

### Questão 1

Classifique cada uma das alternativas abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F) e justifique sua resposta.

- Se dois lados de um triângulo isósceles medem 28 cm e 14 cm, então o outro lado pode medir 28 cm.
- Se dois lados de um triângulo medem 5 cm e 13 cm, então o outro lado pode medir 7 cm.
- Considere que ABCD é um paralelogramo e que  $r$  e  $s$  são retas definidas pelas bissetrizes dos ângulos obtusos. Neste caso, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas.
- Cinco semirretas partem de um mesmo ponto  $V$ , formando 5 ângulos que cobrem todo o plano e são proporcionais aos números 1, 2, 3, 4 e 5. O maior ângulo é  $102^\circ$ .

### Resolução

- Verdadeira, pois a desigualdade triangular é satisfeita.
- Falsa, pois a desigualdade triangular não é satisfeita.
- Seja ABCD um paralelogramo e considere que  $\hat{A}$  e  $\hat{C}$  sejam os ângulos obtusos. Além disso, considere que o ponto E é determinado pela bissetriz de  $\hat{C}$  e que o ponto F é determinado pela bissetriz de  $\hat{A}$ .

Por hipótese,  $AD \parallel BC$ . Logo,  $D\hat{C}E = D\hat{A}F$  (pois são bissetrizes). Como  $B\hat{C}E = C\hat{E}D$  (alternos), então  $E\hat{A}F = B\hat{C}E = D\hat{E}C \Rightarrow r \parallel s$ .

- Considere que os ângulos são da forma  $1k, 2k, 3k, 4k, 5k$ . Logo,  $1k + 2k + 3k + 4k + 5k = 15k = 360^\circ \Rightarrow k = 24^\circ$ . O maior ângulo é  $5k = 5 \cdot 24 = 120^\circ$ .

### Questão 2

Considere que ABCD é um trapézio. Além disso, considere que  $\hat{B} = 80^\circ$  e  $\hat{C} = 60^\circ$ . Determine todos os possíveis valores dos ângulos formados pelas bissetrizes internas desse trapézio.

### Resolução

Considere o trapézio ABCD dado.

Sejam  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  e  $\hat{D}$  os respectivos ângulos. Como  $\hat{B} = 80^\circ$  e  $\hat{C} = 60^\circ$ , então  $\hat{A} = 100^\circ$  e  $\hat{D} = 120^\circ$ .

Considere que P é o ponto de encontro das bissetrizes de quaisquer dois ângulos deste trapézio e que X seja o ângulo pedido. Neste caso temos seis possibilidades:

- Ângulo formado pelas bissetrizes de  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$ ;
  - $\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + X = 180^\circ \rightarrow 50^\circ + 40^\circ + X = 180 \rightarrow X = 90^\circ$
- Ângulo formado pelas bissetrizes de  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ ;
  - $\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + X = 180^\circ \rightarrow 40^\circ + 30^\circ + X = 180 \rightarrow X = 110^\circ$

- iii. Ângulo formado pelas bissetrizes de  $\hat{C}$  e  $\hat{D}$ ;
- a.  $\frac{\hat{C}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} + X = 180^\circ \rightarrow 30^\circ + 60^\circ + X = 180 \rightarrow X = 90^\circ$
- iv. Ângulo formado pelas bissetrizes de  $\hat{D}$  e  $\hat{A}$ ;
- a.  $\frac{\hat{D}}{2} + \frac{\hat{A}}{2} + X = 180^\circ \rightarrow 60^\circ + 50^\circ + X = 180 \rightarrow X = 70^\circ$
- v. Ângulo formado pelas bissetrizes de  $\hat{A}$  e  $\hat{C}$ ;
- a.  $\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + X = 180^\circ \rightarrow 50^\circ + 30^\circ + X = 180 \rightarrow X = 100^\circ$
- vi. Ângulo formado pelas bissetrizes de  $\hat{B}$  e  $\hat{D}$ ;
- a.  $\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} + X = 180^\circ \rightarrow 40^\circ + 60^\circ + X = 180 \rightarrow X = 80^\circ$

Portanto, todas as possibilidades para o ângulo X são:  $70^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 110^\circ$ .

### Questão 3

Considere as afirmações:

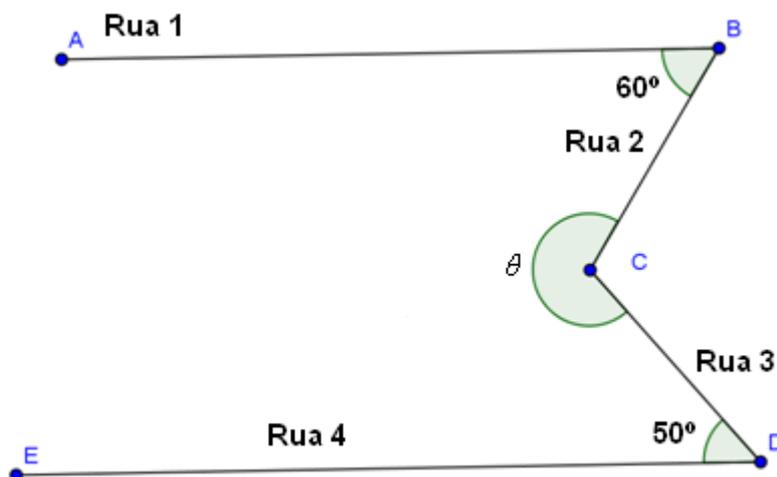
- I- Um triângulo pode ter dois ângulos externos agudos.
- II- Todo retângulo é um paralelogramo.
- III- A medida do ângulo externo é igual a soma das medidas dos ângulos internos a ele não adjacentes.
- IV- Ângulos opostos pelo vértice tem medidas diferentes.

Quais as afirmações estão corretas? Justifique todas as respostas.

Resolução

### Questão 4 - Enunciado

Um taxista pegou um cliente no ponto A e o levou até o ponto E, fazendo o trajeto Rua 1 - Rua 2 - Rua 3 - Rua 4. Sabe-se que as retas suportes dos segmentos, AB e DE, são paralelas.



Nessas condições, a medida do ângulo descrito é igual a  $\Theta$

Resposta	Correta?
A) $110^\circ$ .	<input type="radio"/>
B) $230^\circ$ .	<input type="radio"/>
C) $250^\circ$ .	<input checked="" type="radio"/>
D) $300^\circ$ .	<input type="radio"/>
E) $310^\circ$ .	<input type="radio"/>

**Solução:** Seja a reta  $\overleftrightarrow{FC} \parallel \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ , logo os ângulos  $\widehat{ABC}$  e  $\widehat{BCF}$  são colaterais internos, sendo a soma de suas medidas iguais a  $180^\circ$ , daí  $m(\widehat{BCF}) = 120^\circ$ . Da mesma forma, a reta  $\overleftrightarrow{FC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ , logo os ângulos  $\widehat{FCD}$  e  $\widehat{CDE}$  são colaterais internos, sendo a soma de suas medidas iguais a  $180^\circ$ . Daí conclui-se que a medida do ângulo  $m(\widehat{FCD}) = 130^\circ$ . Como o ângulo  $\theta$  é igual a soma das medidas dos ângulos  $\widehat{BCF}$  e  $\widehat{FCD}$ , obtém-se que  $\theta = 250^\circ$ .

