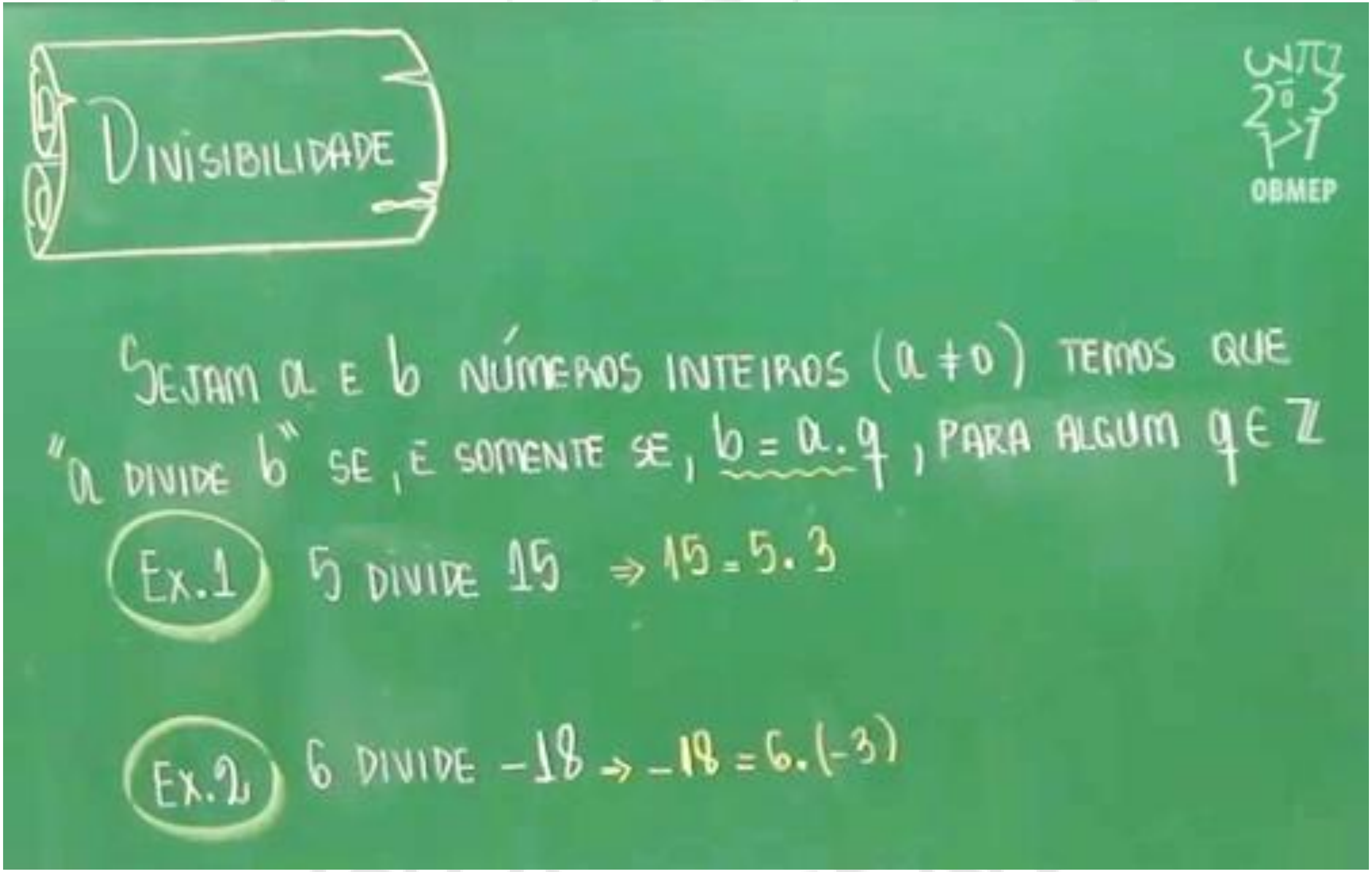
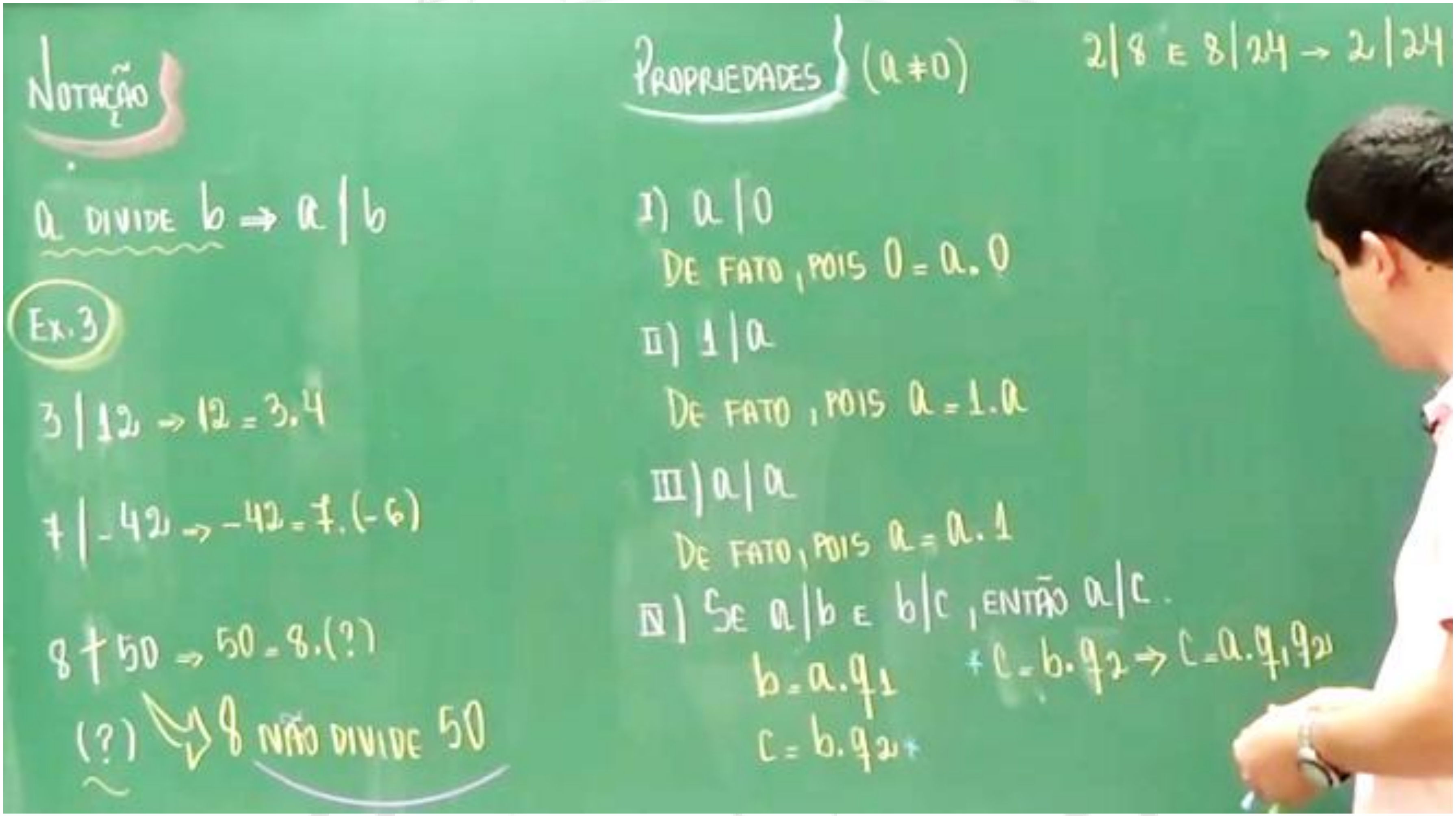
MATEMÁTICA

RAUL BUENO

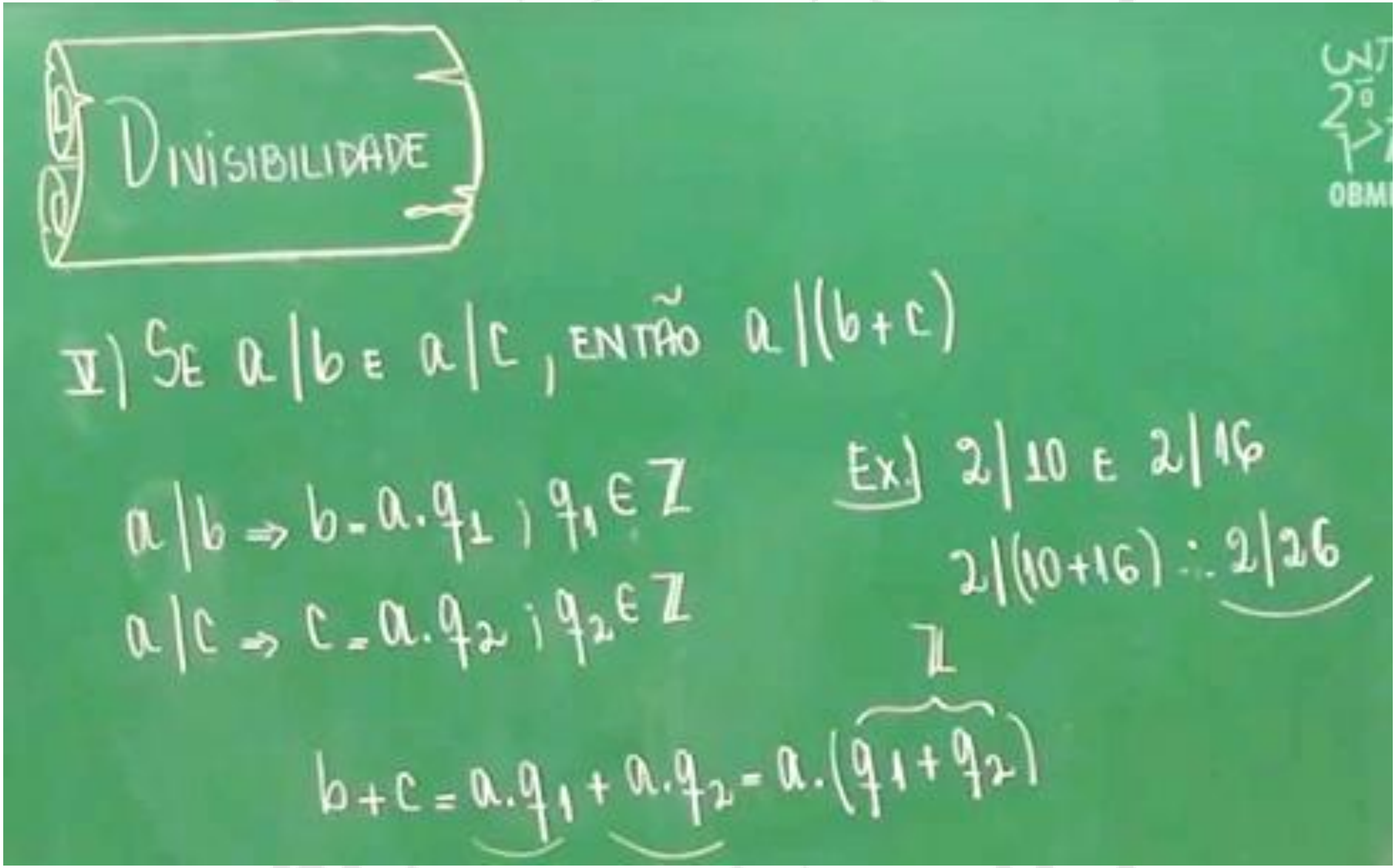
ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS



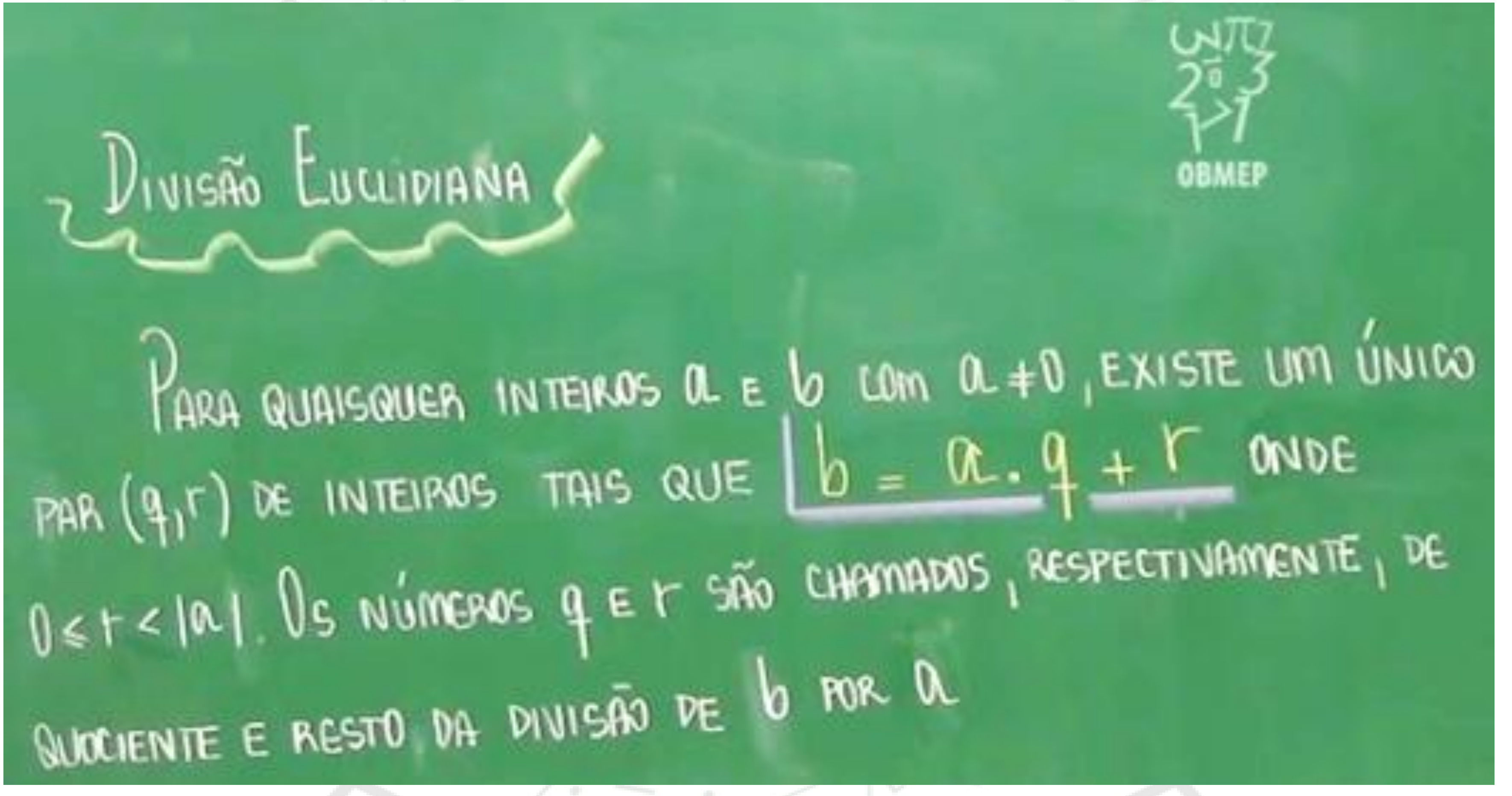
ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS



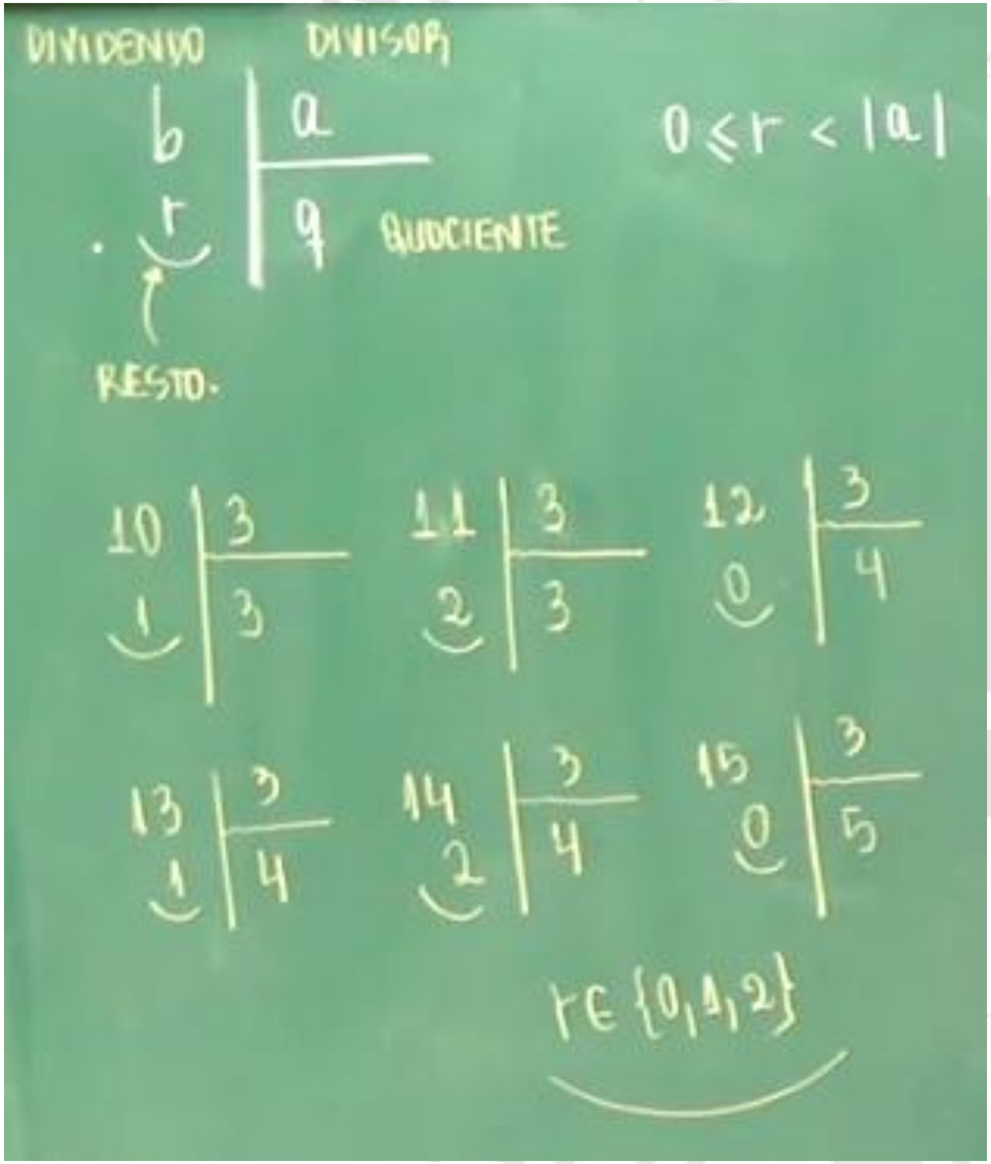
ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS

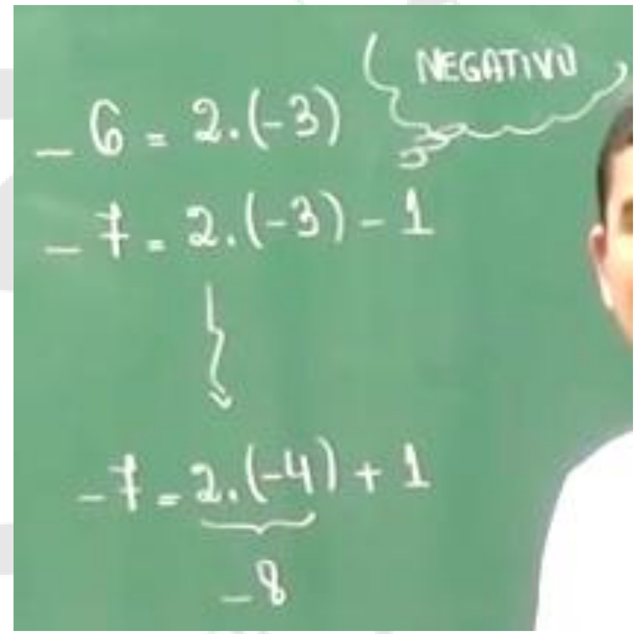


ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS

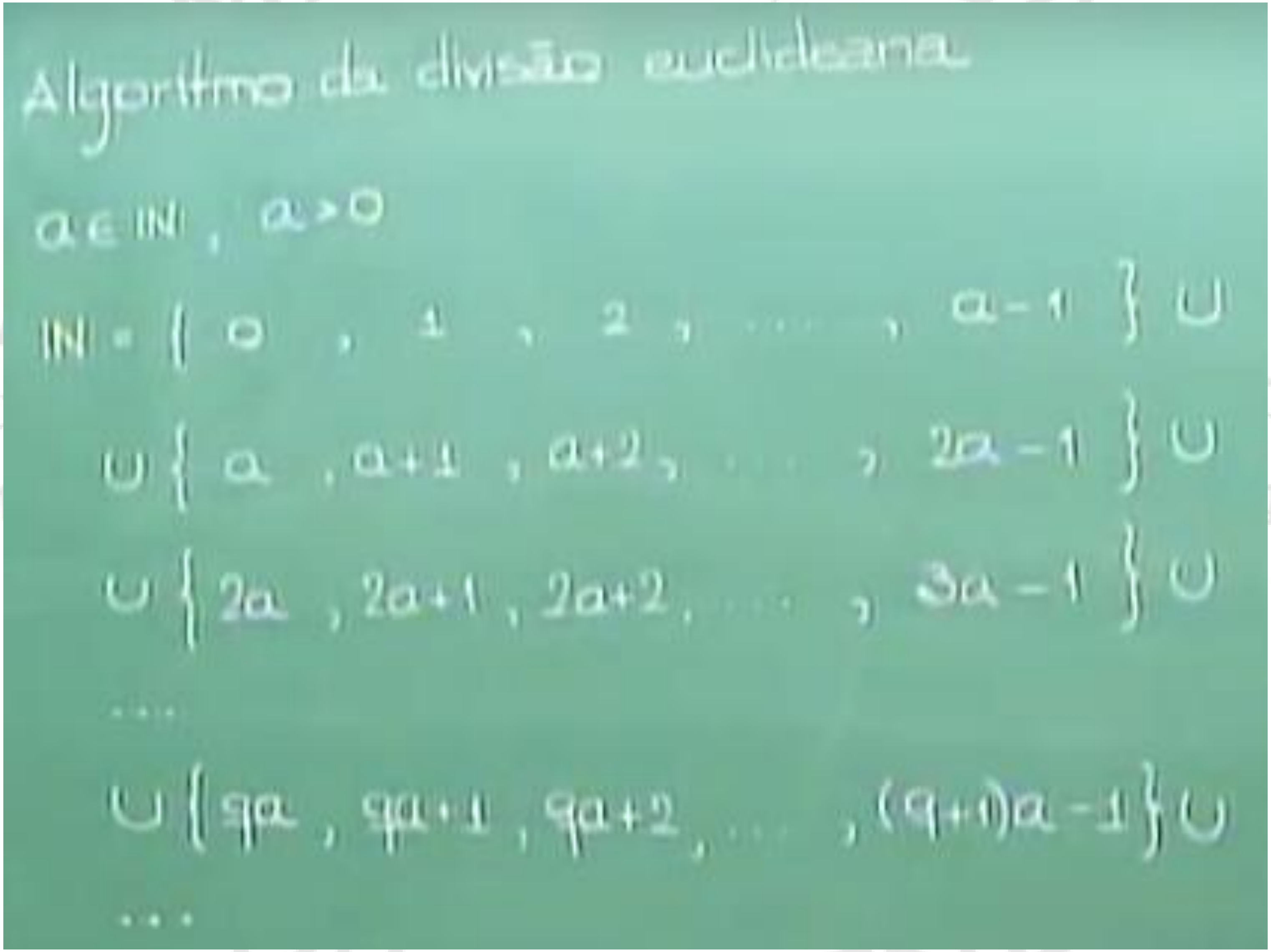


ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS





ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS



ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS

$$b \in \mathbb{N}$$

$$b \in \{qa,\ qa+1,\ qa+2,\ \ldots,\ (q+1)a-1\}$$

$$qa \leq b \leq (q+1)a - 1$$

$$qa \leq b \leq qa + a - 1$$

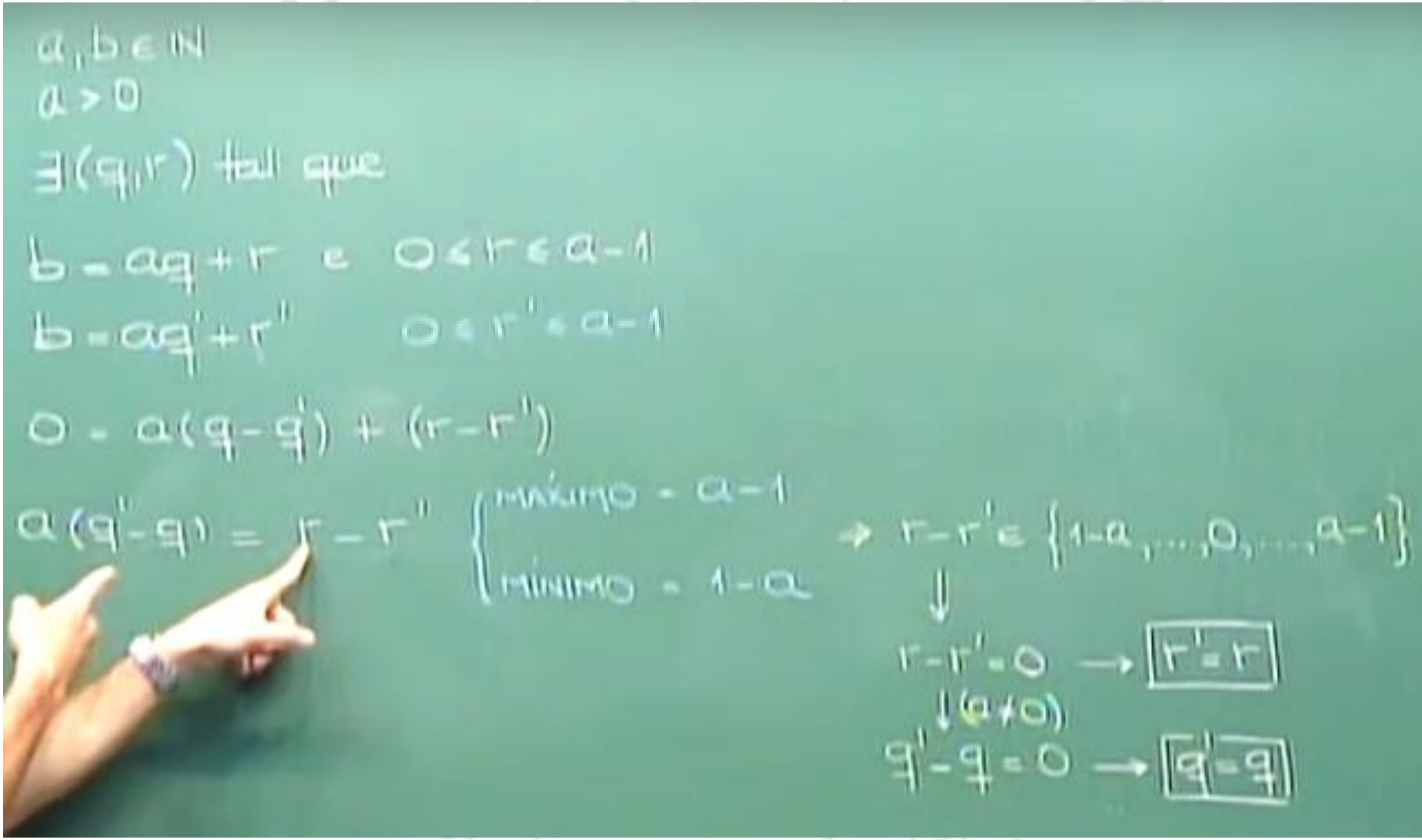
$$qa \leq qa + r \leq qa + a - 1$$

$$0 \leq r \leq a - 1$$

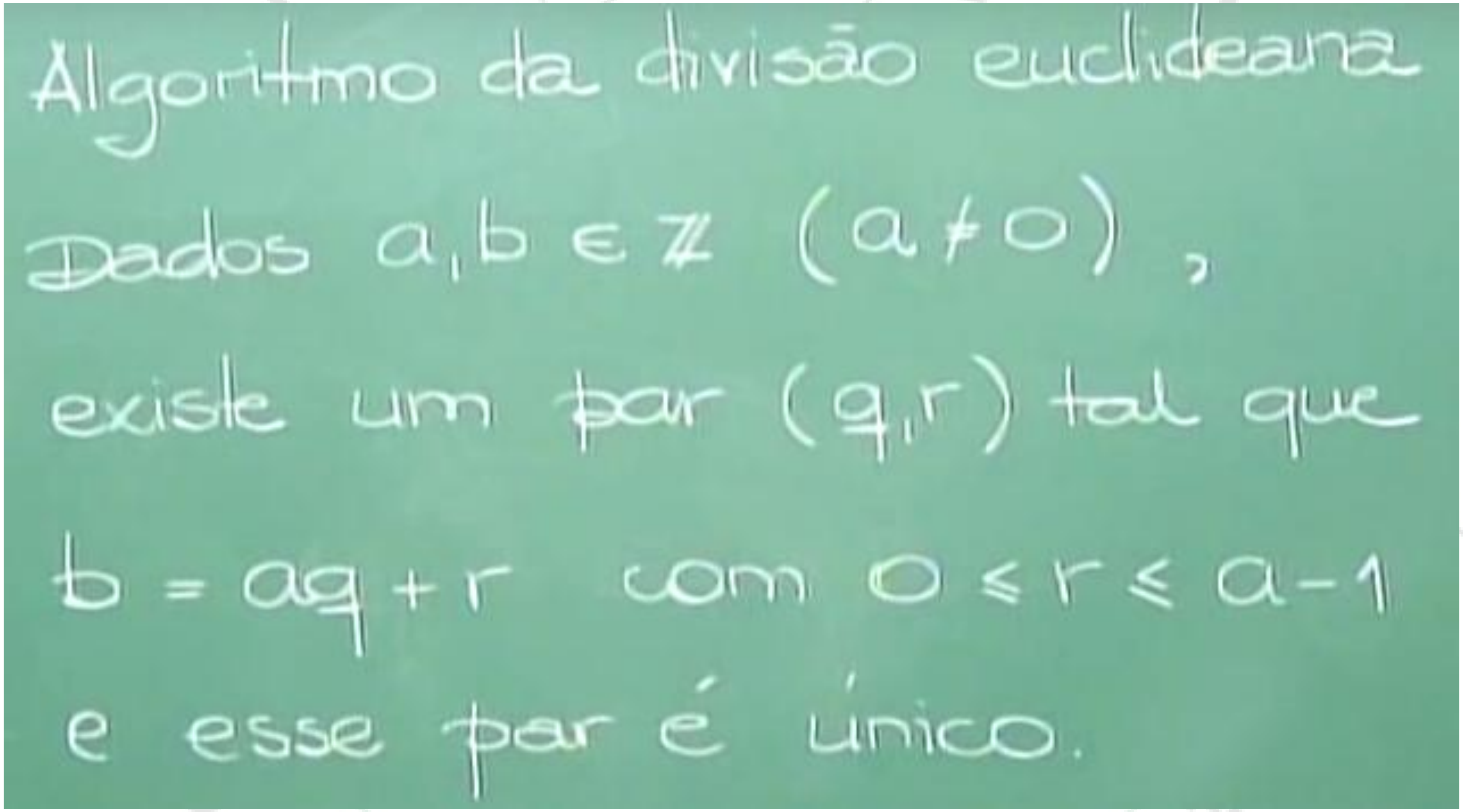
$$b = qa + r$$

$$0 \leq r \leq a - 1$$

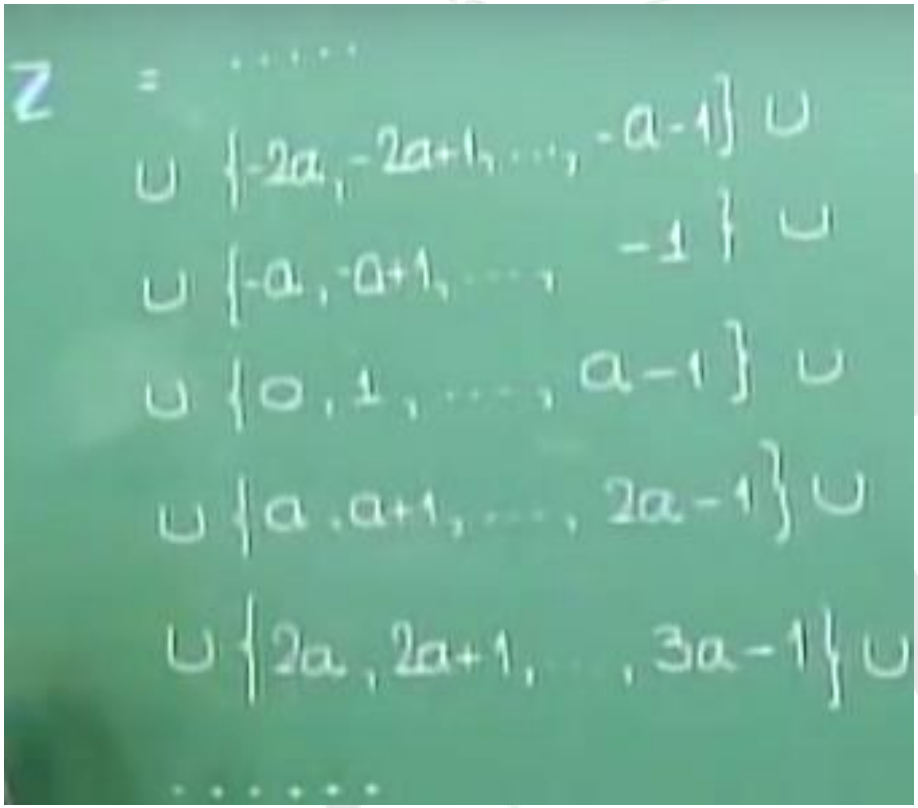
ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS

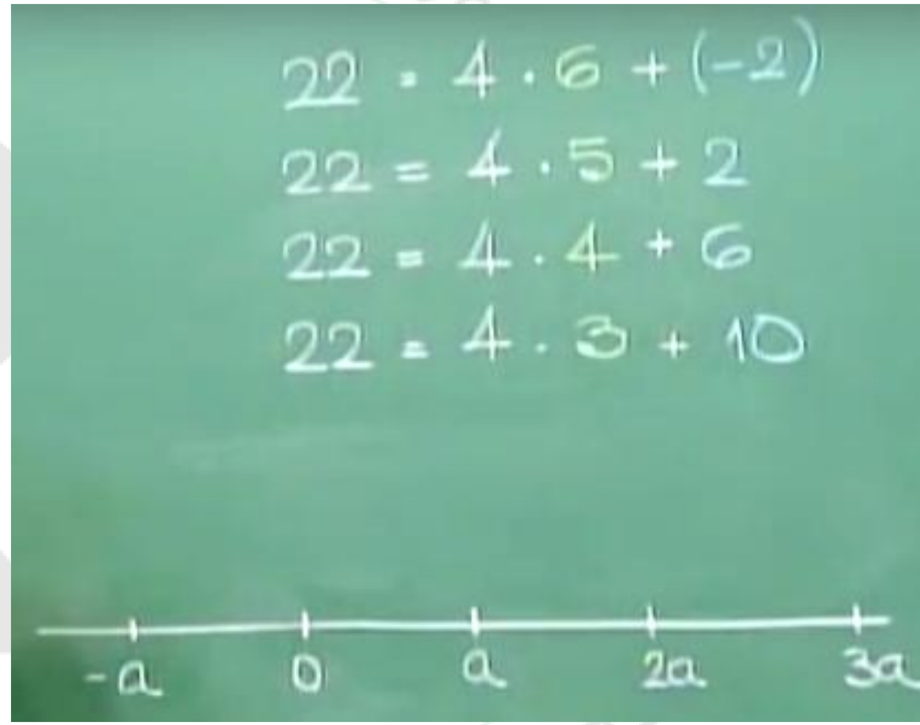


ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS

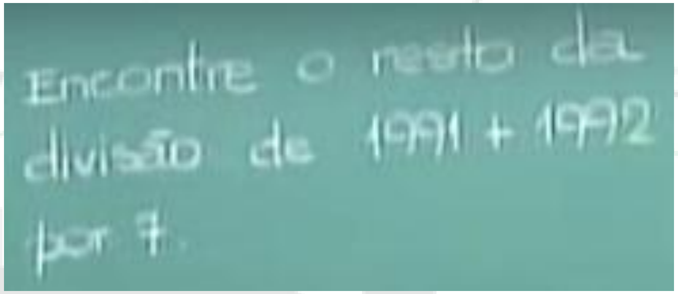


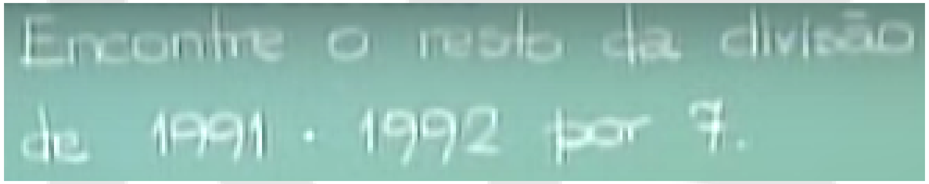
ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS

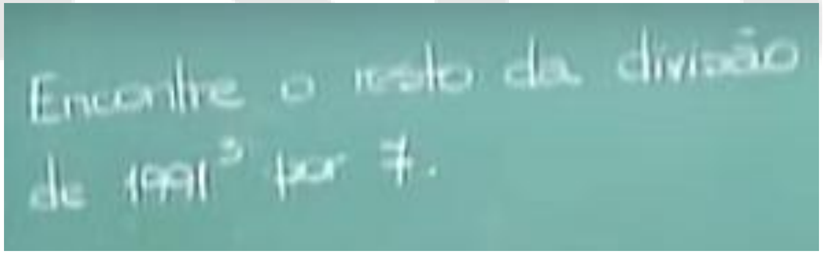


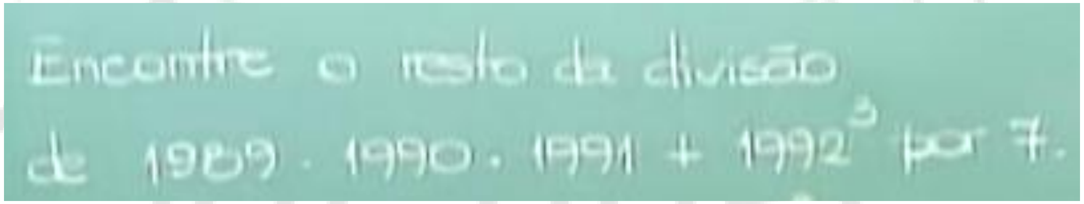


ALGORITMO DA DIVISÃO E ANÁLISE DOS RESTOS







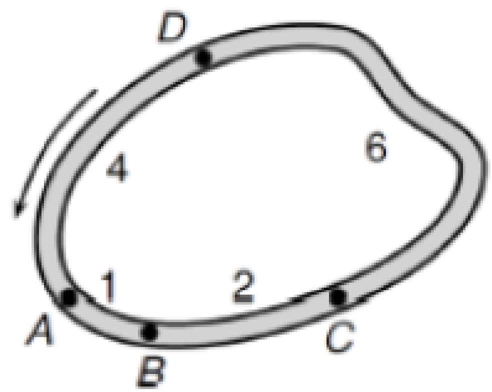


HORA DE TRABALHAR! ☺

RESOLVAM AS QUESTÕES SOLICITADAS...

(I) Exercício 4, página 29, da apostila da Apostila do PIC da OBMEP "Encontros de Aritmética", F. Dutenhefner e L. Cadar.

A figura abaixo representa o traçado de uma pista de corrida.



Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 quilômetros pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

(a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?

(b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são estes postos?

(c) Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

(II) Problema 3.33 que encontra-se na página 62 da Apostila 1 da OBMEP, "Iniciação à Aritmética", A. Hefez.

Determine o resto da divisão por 3 do número $4^{100}+32^{30}$.

(IV) Problema proposto no vídeo "Algoritmo da Divisão Euclidiana", que encontra-se no Portal da Matemática.

Formalize matematicamente o Algoritmo da Divisão Euclidiana.

Problema 3.18. Efetue a divisão euclidiana nos seguintes casos:

(a) de 43 por 3 (b) de 43 por 5 (c) de 233 por 4

(d) de 1 453 por 10, por 100, por 1 000 e por 10 000.

Problema 3.20. Efetue a divisão euclidiana nos seguintes casos:

(a) de -43 por 3 (b) de -43 por 5 (c) de -233 por 4

(d) de $-1\,453$ por 10, por 100, por 1 000 e por 10 000.

Problema 3.26.

(a) Mostre que a soma de três inteiros consecutivos é sempre múltiplo de 3.

(b) Dados três inteiros consecutivos, mostre que um deles é múltiplo de 3 e a soma dos outros dois também.

Problema 3.28. Mostre que o dobro de um número ímpar é par mas nunca múltiplo de 4.

Problema 3.31. Dado um número inteiro a e dados dois números naturais n e m, não nulos, mostre que são sempre pares os números $a^n + a^m$ e $a^n - a^m$.

$+$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$

$\times$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Problema 3.33. Usando as tabelas acima, ache o resto da divisão por 3 do número $4^{100} + 32^{30}$.

Exercício 5: Na divisão de dois números inteiros, o quociente é 16 e o resto é o maior possível. Se a soma do dividendo e do divisor é 125, determine o resto.

Exercício 23: Calcule o resto da divisão de 2011 por 7. Em seguida calcule o resto da divisão de $2011 + 2012 + 2013 + 2014 + 2015$ por 7. Qual é o resto da divisão de $2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 \cdot 2015$ por 7?

Exercício 24:

1. Se o resto da divisão de a por 7 é igual a 3, então qual é o resto da divisão de 5a por 7?

2. Se a deixa resto 6 quando dividido por 8 e se b deixa resto 5 quando dividido por 8, qual é o resto da divisão de $a + b$ e de $a - b$ por 8?

Exercício 30: Sabendo-se que o número

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \; + \; 14$$

é divisível por 13, qual é o resto da divisão do número

$$13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

por 169?

Exercício 31: Se a e b são números naturais e $2a+b$ é divisível por 13, então qual dos seguintes números é um múltiplo de 13?

MATEMÁTICA

RAUL BUENO