


| | |
|---|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"> • Permutação; • Fatorial; • Resolução de exercícios de contagem. |
| | Prof. Hudson Sathler Delfino |
| | Exercícios Ciclo 5 – N1 |

1º ENCONTRO.

Exercício 1.

- (a) Quantos são os anagramas da palavra **BOLA**?
- (b) E quantos são os anagramas da palavra **OBMEP**?

Exercício 2.

- (a) Quantos são os anagramas da palavra **CINEMA**.
- (b) Em quantos destes anagramas as letras **CI** aparecem juntas e nesta ordem?
- (c) Em quantos anagramas a letra **A** aparece antes (a esquerda) da letra **E** ?

Exercício 3. Existem cinco algarismos pares $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ e existem cinco algarismos ímpares $\{1, 3, 5, 7, 9\}$. Seja **A** o conjunto formado por todos os números de cinco algarismos, obtidos pelas permutações dos cinco algarismos pares. E seja **B** o conjunto formado por todos os números de cinco algarismos, obtidos pelas permutações dos cinco algarismos ímpares. Os conjuntos **A** e **B** possuem a mesma quantidade de elementos? Se eles tiverem quantidade diferentes de elementos, quantos elementos um conjunto tem a mais que o outro?

Exercício 4. Considere todos os dez algarismos $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

- (a) Quantos são os números naturais com 10 algarismos distintos?
- (b) Quantos são os números pares com 10 algarismos distintos?

Exercício 5. Em uma tabela com cinco linhas e com cinco colunas deseja-se escrever as letras da palavra **OBMEP** de modo que em cada linha e em cada coluna esteja escrita uma única letra, como no exemplo a seguir. De quantos modos diferentes isso pode ser feito?

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | M | | |
| B | | | | |
| | | | | O |
| | P | | | |
| | | | E | |

Exercício 6. Três ingleses, quatro americanos e cinco franceses devem formar uma única fila de modo que pessoas de uma mesma nacionalidade estejam sempre juntas, uma imediatamente atrás da outra. De quantas maneiras diferentes essas 12 pessoas podem ser colocadas nesta fila?

Exercício 7. Em uma salão de festas estão presentes 5 homens e 5 mulheres. De quantos modos diferentes podemos formar 5 pares para uma dança de salão? Um par é um casal formado por um homem e por uma mulher.

Exercício 8. Cinco homens e cinco mulheres vão posar para uma fotografia em uma escada com cinco degraus. De quantos modos diferentes estas pessoas podem ocupar os degraus, se em cada degrau deve ficar um homem e uma mulher, lado a lado?

Exercício 9. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2008 – Nível 2 – Questão 20)

As peças da figura 1 são feitas de quadradinhos de cartolina cinza de um lado e branca do outro. A figura 3 mostra uma maneira de encaixar essas peças com o lado cinza para cima nos quatro quadrados da figura 2. De quantas maneiras diferentes é possível fazer isso?

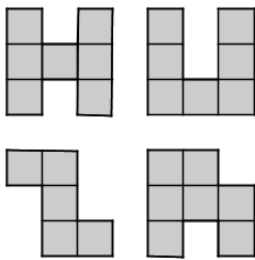


Figura 1

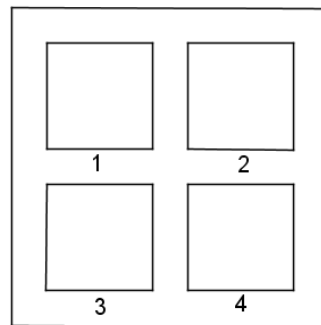


Figura 2

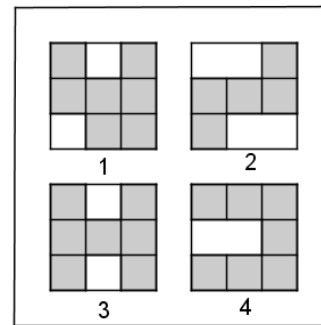


Figura 3

Exercício 10. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2016 – Nível 2 – Questão 12)

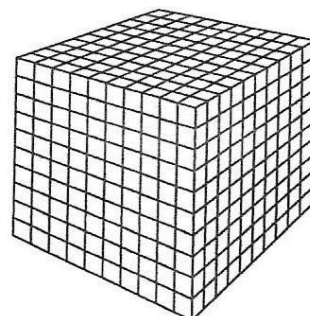
Cada livro da biblioteca municipal de Quixajuba recebe um código formado por três das 26 letras do alfabeto. Eles são colocados em estantes em ordem alfabética: AAA, AAB, ..., AAZ, ABA, ABB, ..., ABZ, ..., AZA, AZB, ..., AZZ, BAA, BAB e assim por diante. O código do último livro é DAB. Quantos livros há na biblioteca?

Exercício 11. Considere todos os números naturais com cinco algarismos distintos formados pelas permutações dos algarismos do número 13459. Coloque todos estes números em fila, em ordem crescente. Em qual posição desta fila está o número 54931?

Exercício 12. Quantos são os números abc de três algarismos distintos tais que $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $b \in \{1, 2, 3, 4\}$ e $c \in \{1, 2, 3\}$.

Exercício 13. Um cubo de madeira com 10 cm de aresta tem as suas faces coloridas de azul. Se este cubo foi inteiramente dividido em cubinhos com 1 cm de aresta, calcule:

- (a) A quantidade total de cubinhos.
- (b) A quantidade de cubinhos com nenhuma face colorida de azul.
- (c) A quantidade de cubinhos com exatamente uma face colorida de azul.
- (d) A quantidade de cubinhos com exatamente duas faces coloridas de azul.
- (e) A quantidade de cubinhos com exatamente três faces coloridas de azul.
- (f) A quantidade de cubinhos com mais de três faces coloridas de azul.



2º ENCONTRO.

Exercício 1. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2005 – Nível 1 – Questão 9)

O Campeonato Brasileiro de Futebol de 2005 foi disputado por 22 times. Cada time enfrenta cada um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo do adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

Exercício 2. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2008 – Nível 1 – Questão 18)

Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

Exercício 3. (Prova 2ª fase da OBMEP 2011 – Nível 1 – Questão 4)

Cristina gosta de adivinhar em quais casinhas seus ratinhos Mingo, Lingo e Tingo irão se esconder, após ser aberta a gaiola em que eles moram. As casinhas são numeradas de 1 a 6 e dois ou mais ratinhos podem se esconder na mesma casinha. Ela registra suas previsões em cartões como os da figura, marcando um X em cada linha.



- (A) De quantas maneiras Cristina pode preencher um cartão?
- (B) De quantas maneiras ela pode preencher um cartão, supondo que os ratinhos se esconderão em três casinhas diferentes?
- (C) De quantas maneiras ela pode preencher um cartão, supondo que dois ratinhos se esconderão em uma mesma casinha e o terceiro em uma casinha diferente?

Exercício 4. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2005 – Nível 1 – Questão 15)

Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1000 a 9999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

Exercício 5. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2012 – Nível 2 – Questão 16)

Quantos são os números naturais entre 0 e 999 nos quais aparece pelo menos um algarismo 2 e nenhum algarismo 3?

Exercício 6. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2009 – Nível 1 – Questão 5)

Ana quer colorir as bolinhas das figuras 1, 2 e 3 de azul, preto ou vermelho de modo que bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes. De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir cada uma destas figuras?

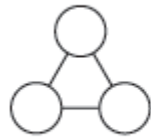


Figura 1

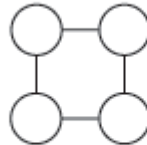


Figura 2

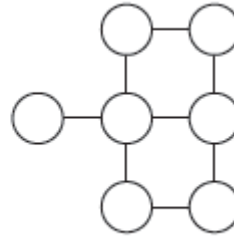
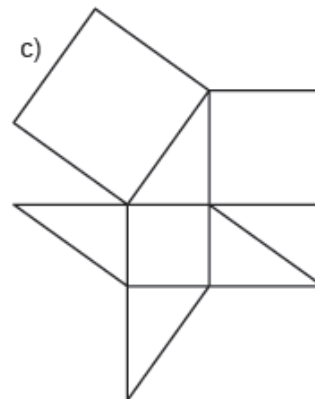
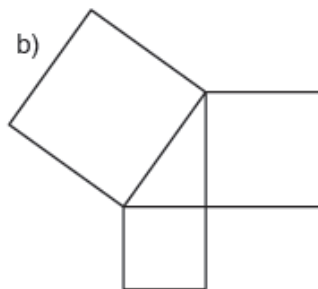


Figura 3

Exercício 7. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2011 – Nível 2 – Questão 5)

João vai pintar figuras compostas por quadrados e triângulos. Cada quadrado pode ser pintado de azul, vermelho ou verde e cada triângulo de azul, vermelho ou amarelo, de modo que polígonos com um lado comum não tenham a mesma cor. Determine de quantas maneiras João pode pintar cada uma das seguintes figuras.



Exercício 8. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2012 – Nível 2 – Questão 5)

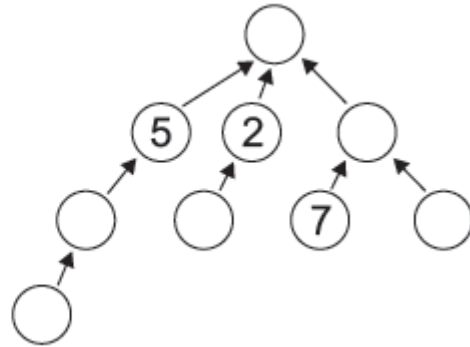
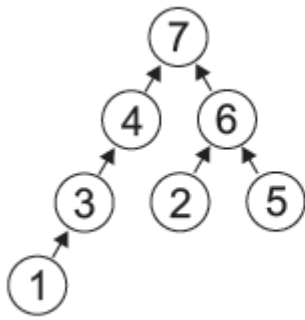
Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura a seguir, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



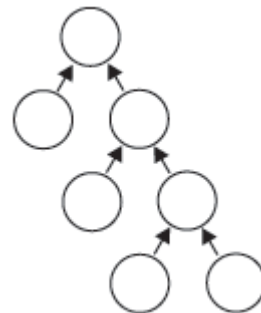
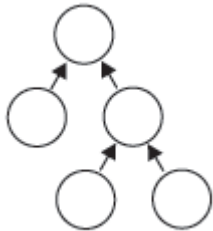
- (A) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de $3 \times 2 \times 2$ maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?
- (B) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?
- (C) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?
- (D) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.

Exercício 9. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2008 – Nível 1 – Questão 5)

Os círculos da figura abaixo a esquerda foram preenchidos com os números de 1 a 7, de modo que todas as flechas apontam de um número menor para um maior. Neste caso, dizemos que a figura foi bem preenchida.



- (A) Complete a figura acima a direita com os números de 1 a 9 de modo que ela fique bem preenchida.
 (B) De quantas maneiras a figura a seguir a esquerda pode ser bem preenchida com os números de 1 a 5?
 (C) De quantas maneiras a figura a seguir a direita pode ser bem preenchida com os números de 1 a 7?



Exercício 10. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – Nível 2 – Questão 18)

O número 2014 tem quatro algarismos distintos, um ímpar e três pares, sendo um deles 0. Quantos números possuem exatamente essas características?

Exercício 11. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2012 – Nível 1 – Questão 5)

Vítor tem 24 cartões, sendo oito azuis, oito brancos e oito verdes. Para cada cor, ele numerou os cartões de 1 a 8.

- (A) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões azuis de modo que a soma de seus números seja igual a 9?
 (B) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?
 (C) De quantas maneiras Vítor pode escolher 3 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Exercício 12. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2016 – Nível 2 – Questão 5)

Fernanda precisa criar uma senha para poder usar o computador da escola. A senha deve ter cinco algarismos distintos de modo que, da esquerda para a direita, o algarismo da 1ª posição seja maior do que 1, o da 2ª posição seja maior do que 2, e assim por diante. Por exemplo, 25476 é uma senha possível, mas 52476 não é, pois o algarismo na segunda posição não é maior do que 2.

- (A) Se a senha de Fernanda começar com 9467, qual deve ser o algarismo da 5ª posição?
 (B) Se Fernanda começar a formar sua senha escolhendo o algarismo 7 para a 5ª posição, quantas são as possibilidades de escolha para a 4.ª posição?
 (C) Quantas senhas Fernanda poderá formar?