**Respostas dos exercícios sobre Contagem**

1) - a) Para irmos da cidade A até a cidade B, temos 3 possibilidades. Para ir da cidade B até a cidade C, temos 2 cidades. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, temos $3×2=6$ possibilidades.

 b) Já sabemos que para ir de A até C passando por B são 6 possibilidades. Para ir de C até B são 2 possibilidades e de B até A são 3. Então serão $2×3=6$ possibilidades para ir de C até A. Logo, podemos ir de A até C, passando por B, e voltar para A novamente, passando por B de $6+6=12$ modos diferentes.

 c) Para voltar de C até A passando por B sem repetir os caminhos, temos que: para ir de C até B temos 1 possibilidade já que a outra já foi usada. E para ir de B até A, temos 2 possibilidades já que uma já foi usada. Assim, $1×2=2$ possibilidades. Como para ir de A até B são 6 possibilidades, ao todo serão $6×2=12$ possibilidades.

2) – Para pintar a primeira casa, temos 4 possibilidades. Para pintar a segunda, temos 3 possibilidades, já que ela não pode ser igual à primeira. Para pintar a terceira, temos 3 possibilidades, já que ela não pode ser igual à segunda mas pode ser igual à primeira. Para pintar a quarta, temos 3 possibilidades, já que ela não pode ser igual à terceira mas pode ser igual à primeira ou à segunda. Para pintar a quinta, temos 3 possibilidades, já que ela não pode ser igual à quarta mas pode ser igual à primeira, à segunda ou à terceira. Logo, serão $4×3×3×3×3=324$ possibilidades.

3) - Para a primeira posição de algum bit, temos duas possibilidades: 0 ou 1. Para as demais posições isso é recíproco. Assim, existem $2^{32}=4294967296$ palavras distintas de 32 bits.

4) – A primeira pessoa tem quatro possibilidades de escolha, a segunda tem três, já que uma já estará ocupada, a terceira tem duas possibilidades, já que duas já foram escolhidas, e a quarta tem uma possibilidade de escolha, já que três já estarão ocupadas. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, pode-se dispor quatro pessoas em fila indiana de $4×3×2×1=24$ modos diferentes.

5) – Para a casa das centenas, temos 9 possibilidades de escolha, já que o zero não pode ser escolhido. Para a casa das dezenas, também temos 9, já que um algarismo já foi escolhido mas este pode ser o zero. Para a casa das unidades, temos 8 possibilidades de escolha, já que 2 algarismos já foram escolhidos. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, existem $9×9×8=648$ números de três algarismos distintos.

6) – Existem 5 algarismos pares: 0, 2, 4, 6 e 8. Para a casa das unidades de milhar, temos 4 possibilidades que são: 2,4,6 e 8, já que o zero não pode ser usado. Para a casa das centenas, temos 5 possibilidades, já que zero poderá ser usado. Para a casa das dezenas, temos 5 possibilidades. E para a casa das unidades, temos 5 possibilidades. Assim, existem $4×5×5×5=500$ números de 4 algarismos sendo todos pares e distintos.

7) – Para ocupar o 1º lugar, temos 8 possibilidades, para o segundo, 7 possibilidades, já que um corredor já terá ocupado um lugar. Para o terceiro, temos 6 possibilidades, já que 2 corredores já terão ocupado lugar. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, o pódium pode ser composto pelos três primeiros colocados de $8×7×6=$336 modos diferentes.

8) – A primeira pessoa tem 6 possibilidades de escolha. A segunda tem 5 possibilidades, já que uma cadeira já estará ocupada e a terceira tem 5 possibilidades, já que duas cadeiras já estarão ocupadas. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, três pessoas podem se sentar em 6 cadeiras alinhadas de $6×5×4=120$ modos diferentes.

9) – Para a primeira questão temos 5 possibilidades de escolha. Para a segunda também e assim sucessivamente, sendo 5 possibilidades para cada questão, de modo que e possível responder esta prova, marcando todas as dez respostas, de $5^{10}=9765625$ modos diferentes.

10) - São 26 letras e 10 algarismos. Temos 26 possibilidades de escolher a primeira letra,  26 de escolher a segunda e  26 de escolher a terceira. Para os números, temos 10 modos de escolher o primeiro,  10 modos de escolher o segundo,  10 modos de escolher o terceiro  e 10 modos de escolher o quarto. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, poderão ser formadas um total de   $26×26×26×26×10×10×10×10=175760000$ placas diferentes.

11) – a) Para o algarismo das unidades de milhar, temos 7 opções, já que o zero não pode ocupar esta casa. Para os algarismos das centenas, dezenas e unidades, temos 8 opções para cada um. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, podemos formar $7×8×8×8=3584$ números.

 b) Para o algarismo das unidades de milhar, temos 7 opções, já que o zero não pode ocupar esta casa. Para o algarismo das centenas, temos também 7 opções, já que o zero pode ocupar esta casa mas um número já terá sido utilizado. Para o algarismo das dezenas, temos 6 opções, já que dois números já terão sido utilizados. Para o algarismo das unidades, temos 5 opções, já que três números já terão sido utilizados. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, podemos formar $7×7×6×5=1470$ números.

 c) Para a casa das unidades, temos 4 opções (1, 3, 5 e 7), já que o número deve ser ímpar. Para a casa das dezenas, temos 7 opções, já que um número já terá sido utilizado. E para ocupar a casa das centenas, temos 6 opções, já que dois números já terão sido utilizados. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, podemos formar $4×7×6=168$ números.

12) – Para a casa das unidades, temos 4 opções (0, 2, 4 e 6), já que o número deve ser par. Para a casa das dezenas, temos 7 opções, já que um número já terá sido utilizado. Para ocupar a casa das centenas, temos 6 opções, já que dois números já terão sido utilizados. E para ocupar a casa das unidades de milhar, temos 5 opções, já que três números já terão sido utilizados.Assim, pelo Princípio Multiplicativo, podemos formar $4×7×6×5=840$ números.

13) – (Obs.: Eu levarei em conta que ordens diferentes representam possibilidades diferentes e que Pedro pode ou não estar no carro)

Temos:

6 possibilidades para o primeiro banco (da frente), já que este não pode ser ocupado por Pedro;

5 possibilidades para o segundo banco (da frente), já que este também não pode ser ocupado por Pedro;

 5 possibilidade para o terceiro banco (de trás), já que de um total de 7 pessoas, duas já ocuparam lugar;

4 possibilidades para o quarto banco (de trás), ), já que de um total de 7 pessoas, três já ocuparam lugar;

3 possibilidades para o quinto banco (de trás), ), já que de um total de 7 pessoas, quatro já ocuparam lugar.

Então, podemos concluir que o número de maneiras distintas de lotar este automóvel é $6×5×5×4×3=1800$.

14) – a) Para cada símbolo, temos duas opções: ou ponto ou traço, de modo que podem ser representadas $2^{3}=8$ letras usando exatamente 3 símbolos.

 b) Nesse caso, basta somar as possibilidades para cada quantidade de símbolos. Por exemplo, podem ser formadas $2^{1}$ palavras com 1 símbolo e assim sucessivamente, de modo que podem ser formadas $2^{1}+2^{2}+2^{3}+2^{4}+2^{5}+2^{6}+2^{7}+2^{8}=2+4+8+16+32+64+128+256=510$ letras utilizando no máximo 8 símbolos.

15) – a) Se Ana deve ser a primeira da fila, então temos 1 possibilidade para a primeira posição, 5 possibilidades para a segunda, 4 para a terceira, 3 para a quarta e 2 para a quinta. Então, existem $1×5×4×3×2=120$ possibilidades.

 b) Se Ana ou Pedro devem ser o primeiro da fila, então temos 2 possibilidades para a primeira posição, 5 possibilidades para a segunda, 4 para a terceira, 3 para a quarta e 2 para a quinta. Então, existem $2×5×4×3×2=240$ possibilidades.

 c) Nesse caso, é mais fácil calcularmos todas as possibilidades para se formar a fila, e depois subtrairmos as que Pedro e Ana aparecem juntos. Como teremos 6 possibilidades para a primeira posição e uma a menos para a próxima, total de possibilidades é $6×5×4×3×2×1=720$. Dessas possibilidades, são $2×\left(5×4×3×2×1\right)=2×120=240$ as que Pedro e Ana aparecem juntos. Logo, o total de possibilidades em que Pedro e Ana aparecem juntos é $720-240=480$.

16) – Para a casa das unidades de milhar, existem 4 possibilidades, para a das centenas 3, para as dezenas 2 e para as unidades 1. Assim, pelo Princípio Multiplicativo existem $4×3×2×1=24$ números de 4 dígitos contendo cada um dos algarismos de 1 até 4 exatamente uma vez. É importante observar que em todos esses 24, a soma dos algarismos será sempre 10, de modo que a soma dos 2 últimos algarismos deve ser maior que 5 para cumprir a exigência. Isso ocorre em 4 números: 24, 34, 42 e 43. A alternativa correta é a letra C.

17) – Vamos começar com o algarismos das unidades. Se o número formado deve ser ímpar, esse algarismo também deve ser, ou seja, temos 5 possibilidades para ele. Porém a soma dos algarismos das dezenas e das unidades deve ser 16, de modo que entre as 5 possibilidades para o algarismo das unidades, só 2 satisfazem isso: 7 e 9. Então temos duas possibilidades para o algarismo das unidades, de modo que os números que queremos terminam em 79 ou 97. Agora que achamos os algarismos de maior exigência: 9 possibilidade para o algarismo das dezenas de milhar, já que este não pode ser o zero. Para o algarismo das unidades de milhar, temos 10 possibilidades, já que pode ser qualquer algarismo. Para a casa das centenas, temos duas possibilidades, levando em conta que a soma total dos algarismos deve ser um múltiplo de 5. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, existem $9×10×2×2=360$ possibilidades. Alternativa D. (O último fator 2, é referente às duas possibilidades para os algarismos das dezenas e das unidades: 79 e 97).

18) – Esse problema, deve ser dividido em dois casos: os que têm aula no sábado e os que não tem.

1: Se tem aula no sábado, são 3 possibilidades para escolher a primeira aula (correspondentes aos 3 horários matinais disponíveis no sábado), 4 dias da semana para escolher a segunda aula e 2 horários em cada um desses dias, de modo que serão $3×4×2=24$ possibilidades.

2: Se não tem aula no sábado, são 6 possibilidades de escolha de dias que não são seguidos, de modo que serão 2 possibilidades para cada escolha (manhã e tarde). Existem 3 possibilidades para a escolha do horário de manhã e 2 para o horário da tarde. Assim, serão $6×2×3×2=$72 posibilidades.

Podemos concluir que o total de possibilidades é $24+72=96$. Alternativa A.

19) – Existem 4 tipos de colunas diferentes nesse jogo: 10, 11, 01 e 00. De acordo com as regras, uma coluna exatamente à esquerda de outra não pode ser igual a esta, porém, podemos escolher a primeira coluna de qualquer forma, de modo que para as demais serão sempre 3 possibilidades. Como são 2014 colunas, temos que esse tabuleiro pode ser preenchido, seguindo as regras do jogo, de $4×3^{2013}$ modos diferentes.