**Solução da Aula 02 (4° Encontro)**

**Métodos de contagem e probabilidade – Aplicação do principio multiplicativo – Combinações**

**Solução do exercício 01**

1. Como Carolina têm apenas três algarismos, e por condição, os algarismos devem ser distintos, diferente de 0 e o algarismo do meio tem que ser maior que os outros dois. Nesse caso, os números menores que 3 são o 1 e o 2. Portanto, os números que Carolina escreveu foi 1 3 2 e 2 3 1.
2. O algarismo 7 tem que ocupar o lugar do meio, desse modo Carolina tem que:

**\_ 7 \_**, para o primeiro algarismo temos 6 opções de números menores que sete, para o segundo algarismo temos apenas uma opção, sendo ela o número 7 e para o ultimo algarismo temos 5 opções de números menores que o 7. Portanto, Carolina tem 6 x 1 x 5 = 30 números.

1. Usando o algarismo 3 no meio, Carolina tem :

2 x 1 x 1 = 2 números.

Para o algarismo 4 no meio:

3 x 1 x 2 = 6 números.

Para o algarismo 5 no meio:

4 x 1 x 3 = 12 números.

Para o algarismo 6 no meio:

5 x 1 x 4 = 20 números.

Para o algarismo 7 no meio:

6 x 1 x 5 = 30 números.

Para o algarismo 8 no meio:

7 x 1 x 6 = 42 números.

Para o algarismo 9 no meio:

8 x 1 x 7 = 56 números.

Portanto, Carolina tem 2 + 6 + 12 + 20 + 30 + 42 + 56 = 168 números.

**Solução do exercício 02**

1. Os possíveis algarismos da 5.ª posição são 6, 7, 8 ou 9. Como 6, 7 e 9 já foram escolhidos, só há uma possibilidade para escolha do algarismo na da 5.ª posição: o algarismo 8.
2. Os possíveis algarismos da 4.ª posição são 5, 6, 7, 8 ou 9; entretanto, como 7 foi utilizado na 5.ª posição, há apenas 4 possibilidades de escolha para a 4.ª posição (5, 6, 8 ou 9).
3. Observamos primeiramente que há 4 possibilidades de escolha para a 5.ª. posição (6, 7, 8 ou 9). Feita uma dessas escolhas, vemos que há somente 4 possibilidades de escolha para a 4.ª posição. De fato, o item b) ilustra o que ocorre se o algarismo 7 ocupasse a 5.ª posição e, é claro, o mesmo ocorre se 6, 8 ou 9 ocupar a última posição. Em cada um dos casos, há 4 possibilidades para a 4.ª posição. Feitas as escolhas das duas últimas posições, vemos também que há 4 escolhas para a terceira posição (das possibilidades 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 devemos excluir duas escolhas já feitas). Utilizando exatamente o mesmo raciocínio, teremos também 4 escolhas para a segunda posição e 4 escolhas para a primeira posição. Pelo Princípio Multiplicativo, há 4 x 4 x 4 x 4 x 4 = 45 = 1024 senhas diferentes que Fernanda poderá formar.

**Solução do exercício 03**

A cada escolha para duas pessoas viajarem, temos uma escolha de três pessoas para não viajarem, desse modo vamos obter:

N° de escolhidos = Combinação de 5, dois á dois

N° de não escolhidos = Combinação de 5, três á três



Usando a fórmula de número de combinações, temos:

$$Cn,p= \frac{n!}{\left(n-p\right)!×p!} $$

Para C5,2 vamos obter (escolhidos)

$$C5,2= \frac{5!}{\left(5-2\right)!×2! }= \frac{5 ×4 ×3!}{3! ×2!}= \frac{5 ×4}{2!}=10$$

Para C5,3 vamos obter ( não escolhidos)

$$C5,3= \frac{5!}{\left(5-3\right)!×3! }= \frac{5 ×4 ×3!}{2! ×3!}= \frac{5 ×4}{2!}=10$$

Portanto temos 10 combinações.

**Solução do exercício 04**

1. Vamos supor que um aluno não pode ser monitor e representante ao mesmo tempo. Existem 25 maneiras de escolher um monitor. Para cada uma dessas escolhas, existem 24 maneiras de escolher o representante. Portanto, obtemos 25 x 24 = 600 maneiras diferentes.
2. Vamos usar o resultado anterior. Em cada par encontrado no item (a), vamos transformar o representante em monitor. Obteremos assim todos os pares possíveis de monitores, mas cada par foi contado duas vezes, pois, se Guilherme e Simão forem os monitores, obteremos esse par de ambas as escolhas “Guilherme é monitor e Simão é representante” e “Guilherme é representante e Simão é monitor”. Portanto, o numero de escolhas é a metade, ou seja 300.
3. Temos 25 alunos e queremos três monitores: \_ \_ \_ , obteremos então para a primeira escolha 25 alunos, para a segunda escolha 25 – 1 = 24 alunos e para terceira 25 – 2 = 23 alunos, dessa forma teremos 25 x 24 x 23 = 13800. Porém como queremos uma combinação, a ordem não importa, então nesse caso teremos, \_ \_ \_ três monitores com o primeiro monitor tendo 3 opções de colocação, o segundo tendo 2 opções de colocações e o terceiro tendo uma, sendo assim teremos 3 x 2 x 1 = 6.

Como a ordem não importa, temos 13800/6 = 2300 combinações de maneiras de escolher.

**Solução do exercício 05**

Médicos:

$$C5,3= \frac{5!}{\left(5-3\right)! ×3!}= \frac{5 ×4 ×3!}{2! ×3!}= \frac{5 ×4}{2!}=10$$

Engenheiros:

$$C6,2= \frac{6!}{\left(6-2\right)! ×2!}= \frac{6 ×5 ×4!}{4! ×2!}= \frac{6 ×5}{2!}=15$$

Advogados:

$$C3,2= \frac{3!}{\left(3-2\right)! ×2!}= \frac{3 ×2!}{1! ×2!}= 3$$

Portanto, temos 10 x 15 x 3 = 450 combinações.

**Solução do exercício 06**

Devemos dividir cada grupo pelo fatorial dos números de elementos

$$\frac{20×19×18}{3!} ×\frac{17×16×15}{3!} ×\frac{14×13×12}{3!} ×\frac{11×10×9}{3!} ×\frac{8×7×6×5}{4!}× \frac{4×3×2×1}{4!} $$

Para obtermos o resultado, devemos dividir pelo número fatorial de grupos de 3 elementos e pelo número fatorial de grupos de 4 elementos:

$$\frac{20!}{4!×\left(3!×3!×3!×3!\right)×2! ×(4!×4!)}= \frac{20!}{2! ×3^{4}!×4^{3 }!}=\frac{20!}{2×6\^4×23\^3}=67897830000$$

**Solução do exercício 07**

**** observe os triângulos, cada triangulo com vértices nos pontos marcados ou tem um vértice na primeira reta e dois vértices na segunda, ou então tem dois vértices na primeira reta e um vértice na segunda. Desse modo temos:

$$10 ×C11,2=10×\frac{11!}{\left(11-2\right)! ×2! }= 10×\frac{11×10×9!}{9! ×2!}=10× \frac{10 ×11}{2×1}=550$$

E

$$11 ×C10,2=11×\frac{10!}{\left(10-2\right)! ×2! }=11× \frac{10×9×8!}{8! ×2!}= 11×\frac{10 ×9}{2×1}=495$$

550 + 495 = 1045.

Agora observe os quadriláteros, os dois tem dois vértices na primeira e na segunda reta, desse modo temos:

$$C11,2 ×C10,2= \frac{11!}{\left(11-2\right)!×2!}×\frac{10!}{\left(10-2\right)!×2!}=55×45=2475.$$

**Solução do exercício 08**

Temos três modos de montar o time:

Só Pedro estar no time juntamente com os outros 10 jogares que não inclui João, desse modo temos:

$$C29,10= \frac{29!}{\left(29-10\right)!×10!}=20030010$$

Só João estar no time juntamente com os outros 10 jogadores que não inclui Pedro, desse modo temos:

$$C29,10= \frac{29!}{\left(29-10\right)!×10!}=20030010$$

Se nem Pedro e João estão no time de 11 jogares, temos que:

$$C29,11= \frac{29!}{\left(29-11\right)!×11!}=380570190$$

Logo temos C29,10 + C29,10 + C29,11 = 20030010 + 20030010 + 380570190 = 4,2063021 x 10^8.