Nona aula PIC

Considere um triângulo retângulo ABC com ângulo reto no vértice A. Vamos escrever os comprimentos dos lados deste triângulo como a = BC, b = AC e c = AB. Lembre-se de que os lados de um triângulo retângulo recebem nomes: os catetos são os lados AC e AB que chegam no vértice do ângulo reto e a hipotenusa é o lado BC que não passa pelo vértice do ângulo reto.

**Teorema de Pitágoras:** Se um triângulo retângulo possui hipotenusa de medida a e catetos de medidas b e c, então a² = b² + c². Em palavras, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos.

Existem várias demonstrações diferentes deste teorema. A demonstração que vamos explicar começa com a observação de que com quatro cópias do triângulo retângulo de catetos b e c é possível montar um quadrado de lado b + c como está indicado na figura a seguir.

Agora vamos calcular a área deste quadrado de duas maneiras diferentes. Por um lado ele é um quadrado de lado b + c. Logo a sua área é igual a (b+c)² . Por outro lado este quadrado é a união de um quadrado de lado a com quatro triângulos retângulos de catetos b e c. Somando as áreas destas figuras, vemos que a área do quadrado de lado b+c também pode ser expressa por 4 · bc² +a² . Igualando as duas expressões obtidas para a área do quadrado de lado b+c obtemos a igualdade 4· bc ² +a ² = (b+c)² . Desenvolvendo e simplificando obtemos

4 · bc² + a² = (b + c)² ⇒ 2bc + a² = b² + 2bc + c² ⇒ a² = b ² + c².

 A última igualdade a² = b² + c² é exatamente a relação que queríamos obter.

Podemos interpretar geometricamente o Teorema de Pitágoras do seguinte modo: se são construídos quadrados sobre os três lados de um triângulo retângulo, então “a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é igual a área do quadrado construído sobre a hipotenusa.”

**Exemplo 1:** Nas figuras a seguir vemos dois triângulos retângulos. Utilizando os comprimentos dos lados dados nas figuras, calcule os comprimentos dos lados x e y.

Triângulo 1: catetos: 5 e 12 descobrir a hipotenusa x

Resposta: 13

Triângulo 2: um cateto 6 e o outro y e a hipotenusa é 10.

Resposta: 8

**Exemplo 2:** Tomando um triângulo retângulo ABC, retângulo em Â. Traça-se um segmento BD, de forma que D está alinhado com AC. Sabendo que AD mede 2, DC mede 8 e BD mede 5 descubra o valor da hipotenusa x do triângulo retângulo ABC.

Resposta: 11

**Exemplo 3:** Na figura plana a seguir, sobre o quadrado cinza ABCD com 25 cm² de área foi desenhado um losango branco PQCD com 20 cm² de área. Determine a área cinza do quadrado que não ficou encoberta pelo losango.



Resposta: 11 cm².

**Exemplo 4:** Na figura a seguir, AB é um segmento tangente às circunferências de raios 2 cm e 5 cm. Se o comprimento do segmento AB é igual a 10 cm, determine a distância entre os centros das circunferências.



Resposta: $\sqrt{109}$ cm.

* Do link abaixo resolver os exercícios 1, 2 e 3.

<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material/c0o2s8pxftsgk.pdf>

* Questão 19, Provas da OBMEP, prova de nível 3 - 1ª Fase, OBMEP 2006, encontrada no link <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

**Vídeos aula:**

<https://www.youtube.com/watch?v=-kQTgRuR0tg&feature=youtu.be&list=PLrVGp617x0hDq3GBNUeSLv6B-4fGHG4cJ>

<https://www.youtube.com/watch?v=GamAwajSDzk&feature=youtu.be&list=PLrVGp617x0hDq3GBNUeSLv6B-4fGHG4cJ>

<https://www.youtube.com/watch?v=ylWhIyvdJvc&feature=youtu.be&list=PLrVGp617x0hDq3GBNUeSLv6B-4fGHG4cJ>

<https://www.youtube.com/watch?v=9xexSiQtWdg&feature=youtu.be&list=PLrVGp617x0hDq3GBNUeSLv6B-4fGHG4cJ>