

## ESTUDO DAS PERMUTAÇÕES

Problema inicial: De quantas maneiras podemos ordenar 5 objetos distintos lado a lado?

Solução: Para ocupar a posição mais à esquerda temos 5 escolhas. Fixada uma escolha para este objeto, nos restam 4 opções de objeto para colocar na segunda posição. De maneira análogo, temos 3 opções de escolha para a terceira posição, 2 opções para a quarta posição e 1 opção para a última posição. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, temos  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  opções de ordenar os objetos.

**Notação:** Consideremos  $n$  como sendo um número inteiro positivo. Então,

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 2 \times 1$$

é chamado  $n$  fatorial.

**Exemplos:**

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

Assim, a resolução do exercício anterior é simplesmente  $5!$ .

**Exercício:** De quantas maneiras Aline, Bernardo e Carolina podem formar uma fila?

Neste exercício é fácil listar as possíveis filas:

$$ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$$

que resulta num total de 6 maneiras.

Podemos resolver este exercício como o anterior e assim teremos  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ .

Considerando o mesmo exercício, de quantas maneiras podemos formar uma fila se acrescentarmos o Daniel?

Solução: Fixado uma fila com as três pessoas iniciais há 4 possibilidades de lugar para Daniel entrar. Então pelo Princípio Multiplicativo temos que há  $4 \times 3!$  filas com Aline, Bernardo, Carolina e Daniel, isto é,  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$ .

**Definição de Permutação:** *Uma permutação de  $n$  objetos é simplesmente uma ordenação desses  $n$  objetos em uma fila. A quantidade de permutações de  $n$  objetos é igual a  $n!$ .*

**Exercício:** De quantas maneiras 6 moças e 6 rapazes podem formar pares para uma dança?

Solução: Primeiramente cria-se uma ordem fixa para os homens. Em seguida, permuta-se as mulheres de tal forma que a ordenação das mulheres corresponda aos homens fixados. Assim, temos uma fila de moças. Daí decorre que este problema é equivalente ao de problema de ordenar 6 pessoas em uma fila. Logo a solução é  $6!$ .

Agora, estudaremos alguns exercícios envolvendo Anagrama. Suponhamos que estamos interessados em organizar em filas as letras  $a, b, c, d, e, f$  formando uma "palavra". Cada uma dessas palavras é chamada de *anagrama* de  $abcdef$ . Como as seis letras são diferentes temos neste caso  $6!$  anagramas.

**Exercício:** Quantos são os anagramas da palavra UNIFORMES?

**Solução:** Como todas as letras são diferentes, temos  $9!$  anagramas da palavra UNIFORMES.