Continuação da aula do dia 13/07

Divisibilidade por 3 e por 9

Continuando a explicação da aula anterior, seja um número inteiro $n = n_r \cdots n_2 n_1 n_0$, com $n_r \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Logo temos:

$$
\begin{aligned}
n &= n_r \cdot 10^r + \cdots + n_2 \cdot 10^2 + n_1 \cdot 10^1 + n_0 \\
&= n_r \cdot (10^r - 1 + 1) + \cdots + n_2 \cdot (10^2 - 1 + 1) + n_1 \cdot (10^1 - 1 + 1) + n_0 \\
&= n_r \cdot (10^r - 1) + n_r + \cdots + n_2 \cdot (10^2 - 1) + n_2 + n_1 \cdot (10^1 - 1) + n_1 + n_0 \\
&= n_r \cdot (10^r - 1) + \cdots + n_2 \cdot (10^2 - 1) + n_1 \cdot (10^1 - 1) + n_r + \cdots + n_2 + n_1 + n_0 \\
&= (10^1 - 1) \cdot [n_r \cdot (10^{r-1} + \cdots + 10^1 + 1) + \cdots + n_2 \cdot (10) + n_1] + n_r + \cdots + n_1 + n_0 \\
&= \underbrace{9 \cdot [n_r \cdot (10^{r-1} + \cdots + 10^1 + 1) + \cdots + n_2 \cdot (10) + n_1]}_{I} + \underbrace{n_r + \cdots + n_1 + n_0}_{II}
\end{aligned}
$$

Como *I* é divisível por 3 e por 9, temos que *I* + *II* é divisível por 3 e por 9 se, e somente se, *II* também for divisível, ou seja, $n_r + \cdots + n_1 + n_0$ for divisível por 3 e por 9. Mas $n_r + \cdots +$ $+ n_1 + n_0$ é a soma dos algarismos de n.

Logo podemos enunciar os critérios de divisibilidade por 3 e por 9:

Um número inteiro n é divisível por 3 se, e somente se, a soma de seus algarismos tem como resultado um múltiplo de 3.

Um número inteiro n é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos tem como resultado um múltiplo de 9.