2015) na modalidade a distância. Esta forma de participação inclui as seguintes atividades:

1. Participação em 2 (dois) encontros presenciais.
2. Reuniões de estudo semanais de duas horas de duração com Tutores ou POs a distância, por meio de comunicação via Internet, para discussão de dúvidas e soluções de exercícios. Os temas destas reuniões estão descritos no planejamento acadêmico do grupo do PIC ao qual o aluno pertence. A avaliação destes alunos será feita por provas escritas, tarefas do Portal do PIC e participação no Fórum – estas duas últimas atividades serão as mesmas dos alunos de turmas presenciais (ver itens I.7, I.9, I.10).

Os critérios de desligamento (ver item I.11) dos alunos do PIC a distância serão particularizados, dependendo das condições de cada aluno.

I.5

A Bolsa do CNPq para o PIC

Ser bolsista do CNPq é um diferencial na vida de um aluno pela qualidade que caracteriza esta bolsa de estudos, é uma valorização especial em seu currículo. Espera-se de um bolsista uma grande dedicação ao programa e que sua participação seja uma experiência enriquecedora e marcante.

Atenção! Só pode ter bolsa do CNPq o aluno que durante a vigência do PIC estiver regularmente matriculado em escola pública da educação básica. Por isto, no início do programa, você deverá enviar o comprovante de matrícula em escola pública.

I.6

As obrigações dos alunos que participam do PIC

- Bom desempenho nas atividades de estudos: atenção, dedicação, cumprimento das tarefas;
- Assiduidade nas aulas presenciais de, no mínimo, 80%, exceto para os alunos de Nível 3 Multiplicidades 4, 5, 6, 7 e 8 que estão dispensados dos encontros presenciais.
- Cumprimento do calendário do PIC.
- Envio dos documentos solicitados.
- Manter seus dados atualizados.

Além dos encontros presenciais, os alunos devem dedicar de 4 a 6 horas semanais, no mínimo, para cumprir suas atividades do PIC (estudar conteúdos, resolver problemas, participar do Fórum Hotel de Hilbert, etc.).

I.7

Tarefas do Portal do PIC

1. Após cada um dos 10 encontros presenciais, os alunos deverão fazer a tarefa postada no Portal do PIC. Cada tarefa será constituída de uma parte de múltipla escolha – três questões – e uma questão dissertativa. Os alunos têm um período limitado e determinado para postar as soluções no Portal. Estes períodos estão descritos na tabela que segue:

	Data do encontro presencial	Início da Tarefa de Fórum	Término da Tarefa de Fórum
I	11/abril	20/abril	30/abril
2	09/maio	18/maio	28/maio
3	06/junho	15/junho	25/junho
4	04/julho	13/julho	23/julho
5	01/agosto	10/agosto	20/agosto
6	29/agosto	07/setembro	17/setembro
7	19/setembro	28/setembro	08/outubro
8	17/outubro	26/outubro	05/novembro
9	07/novembro	16/novembro	26/novembro
IO	05/dezembro	07/dezembro	17/dezembro

2. A avaliação das tarefas

- i) Para as questões de múltipla escolha das tarefas, presentes no ambiente virtual, serão atribuídos os conceitos A, B, C ou D, segundo as regras abaixo. Esta ação será automaticamente processada pelo sistema computacional que gerencia a estrutura do Fórum.

A – 3 questões certas

B – 2 questões certas

C – 1 questão certa

D – nenhum acerto ou ausência na atividade.

- ii) As questões dissertativas das tarefas de Fórum serão corrigidas pelo MF – Moderador de Fórum – professor responsável pela sala virtual do aluno, sala esta inclusa no Fórum. Nesta correção, o MF atribuirá um conceito **A, B, C, D** ou **E** para cada questão dissertativa dos seus alunos. No caso de um aluno não responder a uma dada questão dissertativa, será atribuído o conceito **E** ao aluno nesta questão.

Observação:

- Na questão dissertativa o conceito **E** será atribuído nos casos em que for detectado que ocorreu “cola” ou “fraude” (cópias da internet).
- Cuidado: Sua senha de acesso ao Portal do PIC é individual e não é permitido que outros alunos tenham conhecimento dela.

I.8

As avaliações presenciais

Em cada encontro presencial, do segundo até o décimo, será aplicada uma avaliação. A correção destas avaliações será feita pelo Professor Orientador – PO da turma presencial do aluno. O PO atribuirá um conceito A, B, C, D ou E para cada avaliação. Ao aluno que não fez a avaliação presencial, sem uma devida justificativa, será atribuído o conceito E.

Cada avaliação presencial será constituída de três questões: duas serão selecionadas pelo PO, de uma lista organizada pelos CFs e MFs do(s) grupo(s) dos alunos da turma; a terceira questão será indicada pelos CFs de cada respectivo grupo, sendo selecionada de uma lista de questões disponibilizada previamente e presente na sala *especial*.*

*Sala *especial*: Após cada encontro presencial, os CFs de cada grupo do PIC, criarão uma sala especial inclusa no âmbito das salas virtuais do grupo. Nesta sala, serão abertas discussões/estudos envolvendo 5 problemas, visando a preparação dos alunos para a avaliação presencial. Cada sala especial será moderada pelo MF da respectiva sala virtual do aluno.

I.9

A avaliação de participação no Fórum Hotel de Hilbert

Em cada sala de Fórum serão abertos 10 subfóruns, um após cada encontro presencial. Em cada um deles, de acordo com os conteúdos abordados no nível presencial, serão desenvolvidas atividades educacionais complementares. No período correspondente a abertura de um dado subfórum até a abertura do subfórum posterior, o MF da sala atribuirá troféus aos alunos. Estes troféus avaliam a participação do aluno no respectivo subfórum. Os critérios para atribuição dos troféus serão definidos pelos CFs de cada grupo. Se T é o número total de troféus obtidos por um aluno em um determinado subfórum, então o conceito de participação atribuído a este aluno, neste respectivo subfórum, será A, B, C, D ou E, em conformidade com o que segue:

A – se $T \geq 4$

B – se $T = 3$

C – se $T = 2$

D – se $T = 1$

E – se $T = 0$

Observação:

Os troféus e, conseqüentemente, os conceitos de participação no Fórum não serão computados para efeito de quaisquer tipos de premiações ou análises de desempenho entre turmas distintas de Fórum. Portanto, eles não serão considerados nos critérios de seleção de alunos para participarem do Encontro do Hotel de Hilbert.

I.IO

Quadro de avaliação do aluno

Segundo o estabelecido nos itens anteriores, cada aluno do PIC terá, durante o programa, o seguinte quadro de conceitos:

Avaliação Presencial	Avaliação da Tarefa (múltipla escolha)	Avaliação da Tarefa (dissertativa)	Participação no Fórum HH
-----	T1 - ...	T1 - ...	F1 - ...
E2 - ...	T2 - ...	T2 - ...	F2 - ...
E3 - ...	T3 - ...	T3 - ...	F3 - ...
E4 - ...	T4 - ...	T4 - ...	F4 - ...
E5 - ...	T5 - ...	T5 - ...	F5 - ...
E6 - ...	T6 - ...	T6 - ...	F6 - ...
E7 - ...	T7 - ...	T7 - ...	F7 - ...
E8 - ...	T8 - ...	T8 - ...	F8 - ...
E9 - ...	T9 - ...	T9 - ...	F9 - ...
E10 - ...	T10 - ...	T10 - ...	F10 - ...

Observação:

1. Sugerimos que cada aluno preencha o seu respectivo quadro de desempenho, colocando os seus conceitos obtidos. Esta ação dará ao aluno uma visão global de seu desempenho e, se for o caso, sinalizará para eventuais ajustes na metodologia de estudo adotada.
2. Alunos que ingressarem com o programa já em andamento receberão conceito **D** nas avaliações anteriores ao seu ingresso nas colunas 1 e 3 conceito **E** na coluna 4.

I.II

CrITÉrios de desligamento do PIC

- i) 3 conceitos **E** na primeira coluna
- ii) 3 conceitos **D** na segunda coluna
- iii) 4 conceitos **E** na terceira coluna
- iv) 6 conceitos **D/E** na primeira coluna
- v) 6 conceitos **D/E** na terceira coluna
- vi) 7 conceitos **E** na quarta coluna

I.12

Como aproveitar bem os encontros presenciais

- Não espere aulas expositivas como as da escola, elas serão raras.
- Discuta com seu Professor Orientador e colegas os assuntos e problemas tratados no Fórum Hotel de Hilbert.
- Avalie com o Professor Orientador o cumprimento do seu cronograma de estudos.
- Apresente pontualmente as tarefas que lhe foram solicitadas.
- Estude com antecedência o material a ser tratado no encontro presencial e aproveite estes encontros para esclarecer as dúvidas.

I.13

Como participar do Fórum

- O Fórum é acessado pelo Portal do 10º PIC (2015): <http://10pic.obmep.org.br>.
- O seu acesso ao Fórum será mediante o login e a senha. Não é permitido fornecer seu *login* e senha para outros alunos.
- Acesse o Fórum com frequência para estar em dia com os assuntos em discussão.
- Participe das discussões com perguntas, sugestões, dúvidas e respostas.
- Tente resolver os problemas e postar soluções ou ideias de solução.
- Tire suas dúvidas sobre os textos estudados.
- Sinta-se à vontade para propor problemas.
- Lembre-se de que existem várias maneiras de resolver um mesmo problema. Assim, se um determinado problema no Fórum já foi resolvido, leia a solução do seu colega com atenção. Caso tenha alguma dúvida, peça esclarecimentos. Escreva também a sua solução no Fórum, mesmo que o problema já tenha sido resolvido.
- Obedeça às regras de participação no Fórum (item 1.14)..
- É esperado que o estudante do PIC participe ativamente do Fórum postando mensagens em sua turma virtual, semanalmente.

I.14

Regras de participação no Fórum Hotel de Hilbert

1. As regras de convivência e boas maneiras usuais em qualquer sala de aula são essenciais no Fórum.
2. No PIC utilizamos o português formal. Não use linguagem de Internet, como **vc** no lugar de **você**, **Aki** no lugar de **aqui** etc.

3. Não escreva textos utilizando apenas letras maiúsculas. Utilize maiúsculas apenas quando necessário.
4. Evite usar fontes grandes demais ou pequenas demais.
5. Evite abusar de cores nas mensagens do Fórum Hotel de Hilbert. Elas só devem ser usadas para destacar parte da mensagem.
6. Não esqueça que o Fórum Hotel de Hilbert é um ambiente de ensino-aprendizagem. **Não escreva ou coloque imagens que fujam deste objetivo.**
7. Antes de criar um novo tópico, verifique se um tópico com o mesmo problema ou assunto já foi criado, evitando a duplicação de tópicos.
8. Não coloque um novo problema em um tópico já criado. Se você quer propor um novo problema, crie um novo tópico.
9. *Links* para *sites* externos são permitidos somente quando tratar de material relacionado ao conteúdo estudado no Fórum.
10. Para usar imagens, faça *upload* diretamente no Fórum. Não utilize sistema de compartilhamento de terceiros porque nestes sistemas as imagens são apagadas após determinado tempo.
11. Procure escrever mensagens com enunciados de problemas completos e soluções claras. Use a ferramenta \LaTeX para conteúdos com equações e símbolos matemáticos.
12. Procure colocar no título das mensagens uma descrição do problema proposto, como “Altura do triângulo a partir dos lados”. Jamais utilize títulos do tipo: “Mais um problema”, “Resolvam esta”, “Problema Fácil”.
13. O Fórum poderá ser fechado em dias específicos para manutenção técnica ou em dias de provas importantes, como a primeira fase da OBMEP.

O principal objetivo do Fórum é a troca de conhecimento entre todos os seus usuários. Poste soluções ainda que incompletas, leia as soluções de seus colegas de turma, esclareça suas dúvidas e as de seus colegas, seja participativo. Além da discussão de problemas, o Fórum deve ser usado também para que o aluno esclareça dúvidas sobre a teoria estudada.

I.15

Algumas boas ideias

- Mantenha-se em dia com o seu Cronograma de Estudos – não se atrase!
- Tente ler tudo de “primeira mão”, antes de qualquer explicação. Caso não entenda, não se desespere, isto é absolutamente normal. Leia outra vez e muitas outras vezes mais.
- Não desista nunca, alguns assuntos e problemas são mesmo duros de vencer e exigem tempo, paciência e “garra”.
- Estude com antecedência o material a ser tratado no encontro presencial ou no Fórum.
- Aproveite para se tornar um autodidata e usufruir disto pelo resto da vida!

I.16

Certificado

Os alunos que cumprirem o programa, com bom aproveitamento e assiduidade, receberão um certificado de participação.

I.17

Encontro do Hotel de Hilbert

O Encontro Hotel de Hilbert será um evento a ser realizado em julho de 2016 para o qual serão selecionados os 220 alunos com melhores desempenhos no 10º PIC (2015). Neste encontro os alunos participarão de palestras, minicursos, gincanas e atividades sociais, culturais e esportivas.

Quem foi Hilbert?

O alemão David Hilbert (1862 – 1943) foi um dos maiores matemáticos do século XX, com importantes contribuições em diversos ramos da Matemática. Em 1900, ministrou uma importante conferência no Congresso Internacional de Matemáticos, na qual propôs uma lista de problemas em aberto, os quais segundo Hilbert, deveriam nortear a Matemática do século.

Saiba mais sobre o Hotel de Hilbert

O Hotel de Hilbert é o cenário de vários resultados contra-intuitivos. Considere um hotel com infinitos quartos, com os números 1, 2, 3, Suponha que todos os quartos estejam ocupados e chega um novo hóspede. Como a gerência do hotel poderá acomodar o novo hóspede?

A solução é fácil. Basta passar o hóspede do quarto 1 para o 2, o do 2 para o 3 e assim por diante.

O novo hóspede poderá ser então acomodado no quarto .

Solução análoga poderá ser aplicada se chega ao hotel um ônibus com qualquer quantidade finita de hóspedes.

Suponha agora que chegue ao hotel um ônibus com uma quantidade infinita de passageiros, acomodados nas poltronas 1, 2, 3, Como a gerência pode acomodar estes infinitos hóspedes?

A solução ainda é fácil. Basta passar o hóspede do quarto 1 para o 2, o do 2 para o quarto 4, o do 3 para o 6 e assim por diante, isto é, o hóspede do quarto n passa ocupar o quarto $2n$. Procedendo assim, todos os quartos ímpares ficarão vazios e poderão ser ocupados pelos passageiros do ônibus.

Deixamos agora o seguinte problema: *Suponha que estão para chegar ao hotel infinitos ônibus marcados com os números 1, 2, 3, Cada um destes ônibus trará infinitos passageiros que estão acomodados em poltronas numeradas com 1, 2, 3, O Hotel de Hilbert poderá receber todos estes hóspedes? Se a resposta for afirmativa, ajude o gerente a fazer a distribuição dos quartos.*



2 • Conteúdos

Os conteúdos estudados no PIC variam de acordo com o nível (1, 2 ou 3) e com o número de participações no programa, o qual chamamos de *multiplicidade*. Assim, um aluno que participa pela segunda vez do programa tem multiplicidade 2 e assim por diante.

2.1

Grupo 1.1

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
I	Objetivos: Entender o sistema de numeração decimal explorando alguns exemplos. Retomar os algoritmos das quatro operações.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Aritmética no YouTube
	Discussão de alguns problemas do tema paridade para motivação inicial.	Apostila Encontros de Aritmética Fomin: Capítulo 1 - Paridade Fomin: Capítulo zero	18, 19, 20
	Sistema decimal e operações.	Apostila Encontros de Aritmética	1, 2, 3, 4, 5, 11
	Base binária: solução de alguns problemas de pesagens.	Apostila Encontros de Aritmética Fomin: Seção 1 do Capítulo 15	12, 13, 14, 15, 16
	Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Aritmética, Fomin e Apostila 1.		

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
2	Objetivos: Explorar o algoritmo da divisão Euclidiana e mostrar que o resto de uma divisão pode ser utilizado para descrever alguns fenômenos periódicos. Comentar alguns critérios de divisibilidade e algumas propriedades operatórias do resto de uma divisão.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Aritmética no YouTube
	Algoritmo da divisão. Fenômenos periódicos	Apostila Encontros de Aritmética Fomin: Capítulo 3 – Divisibilidade e resto	32, 33, 37, 39
	Propriedades operatórias do resto de uma divisão.	Apostila Encontros de Aritmética Fomin: Capítulo 3 – Divisibilidade e resto	35
	Múltiplos e divisores.	Apostila Encontros de Aritmética	8, 9, 36, 6, 7
	Números primos. Crivo de Eratóstenes. Fatoração.	Apostila Encontros de Aritmética	10, 33, 34
	Critérios de divisibilidade	Apostila Encontros de Aritmética	6, 8, 40, 41
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Aritmética, Fomin, Apostila 1 e Apostila 7.			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
3	Objetivos: Motivar os conceitos de MDC e de MMC por meio de situações simples. Mostrar o cálculo do MDC e do MMC de dois números já fatorados e também mostrar o cálculo do MDC e do MMC através da fatoração simultânea de dois números dados. Aplicações.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Aritmética no YouTube
	Resolução de exemplos que motivam os conceitos de MDC e de MMC	Apostila Encontros de Aritmética	8
	Cálculo do MDC e do MMC de dois números já fatorados.	Apostila Encontros de Aritmética	8, 9, 10
	Cálculo do mdc e do mmc por meio de uma fatoração simultânea.	Apostila Encontros de Aritmética	10
Aplicações variadas do MDC e do MMC	Apostila Encontros de Aritmética. Bancos de Questões Provas da OBMEP	38	
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Aritmética, Fomin, Apostila 1, Bancos de Questões e provas da OBMEP.			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
4	Objetivos: apresentar o algoritmo de Euclides para o cálculo do MDC e explorar algumas propriedades do MDC e do MMC.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Aritmética no YouTube
	Lema de Euclides.	Fomin: Capítulo 3	9
	Explorar o algoritmo de Euclides: $mdc(a,b) = mdc(a,r)$, em que r é o resto da divisão de b por a .	Apostila Encontros de Aritmética Fomin: Capítulo 3	21
	Resolver exercícios e explorar algumas propriedades do MDC e do MMC.	Apostila Encontros de Aritmética Fomin: Capítulo 3	25, 26
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Aritmética, Fomin e Apostila 1.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
5	Objetivos: Apresentar aos alunos os conceitos geométricos básicos e explorar estes conceitos por meio da resolução de problemas. Este primeiro encontro seria uma forma de familiarizar os alunos com os elementos da Geometria sem a preocupação com demonstrações formais.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Geometria no YouTube
	Medida, comprimento e razão de segmentos. Reconhecer e identificar as principais figuras geométricas: ponto, reta, segmento, triângulo, quadrilátero, polígonos etc. Ângulos e medida de ângulos. A soma dos ângulos de um triângulo. Ângulo externo de um triângulo. Propriedades dos triângulos e quadriláteros; triângulos isósceles e equiláteros, paralelogramos e trapézios.	Apostila Encontros de Geometria - Parte 1	1 a 10, 14, 18, 29
	Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1.		

MÓDULO II - GEOMETRIA			
6	Objetivos: Estudar propriedades de ângulos entre duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Estudar alguns lugares geométricos básicos.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Geometria no YouTube
	Retas paralelas cortadas por uma transversal: ângulos alternos internos, ângulos correspondentes etc.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	15, 16, 17
	A circunferência e seus elementos: centro, raio, diâmetro, corda, arco.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	43
	Explorar alguns lugares geométricos básicos com o objetivo de reforçar as definições de círculo, mediatriz, bissetriz, retas paralelas etc.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	28
	Apresentação dos pontos notáveis de um triângulo (se possível utilizar geometria dinâmica).	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	38, 39, 40
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
7	Objetivos: Explorar os conceitos de área e perímetro. Cálculo de áreas e perímetros de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e de alguns polígonos: retângulos, triângulos, paralelogramos e trapézios.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Geometria no YouTube
	Áreas e perímetros de figuras geométricas simples: retângulos, triângulos, paralelogramos e trapézios.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	51 a 62
	Áreas e perímetros em malhas quadriculadas.		
Resolução de problemas sobre áreas e perímetros.			
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
8	Objetivos: Justificar e utilizar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas. Figuras 3D.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Geometria no YouTube
	Resolução de problemas sobre áreas e perímetros: finalização do estudo do encontro anterior. Teorema de Pitágoras: demonstração por cálculo de áreas; interpretação geométrica: a soma das áreas dos quadrados sobre os catetos é igual a área do quadrado sobre a hipotenusa. Aplicações. Visualização e interpretação de figuras 3D.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1 Bancos de Questões: Problemas variados Provas da Obmep	--
	Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1, Bancos de Questões e provas da OBMEP.		

MÓDULO III - CONTAGEM			
9	Objetivos: Familiarizar os alunos com os princípios aditivo e multiplicativo. Utilizar estes princípios na resolução de problemas.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Contagem no Youtube
	Apresentar alguns métodos de criptografia e explorar os métodos de Contagem envolvidos em criptografias.	Apostila 10: Atividades de Contagem a partir da Criptografia	--
	Explorar os princípios aditivo e multiplicativo através da resolução de vários exemplos dos materiais selecionados.	Apostila 2: Capítulo 1 - Métodos de Contagem	1, 2, 3, 4, 5
Materiais para POs e MFs: Apostila 10, Apostila 2, Fomin e Livro do Plínio.			

MÓDULO III - CONTAGEM			
10	Objetivos: Estudo e cálculo de probabilidades em situações em que a Contagem pode ser realizada através de um cálculo direto ou do uso do princípio multiplicativo.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de Contagem no Youtube
	Probabilidade: definição e cálculo em situações simples. Explorar métodos de Contagem em problemas de probabilidade.	Apostila 2: Capítulo 2 - Probabilidade (grupo 1)	14, 15, 16
	Materiais para POs e MFs: Apostila 2, Fomin e Livro do Plínio.		

2.2

Grupo 1.2

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
I	Objetivos: Retomar o sistema de numeração decimal e comparar o sistema posicional na base 10 com outras bases numéricas. Retomar os algoritmos das quatro operações.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Paridade.	Apostila 1: Seção 3.5	18, 19, 20
	Sistema decimal e operações.	Apostila 1: Resumo teórico do Capítulo 1. Capítulo 2 seção 2.1	1, 2, 3, 4, 5, 11
	Outras bases numéricas. Apresentar o teorema: Dado um inteiro qualquer $b \geq 2$, todo inteiro positivo n admite uma única representação da forma $n = a_m b^m + a_{m-1} b^{m-1} + \dots + a_1 b + a_0$, sendo os a_i tais que $0 \leq a_i < b$, $i = 0, 1, 2, \dots, m$. Desigualdades.	Fomin: Seção 1 do Capítulo 15. Fomin: Seção 1 do Capítulo 16	12, 13, 14, 15, 16
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7.			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
2	Objetivos: Apresentar os números primos. Explorar o algoritmo da divisão Euclidiana e mostrar que o resto de uma divisão pode ser utilizado para descrever alguns fenômenos periódicos. Estudar critérios de divisibilidade e propriedades operatórias do resto de uma divisão.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Crítérios de divisibilidade com demonstrações.	Apostila 1: Seções 2.2 e 2.3	6, 8, 40, 41
	Números primos. Mostrar a eficiência do Crivo de Eratóstenes. Enunciar e testar a Conjectura de Goldbach e a versão de Euler. Enunciar e trabalhar o Teorema Fundamental da Aritmética.	Apostila 1: Seções 2.4, 2.5 e 2.6	10, 33, 34
	Múltiplos e divisores.	Apostila 1: Seções 3.2 e 3.3	8, 9, 36, 6, 7
	Algoritmo da divisão. Fenômenos periódicos.	Apostila 1: Seção 3.4 Fomin: Capítulo 3 – Divisibilidade e resto.	32, 33, 37, 39
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
3	Objetivos: Mostrar o cálculo do MDC e do MMC de dois números já fatorados e também mostrar o cálculo do mdc e do mmc por meio da fatoração simultânea de dois números dados.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Definir MDC e MMC. Motivar e demonstrar o Teorema 3.1. Motivar e demonstrar Teorema 3.2.	Apostila 1: Seções 3.2 e 3.3 Apostila 1: 3.7.	8
	Cálculo do MDC e do MMC de dois números já fatorados.	Planejamento acadêmico detalhado	8, 9, 10
	Cálculo do MDC e do MMC por meio de uma fatoração simultânea.	Planejamento acadêmico detalhado	10
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
4	Objetivos: Apresentar o algoritmo de Euclides para o cálculo do MDC e explorar algumas propriedades do MDC e do MMC. Aplicações. Aritmética com Geometria.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Motivar e demonstrar o Lema de Euclides.	Apostila 1: Seção 3.8. Exercícios Adicionais.	8
	Explorar o algoritmo de Euclides para o Cálculo do MDC.	Apostila 1: Seção 3.3. Exercícios Adicionais. Fomin: Capítulo 3.	9
	Explorar o algoritmo de Euclides para o cálculo do MDC. Comparar. Enunciar e exemplificar a Relação de Bezout.	Apostila 1: Seção 3.8. Fomin: Capítulo 3. Exercícios Adicionais.	21,22
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
5	Objetivos: Estudar os pontos notáveis de um triângulo. Estudar critérios de congruência de triângulos.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Triângulos: bissetriz, mediatriz, mediana e altura. Pontos notáveis de um triângulo. Congruência de triângulos.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 2	19, 20, 21, 22, 23, 28, 32, 38, 39
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 2, Tópicos de Matemática Elementar – Geometria Euclidiana.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
6	Objetivos: Estudar critérios de semelhança de triângulos. Aplicações.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Semelhança de triângulos. Aplicação: relações de semelhança no triângulo retângulo.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 2	--
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 2, Fomin, Tópicos de Matemática Elementar – Geometria Euclidiana.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
7	Objetivos: Estudar ângulos inscritos na circunferência e quadriláteros inscritíveis.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Lugares geométricos básicos: circunferência, mediatriz e bissetriz. Circunferência – Ângulos Soma dos ângulos internos de um polígono. Quadriláteros inscritíveis.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 2	43, 44, 45, 46, 47, 48
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 2, Tópicos de Matemática Elementar – Geometria Euclidiana.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
8	Objetivos: Estudar Áreas, Teorema de Pitágoras, Áreas de figuras semelhantes.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Áreas. Teorema de Pitágoras. Áreas de figuras semelhantes.	Apostila 3 - Teorema de Pitágoras e Áreas: Seções 1.2, 1.3, 1.5, 1.7 (exercícios dos assuntos de 1.2, 1.3 1.5) e 2.1	51, 52, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62
	Materiais para POs e MFs: Apostila 3, Tópicos de Matemática Elementar – Geometria Euclidiana Plana.		

MÓDULO III - CONTAGEM			
9	Objetivos: Complementação do estudo e cálculo de probabilidades em situações simples de Contagem.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Permutações e combinações. Permutações com repetição e combinações circulares.	Apostila 2: Capítulo 4. Exercícios suplementares. Fomin: Capítulo 2 - Análise Combinatória-1.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
	Princípio das Casas dos Pombos.	Fomin: Capítulo 4 – Seções 1 e 2	12, 13
Materiais para POs e MFs: Apostila 3, Fomin, Introdução a Análise Combinatória			

MÓDULO III - CONTAGEM			
10	Objetivos: Cálculo de probabilidades explorando métodos de Contagem.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Probabilidade. Exercícios de Probabilidade Condicional com mudança no espaço amostral.	Apostila 2: Capítulo 3 e 5. Exercícios Adicionais	14, 15, 17
	Materiais para POs e MFs: Apostila 3, Fomin, Introdução a Análise Combinatória.		

2.3

Grupo 2

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
I	Objetivos: Retomar o sistema de numeração decimal e comparar o sistema posicional na base 10 com outras bases numéricas. Retomar os algoritmos das quatro operações.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Paridade	Apostila 1: Seção 3.5	18, 19, 20
	Sistema decimal e operações.	Apostila 1: Resumo teórico do Capítulo 1. Capítulo 2 seção 2.1.	1, 2, 3, 4, 5, 11
	Outras bases numéricas. Apresentar o teorema: Dado um inteiro qualquer $b \geq 2$, todo inteiro positivo n admite uma única representação da forma $n = a_m b^m + a_{m-1} b^{m-1} + \dots + a_1 b + a_0$ sendo os a_i tais que $0 \leq a_i < b$, $i = 0, 1, 2, \dots, m$. Desigualdades.	Fomin: Seção 1 do Capítulo 15. Fomin: Seção 1 do Capítulo 16.	12, 13, 14, 15, 16
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7.			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
2	Objetivos: Apresentar os números primos. Explorar o algoritmo da divisão Euclidiana e mostrar que o resto de uma divisão pode ser utilizado para descrever alguns fenômenos periódicos. Estudar critérios de divisibilidade e propriedades operatórias do resto de uma divisão.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Crítérios de divisibilidade com demonstrações.	Apostila 1: Seções 2.2 e 2.3.	6, 8, 40, 41
	Números primos. Mostrar a eficiência do Crivo de Eratóstenes. Enunciar e testar a Conjectura de Goldbach e a versão de Euler. Enunciar e trabalhar o Teorema Fundamental da Aritmética.	Apostila 1: Seções 2.4, 2.5 e 2.6.	10, 33, 34
	Múltiplos e divisores.	Apostila 1: Seções 3.2 e 3.3.	8, 9, 36, 6, 7
	Algoritmo da divisão. Fenômenos periódicos	Apostila 1: Seção 3.4. Fomin: Capítulo 3 – Divisibilidade e resto.	32, 33, 37, 39
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7.			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
3	Objetivos: Mostrar o cálculo do MDC e do MMC de dois números já fatorados e também mostrar o cálculo do mdc e do mmc por meio da fatoração simultânea de dois números dados.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Definir MDC e MMC. Motivar e demonstrar o Teorema 3.1. Motivar e demonstrar Teorema 3.2.	Apostila 1: Seções 3.2 e 3.3 Apostila 1: Seção 3.7.	8
	Cálculo do MDC e do MMC de dois números já fatorados.	Planejamento acadêmico detalhado.	8, 9, 10
	Cálculo do mdc e do mmc por meio de uma fatoração simultânea.	Planejamento acadêmico detalhado.	10
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7.			

MÓDULO I - ARITMÉTICA			
4	Objetivos: Apresentar o algoritmo de Euclides para o cálculo do mdc e explorar algumas propriedades do mdc e do mmc. Aplicações. Aritmética com Geometria.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Motivar e demonstrar o Lema de Euclides.	Apostila 1: Seção 3.8. Exercícios Adicionais.	8
	Explorar o algoritmo de Euclides para o cálculo do MDC.	Apostila 1: Seção 3.3. Exercícios Adicionais. Fomin: Capítulo 3.	9
	Explorar o algoritmo de Euclides para o cálculo do MDC. Comparar. Enunciar e exemplificar Relação de Bezout.	Apostila 1: Seção 3.8 Fomin: Capítulo 3. Exercícios Adicionais.	21
Materiais para POs e MFs: Apostila 1, Fomin, Apostila 7.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
5	Objetivos: Apresentar aos alunos os conceitos geométricos básicos e explorar estes conceitos por meio da resolução de problemas. Este primeiro encontro seria uma forma de familiarizar os alunos com os elementos da Geometria sem a preocupação com demonstrações formais.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de geometria no YouTube
	Medida, comprimento e razão de segmentos. Reconhecer e identificar as principais figuras geométricas: ponto, reta, segmento, triângulo, quadrilátero, polígonos etc. Ângulos e medida de ângulos. A soma dos ângulos de um triângulo. Ângulo externo de um triângulo. Propriedades dos triângulos e quadriláteros; triângulos isósceles e equiláteros, paralelogramos e trapézios.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	1 a 10, 14, 18, 29
	Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1.		

MÓDULO II - GEOMETRIA			
6	Objetivos: Estudar propriedades de ângulos entre duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Estudar alguns lugares geométricos básicos.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de geometria no YouTube
	Retas paralelas cortadas por uma transversal: ângulos alternos internos, ângulos correspondentes etc.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	15, 16, 17
	A circunferência e seus elementos: centro, raio, diâmetro, corda, arco.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	43
	Explorar alguns lugares geométricos básicos com o objetivo de reforçar as definições de círculo, mediatriz, bissetriz, retas paralelas etc.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	28
	Apresentação dos pontos notáveis de um triângulo (se possível utilizar geometria dinâmica).	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	38, 39, 40
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
7	Objetivos: Explorar os conceitos de área e perímetro. Cálculo de áreas e perímetros de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e de alguns polígonos: retângulos, triângulos, paralelogramos e trapézios.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de geometria no YouTube
	Áreas e perímetros de figuras geométricas simples: retângulos, triângulos, paralelogramos e trapézios.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1	51 a 62
	Áreas e perímetros em malhas quadriculadas. Resolução de problemas sobre áreas e perímetros.		
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1.			

MÓDULO II - GEOMETRIA			
8	Objetivos: Justificar e utilizar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas. Figuras 3D.		
	Assuntos	Materiais para alunos	Vídeos de geometria no YouTube
	Resolução de problemas sobre áreas e perímetros: finalização do estudo do encontro anterior.	Apostila Encontros de Geometria – Parte 1 Bancos de Questões: Problemas variados. Provas da Obmep	--
	Teorema de Pitágoras: demonstração por cálculo de áreas; interpretação geométrica: a soma das áreas dos quadrados sobre os catetos é igual a área do quadrado sobre a hipotenusa. Aplicações.		
Visualização e interpretação de figuras 3D.			
Materiais para POs e MFs: Apostila Encontros de Geometria – Parte 1, Bancos de Questões e provas da OBMEP.			

MÓDULO III - CONTAGEM			
9	Objetivos: Complementação do estudo e cálculo de probabilidades em situações simples de Contagem.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Permutações e combinações. Permutações com repetição e combinações circulares.	Apostila 2: Capítulo 4. Exercícios suplementares Fomin: Capítulo 2 — Análise Combinatória-1.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
	Princípio das casas dos pombos.	Fomin: Capítulo 4 – Seções 1 e 2	12 e 13
Materiais para POs e MFs: Apostila 3, Fomin, Introdução a Análise Combinatória.			

MÓDULO III - CONTAGEM			
10	Objetivos: Cálculo de probabilidades explorando métodos de Contagem.		
	Assuntos	Materiais	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
	Probabilidade. Exercícios de Probabilidade Condicional com mudança no espaço amostral.	Apostila 2: Capítulo 3 e 5. Exercícios Adicionais	14, 15, 17
Materiais para POs e MFs: Apostila 3, Fomin, Introdução a Análise Combinatória.			

2.4

Grupo 3

MÓDULO I – ARITMÉTICA ELEMENTAR				
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
I	Compreender formalmente o conjunto dos números naturais e as principais propriedades algébricas de seus elementos. Entender o sistema decimal posicional e suas associações com critérios de divisibilidade. Compreender formalmente o conceito de números primos e sua associação com o Teorema Fundamental da Aritmética.	Números naturais. Sistema decimal posicional. Múltiplos e divisores. Critérios de divisibilidade: 2, 3, 5, 9 e 10. Potenciação. Números primos e o Crivo de Eratóstenes. O Teorema Fundamental da Aritmética.	Apostila 1: Capítulos 1 e 2. Fomin: Capítulo 3 – Seção 3.1. OBS: No livro do Fomin, capítulo 8, há vários problemas que envolvem os conteúdos abordados nesse encontro.	2, 10, 33, 34, 40 e 41. (Aritmética)
2	Compreender formalmente o conjunto dos inteiros e propriedades algébricas de seus elementos, em especial os algoritmos da divisão e de Euclides. Modelar e resolver problemas utilizando equações diofantinas lineares.	Números inteiros (múltiplos, divisores, algoritmo da divisão, paridade, MMC, MDC). Algoritmo de Euclides. Relação de Bezout. Equações diofantinas lineares.	Apostila 1: Capítulo 3. Fomin: Capítulo 3 – Seções 3.1, 3.2 e 3.4; Capítulo 10 – Seção 10.3. OBS: No livro do Fomin, Capítulo 8, há vários problemas que envolvem os conteúdos abordados neste encontro.	3, 8, 9, 10 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 32, 38. (Aritmética)
3	Entender formalmente o conceito de congruência e suas propriedades operacionais. Utilizar congruência para abordar alguns critérios de divisibilidade: 6, 7, 11 e 13. Determinar restos via congruências. Analisar casos especiais de equações diofantinas não lineares.	Aritmética dos restos e critérios de divisibilidade. Equações diofantinas.	Apostila 1: Capítulo 4. Fomin: Capítulo 10 – Seções 10.1, 10.2 e 10.3. OBS: No livro do Fomin, Capítulo 8, há vários problemas que envolvem os conteúdos abordados neste encontro.	28, 29, 30, 35, 42, 43, 44, 45, 51, 52 e 53. (Aritmética)

MÓDULO I – GEOMETRIA				
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material	Vídeos do YouTube/ DVD do PIC
4	Entender formalmente o conceito de região angular e casos de congruência de triângulos. Executar construções geométricas com régua e compasso correlacionando-as a conceitos básicos.	Ângulos. Congruência de triângulos. Construções básicas 1: paralelas, perpendiculares, ângulos, triângulos e círculos.	Apostila 8: Capítulo 1 – Seções 1.1, 1.2 e 1.3. Geometria Euclidiana Plana: Capítulos 1 e 2 – Seções 1.2 e 2.1. OBS. Fomin: Capítulo 14 – Seções 14.3 e 14.5.	5, 6, 8, 10, 19, 20 e 21. (Geometria)
5	Analisar posições relativas de retas. Explorar construções e conceitos geométricos envolvendo triângulos (relações angulares e métricas). Complementar a execução de construções geométricas básicas (com régua/compasso).	Paralelismo. Desigualdade triangular. Construções básicas 2: bissetriz, mediatriz e quadriláteros notáveis.	Apostila 8: Capítulo 2 Geometria Euclidiana Plana: Capítulo 2 – Seções 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5 OBS. Fomin: Capítulo 14 – Seções 14.1 e 14.5.	7, 12, 22, 23, 24 e 29. (Geometria)
6	Casos de semelhança de triângulos (sua aplicabilidade em problemas que envolvem medidas de comprimento. Apresentar algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras e utilizar o resultado na resolução de problemas envolvendo áreas.	Semelhança de triângulos. O Teorema de Pitágoras (demonstrações e os termos pitagóricos). Áreas.	Geometria Euclidiana Plana: Capítulo 2 – Seções 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5 Apostila 3: Capítulos 1 e 2. OBS. Fomin: Capítulo 14 – Seção 14.4.	51, 52, 53, 55, 56, 58 e 61. (Geometria)
7	Abordar trigonometria do triângulo retângulo. Resolver problemas utilizando construções geométricas, dando significado geométrico a algumas situações-problemas algébricas.	Trigonometria do triângulo retângulo. Métodos de construções com régua e compasso utilizando lugares geométricos.	Apostila 8: Capítulo 3. Trigonometria e números complexos: Capítulo 2 – Seção 2.1 Geometria Euclidiana Plana: Capítulo 3 – Seções 3.1, 3.2 e 3.3. Apostila 3: Capítulo 1 – Seção 1.6. OBS. Fomin: Capítulo 14 – Seções 14.2 e 14.5.	32, 38, 43 e 44. (Geometria)

MÓDULO III – ANÁLISE COMBINATÓRIA (métodos de contagem e probabilidade)				
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material	Vídeos do YouTube/DVD do PIC
8	Princípio aditivo e princípio multiplicativo (correlações com arranjos, permutações e combinações). Aplicar estes princípios na resolução de problemas de probabilidade com modelos equiprováveis. Manipulação algébrica com fatorial.	Métodos de contagem e probabilidade. Fatorial.	Apostila 2: Capítulos 1 e 3. Fomin: Capítulo 2.	1, 2, 3, 4 e 5. (Contagem e Probabilidade)
9	Executar resoluções de problemas de contagem, destacando os diferentes procedimentos operacionais quando do uso da operação soma (princípio aditivo) ou multiplicação (princípio multiplicativo). Explorar propriedades operacionais envolvendo números binomiais. Resolver problemas de análise combinatória a partir do Princípio das Casas dos Pombos.	Resolução de problemas de contagem. Princípio da Casa dos Pombos.	Fomin: Capítulos 2 e 4 – Seções 4.1, 4.2 e 4.3. Apostila 2: Capítulo 4.	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13. (Contagem e Probabilidade)
IO	Definição e cálculo envolvendo probabilidade condicional. Análises e inferências associadas a informações expressas em gráficos ou tabelas.	Resolução de problemas de probabilidade condicional. Noções de estatística, analisando e calculando medidas de tendência e probabilidade de eventos associados.	Apostila 2: Capítulo 5. Planejamento acadêmico (contendo lista de problemas propostos).	16, 17 e 19. (Contagem e Probabilidade)
<p>Observação: Os alunos de multiplicidade 2 já tiveram contato com a maioria destes assuntos. Para estes estudantes, os exercícios se diferenciam dos utilizados para multiplicidade 1 pelo nível de dificuldade.</p> <p>Nos capítulos 1, 2, 3 e 7 do livro Introdução à Análise Combinatória – Plínio et al. podem ser encontrados exercícios relativos a este Módulo.</p>				

2.5

Grupo 4

MÓDULO I – ARITMÉTICA E CRIPTOGRAFIA			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
I	Estudar as propriedades aritméticas dos números inteiros.	Algoritmo da Divisão. Algoritmo do MDC de Euclides. Aplicações da Relação de Bézout. Equações Diofantinas Lineares.	Apostila 1: Capítulo 3 - Seções 3.4 a 3.10.
2	Apresentar o conceito de congruência de números inteiros e algumas de suas aplicações.	Congruências. Teorema Chinês do Resto.	Apostila 7: Capítulos 2, 3 e 4.
3	Aplicar propriedades de congruências à criptografia RSA.	Criptografia RSA.	Apostila 7: Capítulos 5 e 6.
Material complementar para o PO: Fomin: Capítulo 10.			

MÓDULO II – GEOMETRIA			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
4	Utilizar propriedades da Geometria Plana em algumas construções geométricas.	Construções Elementares. Lugares Geométricos. Expressões Algébricas.	Apostila 8.
5	Apresentar a Trigonometria do triângulo retângulo.	Trigonometria do Triângulo Retângulo.	Trigonometria e Números Complexos: Capítulos 1 e 2.
6	Apresentar as funções trigonométricas.	Extensões das Funções Trigonométricas. Leis do Seno e Cosseno.	Trigonometria e Números Complexos: Capítulos 3 e 4.
Material complementar para o PO: Tópicos de Matemática Elementar, vol. 2, A. C. Muniz Neto: Capítulos 1 a 4, para o Encontro 4, e Capítulo 7 para o Encontro 6.			

MÓDULO III – COMBINATÓRIA			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
7	Estudar métodos de contagem, com aplicações à probabilidade, dando ênfase ao princípio multiplicativo.	Combinações. Triângulo de Pascal. Combinações Completas. Teorema Binomial de Newton.	Fomin: Capítulo 11.
8	Estudar Probabilidade Condicional, como aplicação de métodos de Contagem.	Probabilidade Condicional.	Apostila 2: Capítulo 5.
Material complementar para o PO: Fomin: Capítulo 2.			

MÓDULO IV – INDUÇÃO MATEMÁTICA			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
9	Apresentar o Princípio da Indução Matemática, explorando várias de suas aplicações.	Processo e Método de Indução. Método de Indução e Conjecturas por Analogia. Problemas Elementares Clássicos.	Fomin: Capítulo 9; Seções 9.1 a 9.3.
10	Explorar o Princípio da Indução na resolução de variados problemas.	Outros Modelos do Método de Indução.	Fomin: Capítulo 9; Seções 9.4 e 9.5.
Material complementar para o PO: Apostila 4. Material complementar para PO e para alunos: Qual o problema? (Marco Moriconi).			

2.6

Grupo 5

MÓDULO I – ARITMÉTICA E CRIPTOGRAFIA			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
1	Explorar propriedades aritméticas dos números inteiros e de congruência na resolução de problemas variados. Aprofundar o estudo de congruências, visando sua aplicação à criptografia RSA.	Divisibilidade e restos. Congruência e equações diofantinas.	Fomin: Capítulos 3 e 10, com suporte teórico dos Capítulos 1 e 2 do livro do Collier.
2		Aritmética Modular. Teorema de Euler (via teoria de números, sem usar grupos).	Números inteiros e Criptografia: Capítulo 4.
3		Sistemas de Congruências. Teorema Chinês do Resto. Criptografia RSA.	Números inteiros e Criptografia: Seções 7.1 a 7.5 e 11.1 a 11.4.

MÓDULO II – GEOMETRIA ANALÍTICA E NÚMEROS COMPLEXOS			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
4	Apresentar e utilizar coordenadas para o estudo da geometria plana.	Geometria analítica plana: coordenadas, distâncias, equações da reta.	A Matemática do Ensino Médio 3: Seções 1.1 a 1.6.
5		Geometria analítica plana: ângulo entre retas, área de um triângulo, circunferência.	A Matemática do Ensino Médio 3: Seções 1.7 a 1.10.
6	Estudar a aritmética dos números complexos, dando ênfase ao significado geométrico de suas operações.	Forma algébrica e forma trigonométrica de um número complexo. Raízes da unidade.	A Matemática do Ensino Médio 3: Seções 5.1 a 5.4
Material complementar: Tópicos de Matemática Elementar , Volume 2, Geometria Euclidiana Plana – Edição Especial - Antônio Caminha Muniz Neto, Capítulos 1, 2, 3 e 4.			

MÓDULO III – EQUAÇÕES ALGÉBRICAS			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
7	Estudar polinômios complexos, visando à discussão sobre raízes de equações algébricas.	Polinômios complexos. Divisão de polinômios. Redução do grau de uma equação algébrica.	A Matemática do Ensino Médio 3: Seções 6.1 a 6.5.
8		Teorema Fundamental da Álgebra. Relação entre coeficientes e raízes. Equações algébricas com coeficientes reais.	A Matemática do Ensino Médio 3: Seções 6.6 a 6.8.

MÓDULO IV – GRAFOS			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
9	Examinar diversas ideias elementares da teoria de grafos, para mostrar como os grafos podem ser usados na resolução de problemas.	Grafos: Conceitos, contagem de arestas, grafos de Euler.	Fomin: Capítulo 5.
10		Grafos: Isomorfismo, árvores, teorema de Euler, grafos orientados.	Fomin: Capítulo 13.
Material complementar: Qual o problema? (Marco Moriconi)			

2.7

Grupo 6

O conteúdo será trabalhado apenas no Fórum.

MÓDULO I – JOGOS, INVARIANTES E DESIGUALDADES			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
I	Apresentar ideias matemáticas simples, porém importantes, explorando-as pela resolução de problemas de variados níveis de interesse e habilidade.	Jogos: pseudo-jogos - brincadeiras, simetria, posições vencedoras, análise a partir do final do jogo - um método para encontrar posições vencedoras.	Fomin: Capítulo 7.
2		Invariantes: introdução, coloração, restos como invariantes.	Fomin: Capítulo 12.
3		Desigualdades: Quem é maior?, a desigualdade principal, transformações, indução e desigualdades, desigualdades para todos.	Fomin: Capítulo 16.

MÓDULO II – GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
4	Introduzir o estudo da Geometria Plana por meio do emprego sistemático de coordenadas.	Coordenadas na reta e no plano, distância entre dois pontos, gráfico de uma função, a reta como gráfico de uma função afim.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 1 a 6.
5		Retas paralelas, reta paralela a uma reta por um ponto dado, reta que passa por dois pontos dados, retas perpendiculares.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 7 a 10.
6		Linhas de nível, a reta como linha de nível, desigualdades lineares, retas paralelas e retas coincidentes, distância de um ponto a uma reta.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 11 a 15.
7		Sistemas lineares com duas incógnitas, equações paramétricas.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 16 e 17.
8		Vetores no plano, o produto interno de dois vetores.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 18 e 19.
9		Combinações afins, projeção ortogonal de um vetor.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 20 e 21.
10		Áreas do paralelogramo e do triângulo, mudança de coordenadas.	Coordenadas no Plano (Elon): Capítulos 22 e 23.
Material complementar: Qual o problema? (Marco Moriconi)			

2.8

Grupo 7

O conteúdo será trabalhado apenas no Fórum.

MÓDULO I – COORDENADAS NO ESPAÇO			
Encontro	Objetivos	Assuntos	Material
I	Apresentar a Geometria Analítica no espaço, e desenvolver uma abordagem geométrica do estudo de sistemas lineares.	Coordenadas no espaço.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulo 1.
2		Distância entre dois pontos.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulo 2.
3		Vetores no espaço; operações com vetores.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulos 5 e 6.
4		Equações paramétricas da reta e do plano; o produto interno.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulos 7 e 8.
5		O plano como superfície de nível; espaços com mais de três dimensões.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulos 9 e 10.
6		Sistemas lineares: duas equações e três incógnitas; três equações e três incógnitas.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulos 11 e 12.
7		Sistemas lineares: três equações e três incógnitas; escalonamento.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulos 12 e 13.
8		Volumes e determinantes.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulo 14.
9		Propriedades do determinante; o determinante do produto de duas matrizes.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulos 15 e 17.
10		O produto vetorial.	Coordenadas no Espaço (Elon): Capítulo 18.

Material complementar: Qual o problema? (Marco Moriconi)



3 • O que é T_EX ?

3.1

Knuth inventou o T_EX...

O problema de escrever Matemática no computador surgiu na década de 1970. Um dos primeiros grandes matemáticos a pesquisar em Ciência da Computação, Donald Knuth da Universidade de Stanford, encontrou uma solução que continua atual mesmo mais de 30 anos depois. Por volta de 1976, Knuth tinha escrito os dois primeiros volumes da coleção *Art of Computer Programming* e estava totalmente insatisfeito com o resultado impresso. Ele não queria apenas que o livro fosse impresso, mas queria algo belo.



Knuth partiu para a busca de uma solução. Um dos primeiros passos foi a interrupção de sua pesquisa por um ano para, acompanhado por sua esposa, assistir aulas de design com o professor de arte de Stanford, Matthew Kahn. A ideia era tentar capturar a essência do *design*, não apenas seu visual. Por exemplo, como um processador deveria quebrar as linhas em um parágrafo? Esteticamente, o ideal é que não existam espaços excessivos entre as palavras e que não existam muitos hífen. Knuth

transformou esse problema em Combinatória e fez um algoritmo que calcula a maneira ótima de quebrar as linhas em um parágrafo.

Como resultado do seu trabalho, surgiram o processador de textos \TeX e o sistema de descrição de fontes \METAFONT , ambos colocados em domínio público. O \TeX foi projetado com dois objetivos principais: permitir que qualquer pessoa possa produzir livros de alta qualidade com um esforço razoável e dar exatamente o mesmo resultado em todos os computadores, agora e no futuro.

3.2

... e L \LaTeX criou o L \LaTeX

No início da década de 1980, o matemático Leslie Lamport planejava escrever o livro *Great American Concurrency Book* e digitar utilizando \TeX . Ele escreveu um conjunto de macros que facilitaram bastante o trabalho. Essas macros foram posteriormente colocadas em domínio público. Era o início do L \LaTeX . Lamport até hoje não escreveu o livro pretendido, mas lançou o livro *L \LaTeX : A Document Preparation System*, que ajudou a popularizar o \LaTeX . De lá para cá, vários conjuntos de macros para \TeX surgiram, como ConTeXt e JadeTeX, mas sem dúvida o \LaTeX é o mais utilizado.

Hoje o \TeX é popular em todo o mundo, principalmente na área acadêmica, notadamente em Matemática, Física, Ciência da Computação e Engenharias.

Uma das vantagens do \LaTeX é a sua modularização. Qualquer um pode escrever um conjunto de macros que automatizam determinados procedimentos e facilitam a vida de todos. No caso do \LaTeX , estas macros são chamadas de pacotes e existem milhares de pacotes escritos por centenas de usuários ao redor do mundo.

A principal desvantagem do \TeX é que não é um editor WYSIWYG (acrônimo da expressão em inglês “What You See Is What You Get” – O que você vê é o que você recebe). Isto significa que digitamos o texto usando uma linguagem específica, compilamos e depois vemos o resultado. Isto pode parecer muito estranho para quem está acostumado a editores WYSIWYG, como o Word, mas é uma barreira que pode ser facilmente superada.

• Curiosidades

- Knuth até hoje não terminou a coleção *Art of Computer Programming*. Dos sete volumes previstos inicialmente, somente três volumes completos foram lançados, além de cinco fascículos do volume 4.
- Ele recebeu inúmeros prêmios como pesquisador em Ciência da Computação e em agosto de 1999 seu nome foi dado a um pequeno planeta descoberto por P. Pravec e P. Kusnirák.
- Desde 2001, Lamport é pesquisador da Microsoft.
- Existem versões de \TeX para praticamente todos os sistemas operacionais, incluindo Windows, Mac OS X e Linux.
- O código-fonte do \TeX foi colocado em domínio público, e Knuth recomenda modificações ou experiências com esse código-fonte, mas, para garantir a mesma saída em todas as versões do \TeX , ele deseja que qualquer novo programa obtido tenha outro nome. Para garantir isso, a *American Mathematical Society* registrou a marca \TeX e qualquer implementação do sistema deve passar por um teste antes de ser chamada de \TeX .
- O nome \TeX deve ser pronunciado como “tekh”. O X representa a letra grega (χ). \TeX é uma abreviação de (techn), que também é a origem da palavra técnico.
- Knuth escreveu cinco livros sobre \TeX : *The \TeX book*, *\TeX : The Program*, *The METAFONT book*, *METAFONT: The Program e Computer Modern Typefaces*, todos lançados pela Addison-Wesley.
- As versões de \TeX são numeradas como aproximações do número π . A versão atual é a 3.141592. Knuth deseja que, após a sua morte o \TeX não seja alterado, com exceção da versão, que deverá ser a π . Analogamente, as versões de METAFONT são numeradas como aproximações do número e , base dos logaritmos naturais.
- Atualmente, os grupos de usuários \TeX (www.tug.org) de diversos países são responsáveis pela distribuição, manutenção e atualização nas macros para \TeX .

4 • Escrevendo e desenhando no Fórum

O Fórum do Programa de Iniciação Científica está associado a uma instalação do programa \LaTeX , utilizado para digitar Matemática.

Para tal, você deve digitar [tex] *comandos* [/tex].

Por exemplo, digitando

```
[ tex ]\frac {3}{8} [/ tex ]
```

o sistema converterá seu código para uma imagem contendo $\frac{3}{8}$. A imagem só é exibida na mensagem a ser visualizada clicando no botão *Prever* ou no botão *Enviar*. Sugerimos que você aprenda inicialmente a escrever os exemplos básicos abaixo, os quais representam mais de 90% da utilização do \LaTeX no Fórum.

4.1

Exemplos Básicos

3+5	3 + 5	$\backslash ne$	\neq	$\backslash le$	\leq
7-2	7 - 2	$\backslash pm$	\pm	$a \backslash le b$	$a \leq b$
$\backslash times$	\times	10%	10%	$\backslash ge$	\geq
3\backslash times 2	3×2	a_{1}	a_1	$a \backslash ge b$	$a \geq b$
3\backslash cdot 2	$3 \cdot 2$	$b_{\{23\}}$	b_{23}	(1,2)	(1, 2)
$\backslash frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$x^{\{11\}}$	x^{11}	[1,2]	[1, 2]
3/8	3/8	$\backslash sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\{$	{
$\backslash dfrac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\backslash sqrt[3]{2}$	$\sqrt[3]{2}$	$\}$	}
20\backslash div 3	$20 \div 3$	<	<	$\{1,2\}$	{1, 2}
		2<3	$2 < 3$	$\backslash mid-3 \backslash mid$	$ -3 $

Atenção! A melhor maneira de aprender a digitar em \LaTeX é praticando. Você não precisa decorar todos os comandos. Consulte-os neste manual, quando precisar. Após alguma prática, você já conhecerá os principais comandos e com certeza terá prazer em escrever usando o \LaTeX .

4.2

Letras Gregas

$\backslash\pi$	π	$\backslash\Delta$	Δ	$\backslash\rho$	ρ
\backslashPi	Π	$\backslash\delta$	δ	$\backslash\sigma$	σ
$\backslash\alpha$	α	$\backslash\epsilon$	ϵ	$\backslash\Sigma$	Σ
$\backslash\beta$	β	$\backslash\phi$	ϕ	$\backslash\theta$	θ
$\backslash\gamma$	γ	$\backslash\lambda$	λ	$\backslash\Omega$	Ω
$\backslash\Gamma$	Γ	$\backslash\mu$	μ	$\backslash\omega$	ω

4.3

Aritmética

$\backslash\equiv$	\equiv
$\backslash\pmod{n}$	$(\text{mod } n)$
$a\backslash\equiv b\backslash\pmod{n}$	$a \equiv b \text{ (mod } n)$
$\backslash\phi(n)$	$\phi(n)$
$\backslash\lfloor x \rfloor$	$\lfloor x \rfloor$
$\backslash\lceil x \rceil$	$\lceil x \rceil$

4.4

Geometria

<code>\angle ABC</code>	$\angle ABC$	<code>\vec{v}</code>	\vec{v}
<code>\measuredangle ABC</code>	$\sphericalangle ABC$	<code>\arco{AB}</code>	\widehat{AB} ¹
<code>A\hat{B}C</code>	\widehat{ABC}	<code>\triangle ABC</code>	$\triangle ABC$
<code>\widehat{ABC}</code>	\widehat{ABC}	<code>\cong</code>	\cong
<code>r\parallel s</code>	$r \parallel s$	<code>\triangle ABC \cong \triangle XYZ</code>	$\triangle ABC \cong \triangle XYZ$
<code>r\perp s</code>	$r \perp s$	<code>\sim</code>	\sim
<code>\circ</code>	\circ	<code>\triangle ABC \sim \triangle XYZ</code>	$\triangle ABC \sim \triangle XYZ$
<code>90^\circ</code>	90°		
<code>\overline{AB}</code>	\overline{AB}		

4.5

Setas

<code>\iff</code>	\iff	<code>\searrow</code>	\searrow
<code>\Rightarrow</code>	\Rightarrow	<code>\downarrow</code>	\downarrow
<code>\Leftarrow</code>	\Leftarrow	<code>\swarrow</code>	\swarrow
<code>\Longrightarrow</code>	\Longrightarrow	<code>\leftarrow</code>	\leftarrow
<code>\longrightarrow</code>	\rightarrow	<code>\nrightarrow</code>	\nrightarrow
<code>\mapsto</code>	\mapsto	<code>\uparrow</code>	\uparrow
<code>\rightharpoonup</code>	\rightarrow	<code>\nearrow</code>	\nearrow

¹Comando personalizado para o Fórum

4.6

Símbolos Diversos

<code>\\$</code>	$\$$	<code>\therefore</code>	\therefore	<code>\clubsuit</code>	\clubsuit
<code>\dots</code>	\dots	<code>\approx</code>	\approx	<code>\star</code>	\star
<code>\ldots</code>	\ldots	<code>\bullet</code>	\bullet	<code>\bigstar</code>	\bigstar
<code>\vdots</code>	\vdots	<code>\diamond</code>	\diamond	<code>\square</code>	\square
<code>\cdots</code>	\cdots	<code>\Diamond</code>	\Diamond	<code>\blacksquare</code>	\blacksquare
<code>\ddots</code>	\ddots	<code>\Box</code>	\Box	<code>\TeX</code>	\TeX
<code>\ell</code>	ℓ	<code>\heartsuit</code>	\heartsuit	<code>\LaTeX</code>	\LaTeX
<code>\infty</code>	∞	<code>\spadesuit</code>	\spadesuit	<code>\S</code>	\S
		<code>\diamondsuit</code>	\diamondsuit	<code>\P</code>	\P

4.7

Conjuntos

<code>\in</code>	\in	<code>\cup</code>	\cup	<code>\mathbb{R}</code>	\mathbb{R}
<code>\notin</code>	\notin	<code>\emptyset</code>	\emptyset	<code>\mathbb{C}</code>	\mathbb{C}
<code>\subset</code>	\subset	<code>\mathbb{N}</code>	\mathbb{N}	<code>\mathcal{P}(X)</code>	$\mathcal{P}(X)$
<code>\not\subset</code>	$\not\subset$	<code>\mathbb{Z}</code>	\mathbb{Z}		
<code>\cap</code>	\cap	<code>\mathbb{Q}</code>	\mathbb{Q}		

4.8

Matrizes e Determinantes

<code>\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix}</code>	$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix}$
<code>\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}</code>	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
<code>\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}</code>	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
<code>\begin{Bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{Bmatrix}</code>	$\begin{Bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{Bmatrix}$
<code>\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}</code>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

<code>\begin{Vmatrix}1 & 2 \\ 3 & 4\end{Vmatrix}</code>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$
<code>\begin{pmatrix}1 \\ 2 \\ 3\end{pmatrix}</code>	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
<code>\det{A}</code>	det A

4.9

Somatórios e Produtórios

<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$
<code>\displaystyle\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$
<code>\sum_{i=1}^{100} i(i+1)</code>	$\sum_{i=1}^{100} i(i+1)$
<code>\displaystyle\sum_{i=1}^{100} i(i+1)</code>	$\sum_{i=1}^{100} i(i+1)$
<code>\prod_{i=1}^{10} \frac{i}{i+1}</code>	$\prod_{i=1}^{10} \frac{i}{i+1}$
<code>\displaystyle\prod_{i=1}^{10} \frac{i}{i+1}</code>	$\prod_{i=1}^{10} \frac{i}{i+1}$
<code>\displaystyle\sum_{i \geq 1} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}</code>	$\sum_{i \geq 1} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$

4.IO

Diversos

<code>\begin{cases}x+y=10\\ x-y=4\end{cases}</code>	$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$
<code>1\overbrace{22\dots2}^{40}5</code>	$1 \overbrace{22 \dots 2}^{40} 5$
<code>\underbrace{11\dots1}_{100}</code>	$\underbrace{11 \dots 1}_{100}$
<code>(\dfrac{ax+b}{cx+d})</code>	$\left(\frac{ax + b}{cx + d}\right)$
<code>\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)</code>	$\left(\frac{ax + b}{cx + d}\right)$

Você poderá praticar e aprender mais sobre \LaTeX no Fórum de Suporte. Acesse o tópico [Escrevendo Matemática com comandos \$\LaTeX\$](#) . **No mesmo Fórum, você aprenderá a inserir imagens e a criar figuras com o \LaTeX .**

4.II

Construindo figuras com \LaTeX

É possível fazer desenhos dos mais variados tipos usando \LaTeX . Existem centenas de pacotes para fazer figuras. No Fórum foram instalados os pacotes `pstricks` e `pst-eucl`. Os comandos para desenhar figuras devem estar entre as `tags [teximg]` e `[/teximg]`.

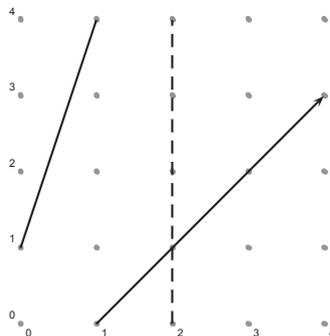
Apresentamos a seguir alguns exemplos básicos de figuras feitas com `pstricks`. Em todos os casos, a imagem mostrada à direita contém, para facilitar a compreensão, uma grade de pontos que não consta no código exibido.

4-II.1

Traçando segmentos de reta

Os comandos abaixo definem uma caixa com extremidades $(0,0)$ e $(4,4)$ e três segmentos de reta que têm por extremidades os pontos designados. O parâmetro opcional no segundo segmento (`[linestyle=dashed]`) muda o estilo da linha para tracejado.

```
\begin{pspicture}(0,0)(4,4)
\psline(0,1)(1,4)
\psline[linestyle=dashed](2,0)(2,4)
\psline{->}(1,0)(4,3)
\end{pspicture}
```



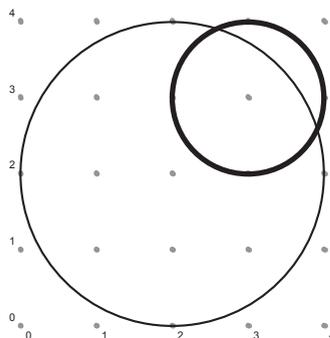
4-II.2

Circunferências

Para construir uma circunferência, devemos informar o centro e o raio com o comando `\pscircle(x,y){r}`, sendo (x,y) as coordenadas do centro da circunferência e r o raio.

Na segunda circunferência, aumentamos a espessura da linha com o parâmetro `[linewidth=2pt]`.

```
\begin{pspicture}(0,0)(4,4)
\pscircle(2,2){2}
\pscircle[linewidth=2pt](3,3){1}
\end{pspicture}
```



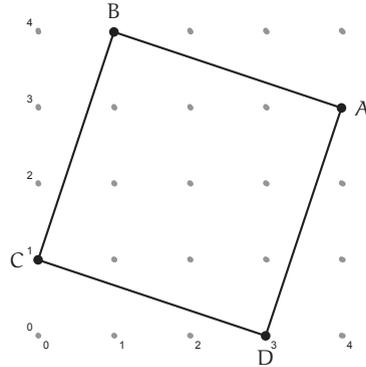
4.11.3

Rotulando pontos

O pacote `pst-euclides` nos permite dar nome aos pontos e depois utilizar os nomes dados para fazer outras construções. O comando `\pstGeonode[PosAngle= α](x,y){Nome}` marca um ponto de coordenadas (x,y) com o rótulo Nome. O ângulo do rótulo em relação ao ponto é dado pelo parâmetro opcional `PosAngle`.

```
\begin{pspicture}(0,0)(4,4)
\pstGeonode(4,3){A}
\pstGeonode[PosAngle=90](1,4){B}
\pstGeonode[PosAngle=180](0,1){C}
\pstGeonode[PosAngle=-90](3,0){D}

\psline(A)(B)(C)(D)(A)
\end{pspicture}
```



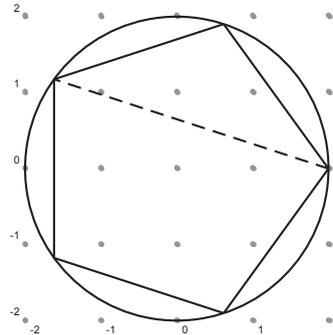
4.11.4

Utilizando coordenadas polares

É possível utilizar coordenadas polares para definir os pontos. Neste caso, devemos indicar a distância r do ponto à origem e o ângulo θ formado entre o segmento de reta que une este ponto à origem e o eixo x .

As coordenadas polares devem ser separadas por ponto e vírgula: $(r;\theta)$.

```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,2)
\psline(2;0)(2;72)
\psline(2;72)(2;144)
\psline(2;144)(2;216)
\psline(2;216)(2;288)
\psline(2;288)(2;0)
\psline[linestyle=dashed](2;0)(2;144)
\pscircle(0,0){2}
\end{pspicture}
```







5 • Calendário dos Encontros

A parte presencial do Programa de Iniciação Científica será realizada em dez encontros presenciais, cada um com 8 horas/aula.

Os Coordenadores Regionais de Iniciação Científica devem indicar as datas dos encontros nos polos, respeitando o seguinte calendário.

Calendário dos Encontros Presenciais	
A partir de 21/03/14	Encontro zero
11/04/15	Encontro 1
09/05/15	Encontro 2
06/06/15	Encontro 3
04/07/15	Encontro 4
01/08/15	Encontro 5
29/08/15	Encontro 6
19/09/15	Encontro 7
17/10/15	Encontro 8
07/11/15	Encontro 9
05/12/15	Encontro 10



6 • Coordenadores Regionais de Iniciação Científica – CRICs

O Coordenador Regional de Iniciação Científica (CRIC) é o responsável em sua Região/UF pelo Programa de Iniciação Científica (PIC), bem como pelo acompanhamento dos bolsistas da OBMEP. Abaixo, encontra-se a relação de todos os Coordenadores Regionais de Iniciação Científica. Alguns Estados estão divididos em sub-regiões.

- **AC** – *José Ivan da Silva Ramos*
Endereço Eletrônico: cric_ac@obmep.org.br
Telefone: (68) 9952-7503
- **AL** – *Sivaldo Silva da Gama*
Endereço Eletrônico: cric_al@obmep.org.br
Telefone: (82) 3214-1407, 9983-8351
- **AM** – *Carlos Wagner Marques do Nascimento*
Endereço Eletrônico: cric_am@obmep.org.br
Telefone: (92) 3308-5576, 9228-2470, 9433-7181
- **AP** – *Marcio Aldo Lobato Bahia*
Endereço Eletrônico: cric_ap@obmep.org.br
Telefone: (96) 3312-1784, 8122-5316
- **BA** – *Luzinalva Miranda de Amorim (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_ba@obmep.org.br
Telefone: (71) 3283-6287 Ramal: 6287, 9139-8383
- **CE** – *Onofre Campos da Silva Farias*
Endereço Eletrônico: cric_ce@obmep.org.br
Telefone: (85) 8944-4498, 3275-9093
- **DF** – *Kelcio Oliveira Araujo*
Endereço Eletrônico: cric_df@obmep.org.br
Telefone: (61) 3107-7236
- **ES** – *Luzia Maria Casati*
Endereço Eletrônico: cric_es@obmep.org.br
Telefone: (27)99936-5955, 4009-7665

- **GO** – *José Hilário da Cruz*
Endereço Eletrônico: cric_go@obmep.org.br
Telefone: (62) 3521-1288, 35211-366
- **MA** – *João de Deus Mendes da Silva*
Endereço Eletrônico: cric_ma@obmep.org.br
Telefone: (98) 3272-8040
- **MG01** – *Gilcione Nonato Costa*
Endereço Eletrônico: cric_mg01@obmep.org.br
Telefone: (31) 3409-5959
- **MG02** – *Fernanda Moura de Oliveira*
Endereço Eletrônico: cric_mg02@obmep.org.br
Telefone: (31) 3899-3006
- **MG03** – *Francinildo Nobre Ferreira*
Endereço Eletrônico: cric_mg03@obmep.org.br
Telefone: (32) 3372-4828, 9918-0900
- **MG04** – *Elisa Regina dos Santos*
Endereço Eletrônico: cric_mg04@obmep.org.br
Telefone: (34) 9907-8989
- **MG05** – *Marise Fagundes Silveira*
Endereço Eletrônico: cric_mg05@obmep.org.br
Telefone: (38) 3222-7857, 3223-4288, 3222-8034, 9181-3030
- **MG06** – *Weversson Dalmaso Sellin*
Endereço Eletrônico: cric_mg06@obmep.org.br
Telefone: (33) 8844-5298, 4103-0096, 3522-6037 Ramal 243
- **MG07** – *Beatriz Casulari da Motta Ribeiro*
Endereço Eletrônico: cric_mg07@obmep.org.br
Telefone: (32) 2102-3308, 8808-2555
- **MG08** – *Alexandre Alvarenga Rocha*
Endereço Eletrônico: cric_mg08@obmep.org.br
Telefone: (31) 9998-9483, 4141-1853
- **MG09** – *Luciano Soares Pedroso*
Endereço Eletrônico: cric_mg09@obmep.org.br
Telefone: (35) 3411-5045, 9993-2059
- **MG10** – *Wenderson Marques Ferreira*
Endereço Eletrônico: cric_mg10@obmep.org.br
Telefone: (31) 9411-4748
- **MS** – *Karina Miranda D. Ippolito Leite*
Endereço Eletrônico: cric_ms@obmep.org.br
Telefone: (67) 3345-7896
- **MT01** – *Martinho da Costa Araújo (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_mt@obmep.org.br
Telefone: (65) 3615-8917, 9984-5370
- **MT02** – *Ruikson Sillas de Oliveira Nunes*
Endereço Eletrônico: cric_mt02@obmep.org.br
Telefone: (65) 8110-3553

- **PA** – *Geraldo Mendes de Araújo*
Endereço Eletrônico: cric_pa@obmep.org.br
Telefone: (91) 9921-2729
- **PB** – *José de Arimatéia Fernandes (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_pb@obmep.org.br
Telefone: (83) 2101-1030, 9372-3475
- **PE01** – *Jorge Antonio Hinojosa Vera*
Endereço Eletrônico: cric_pe@obmep.org.br
Telefone: (81) 8896-3789, 3320-6482
- **PE02** – *Pedro Macario de Moura*
Endereço Eletrônico: cric_pe02@obmep.org.br
Telefone: (87) 8812-1169
- **PI01** – *Gilvan Lima de Oliveira*
Endereço Eletrônico: cric_pi@obmep.org.br
Telefone: (86) 3233-8905, 3215-5656, 8858-1749, 8802-5840
- **PI02** – *Paulo Sérgio Marques dos Santos*
Endereço Eletrônico: cric_pi02@obmep.org.br
Telefone: (86) 3233-4970, 9971-4047
- **PRO1** – *Ana Lucia da Silva*
Endereço Eletrônico: cric_pro1@obmep.org.br
Telefone: (43) 3371-5868, 9913-0750
- **PRO2** – *Florinda Katsume Miyaoaka*
Endereço Eletrônico: cric_pro2@obmep.org.br
Telefone: (41) 3361-3660, 3243-0100, 9941-9095
- **PRO3** – *Sani de Carvalho Rutz da Silva*
Endereço Eletrônico: cric_pro3@obmep.org.br
Telefone: (42) 9911-6986
- **PRO4** – *Edson Carlos Licurgo Santos*
Endereço Eletrônico: cric_pro4@obmep.org.br
Telefone: (42) 8806-7587
- **RJ01** – *Jair Salvador*
Endereço Eletrônico: cric_rj01@obmep.org.br
Telefone: (21) 2562-7505 ramal:214, 9762-1472
- **RJ02** – *Jones Colombo*
Endereço Eletrônico: cric_rj02@obmep.org.br
Telefone: (21) 3608-5910, 97637-2708, 2629-2058 Ramal: 7766
- **RJ03** – *Ivail Muniz Júnior*
Endereço Eletrônico: cric_rj03@obmep.org.br
Telefone: (21) 2697-3631, 99480-6642
- **RN** – *Jose Querginaldo Bezerra*
Endereço Eletrônico: cric_rn@obmep.org.br
Telefone: (84) 3215-3780, 8840-7349, 3207-0084
- **RO** – *Carlos Vinicius da Costa Ramos*
Endereço Eletrônico: cric_ro@obmep.org.br
Telefone: (69) 9983-1514, 3225-1514

- **RR** – *Raimundo Nonato Araujo Pedro*
Endereço Eletrônico: cric_rr@obmep.org.br
Telefone: (95) 8115-3705
- **RS01** – *Elizabeth Quintana Ferreira da Costa*
Endereço Eletrônico: cric_rs@obmep.org.br
Telefone: (51) 9731-6499
- **RS02** – *Márcio Luís Miotto*
Endereço Eletrônico: cric_rs02@obmep.org.br
Telefone: (55) 3220-8136
- **SCO1** – *Licio Hernanes Bezerra (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_sc@obmep.org.br
Telefone: (48) 3721-4675, 3234-3680
- **SCO2** – *Lucia Menoncini*
Endereço Eletrônico: cric_sc02@obmep.org.br
Telefone: (49) 9998-4388, 9179-9685
- **SE** – *Valdenberg Araujo da Silva (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_se@obmep.org.br
Telefone: (79) 2105-6887, 8101-9236
- **SPO1** – *José Carlos Rodrigues (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_sp01@obmep.org.br
Telefone: (18) 3229-5607, 3903-5459, 99736-7830
- **SPO2** – *Aparecida Francisco da Silva (CR)*
Endereço Eletrônico: cric_sp02@obmep.org.br
Telefone: (17) 3221-2504, 3221-2564, 99112-5206,
- **SPO3** – *Raul Cintra de Negreiros Ribeiro*
Endereço Eletrônico: cric_sp03@obmep.org.br
Telefone: (11) 99665-5680
- **SPO4** – *Reinaldo Gen Ichiro Arakaki*
Endereço Eletrônico: cric_sp09@obmep.org.br
Telefone: (12) 3303-5227, 98224-0887, 3905-2423
- **SPO5** – *Débora de Jesus Bezerra*
Endereço Eletrônico: cric_sp05@obmep.org.br
Telefone: (11) 4366-5886, 4366-5743, 98375-9752
- **SPO6** – *Ires Dias*
Endereço Eletrônico: cric_sp06@obmep.org.br
Telefone: (16) 3373-9738
- **SPO7** – *José Arnaldo Frutuoso Roveda e Antônio Cesar Germano Martins*
Endereço Eletrônico: cric_sp07@obmep.org.br
Telefone: (15) 3238-3400 r.3425
- **SPO8** – *Cristina Cerri*
Endereço Eletrônico: cric_sp08@obmep.org.br
Telefone: (11) 3091-6124, 96607-7570
- **TO** – *Dirlei Ruscheinsky*
Endereço Eletrônico: cric_to@obmep.org.br
Telefone: (63) 3653-1531, 8135-7017, (62) 9802-1125





7 • Clubes de Matemática da OBMEP

Projeto concebido para oferecer ambientes interativos nos quais será possível desenvolver, pesquisar e criar atividades matemáticas de forma ampla e divertida.

Nestes espaços para estudar Matemática, alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio poderão participar de atividades como gincanas regionais e nacionais, discussão de filmes, resolução de problemas, jogos; além de filmagens e atividades que utilizam programas de Geometria Dinâmica.

A participação nos **Clubes de Matemática da OBMEP** não será restrita a alunos de escolas públicas, e um mesmo Clube poderá ter membros com níveis de escolaridade diferentes. Universitários e até mesmo professores de Matemática também poderão participar.

Você quer saber mais sobre este novo projeto da OBMEP? Então leia com atenção as informações no endereço <http://clubes.obmep.org.br/blog/> e venha participar dos **Clubes de Matemática da OBMEP**.



8 • O PECCI

O PECCI – Preparação Especial para Competições Internacionais é um programa da OBMEP que, desde 2009, prepara um grupo seletivo de medalhistas da OBMEP para participar da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e a partir da OBM, de competições internacionais como a Olimpíada de Matemática do Cone Sul, a Olimpíada Ibero-americana de Matemática e a Olimpíada Internacional de Matemática. Nos últimos dois anos, alunos oriundos do PIC que chegaram ao PECCI foram premiados em todas as edições destas competições internacionais.

As atividades do PECCI são virtuais, no fórum do PECCI e presenciais, em encontros que ocorrem ao longo do ano.

Em 2015, teremos dois encontros presenciais em Brasília, um em janeiro com duração de 15 dias. Após este encontro, haverá um Processo Seletivo para o segundo encontro, que será realizado em julho, com o mesmo período de duração.

A seleção para participar do PECCI é realizada anualmente para os alunos que estiverem cursando, em 2015, até o 8º ano do Ensino Fundamental.

Os alunos são escolhidos para participar da seleção a partir da(s) premiação(es) na OBMEP, OBM e do desempenho no PIC.

Nestes cinco anos, os alunos do PECCI já obtiveram mais de 35 premiações internacionais, incluindo medalhas conquistadas na Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) de 2011 e 2012, realizadas respectivamente na Holanda e na Argentina.

Em 2014, tivemos alunos do PECCI premiados nas seguintes Olimpíadas Internacionais:

- Asian Pacific Mathematics Olympiad (APMO)
- Olimpíada de Matemática da Comunidade dos Países de Língua Portuguesa
- Competição Juvenil Ibero-americana de Matemática

- Olimpíada de Maio
- Olimpíada Internacional de Matemática (IMO)
- Olimpíada de Matemática do Cone Sul
- Olimpíada Ibero-americana de Matemática

