

AULA 09: CONTAGEM – PROBABILIDADE CONDICIONAL.

- Textos para estudo:

- Capítulos 5 e 6 da Apostila 2 do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.
<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

- Vídeo aulas do Portal da Matemática:

- Tópicos Adicionais:
Módulo: “Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC”
<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=69>

· Vídeo aulas:

“Aula 17 – Probabilidade condicional”,
“Aula 18 – Probabilidade condicional”,
“Aula 19 – Independência”.

- 2º Ano do Ensino Médio:
Módulo: “Probabilidade Condicional”
<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=47>

· Vídeo aulas:

“Probabilidade condicional”,
“Probabilidade condicional e Multiplicação de Probabilidades – Parte 1”,
“Probabilidade condicional e Multiplicação de Probabilidades – Parte 2”,
“Exercícios – Aula 1”,
“Exercícios – Aula 2”,
“Exercícios – Aula 3”,
“Exercícios – Aula 4”,
“Exercícios – Aula 5”,
“Exercícios – Aula 6”,
“Exercícios – Aula 7”,
“Exercícios – Aula 8”.

- Exercícios:

1. Joga-se um dado não viciado duas vezes. Qual é a probabilidade condicional de se obter 3 na primeira jogada, sabendo que a soma dos resultados foi 7?

Solução:

Sejam A o evento “obteve-se 3 na primeira jogada” e B o evento “a soma dos resultados foi 7”. Deseja-se calcular $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$. Como $B = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$, então $P(B) = 6/6^2 = 1/6$. Como $A \cap B = \{(3,4)\}$, então $P(A \cap B) = 1/6^2 = 1/36$. Como $P(B) = 1/6$, $P(A \cap B) = 1/36$ e $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$, então $P(A|B) = (1/36) / (1/6) = 1/6$.

- II. Um saco contém 3 moedas, duas normais e uma com duas caras. Uma moeda é retirada do saco ao acaso e lançada 4 vezes, em sequência. Se saíram 4 caras, qual a probabilidade de a moeda retirada ser a de duas caras?

Solução:

Sejam A o evento “saem 4 caras” e B o evento “a moeda retirada tem duas caras”. A probabilidade pedida é $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A)$. Tem-se $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 1 \cdot (1/3) = 1/3$. Como $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$, sendo $(A \cap B) \cap (A \cap \bar{B}) = \emptyset$, então $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$. Tem-se $P(A \cap \bar{B}) = P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = (1/16) \cdot (2/3) = 1/24$. Como $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$, $P(A \cap B) = 1/3$ e $P(A \cap \bar{B}) = 1/24$, então $P(A) = 1/3 + 1/24 = 3/8$. Como $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A)$, $P(A \cap B) = 1/3$ e $P(A) = 3/8$, então $P(B|A) = (1/3)/(3/8) = 8/9$.

- III. Há duas urnas numeradas e cada uma tem duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma de prata na outra e a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida aleatoriamente (sem que se mostre seu número) e uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Sabendo que nessa gaveta há uma moeda de ouro, qual é a probabilidade de que a urna seja a de número 2?

Solução:

Sejam A o evento “a moeda é de ouro” e B o evento “a urna é a de número 2”. Então, deseja-se calcular $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A)$. Tem-se $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 1 \cdot (1/2) = 1/2$. Como $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$, sendo $(A \cap B) \cap (A \cap \bar{B}) = \emptyset$, então $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$. Tem-se $P(A \cap \bar{B}) = P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = (1/2) \cdot (1/2) = 1/4$. Como $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$, $P(A \cap B) = 1/2$ e $P(A \cap \bar{B}) = 1/4$, então $P(A) = 1/2 + 1/4 = 3/4$. Como $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A)$, $P(A \cap B) = 1/2$ e $P(A) = 3/4$, então $P(B|A) = (1/2)/(3/4) = 2/3$.

AULA 10: GEOMETRIA – CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS ELEMENTARES.

- Textos para estudo:

- Capítulo 1 da Apostila 8 do PIC da OBMEP “Uma Introdução às Construções Geométricas”, Eduardo Wagner.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila8.pdf>

- Vídeo aulas do Portal da Matemática:

- Tópicos Adicionais:
Módulo: “Construções geométricas com régua e compasso”
<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=67>

· Vídeo aulas:

- Aula 1 - Construções geométricas elementares 1
- Aula 2 - Construções geométricas elementares 2
- Aula 6 - Divisão de um segmento

Exercícios:

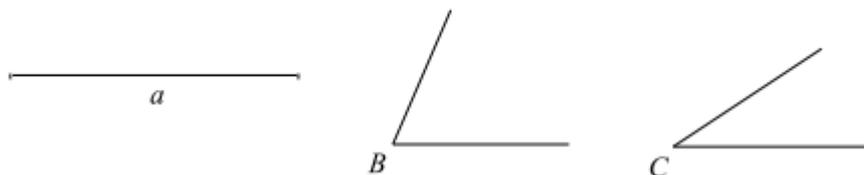
- I. *Construir o triângulo ABC sendo dados os três lados:*



- II. *Dado o ângulo α , e a semirreta OX construir o ângulo XOY = α .*



- III. *Construir o triângulo ABC dados o lado a e os ângulos B e C:*



- IV. *Construir o triângulo ABC conhecendo o lado $BC = 5,3$ cm, e as medianas $m_b = 4$ cm e $m_c = 5$ cm.*