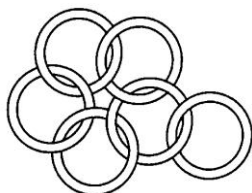


Coordenação de Matemática – Prof. André Costa

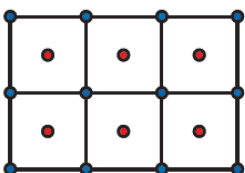
Lista de Problemas – Módulo 1 – Combinatória

1. (OBMEP 1ª fase – N3) Bruno tem 5 figurinhas idênticas com a bandeira da Alemanha, 6 com a bandeira do Brasil e 4 com a da Colômbia. Ele quer fazer um pacote com pelo menos 3 dessas figurinhas. De quantas maneiras ele pode fazer esse pacote?

2. (OBMEP 1ª fase – N3) O símbolo proposto para os Jogos Escolares de Quixajuba é formado por seis anéis entrelaçados como na figura. Cada um dos anéis deve ser pintado com uma das três cores da bandeira da cidade (azul, verde ou rosa), de modo que quaisquer dois anéis entrelaçados tenham cores diferentes. Quantas são as maneiras de pintar esse símbolo?



3. (OBMEP 2ª fase – N3) Uma empresa fabrica painéis luminosos retangulares divididos em quadrados de 1 metro de lado. No centro de cada quadrado é colocada uma lâmpada vermelha e nos vértices dos quadrados são colocadas lâmpadas azuis. A figura ao lado mostra que um painel de 2 metros por 3 metros tem 6 lâmpadas vermelhas e 12 azuis, das quais 10 estão em sua borda.



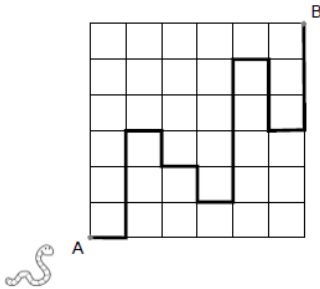
- Quantas lâmpadas vermelhas há em um painel de 5 metros por 8 metros?
- Quantas lâmpadas azuis há em um painel de 5 metros por 8 metros?
- Quantas lâmpadas estão na borda de um painel no qual foram colocadas 72 lâmpadas vermelhas e 90 azuis?

4. (OBMEP 2ª fase – N3) Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura abaixo, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

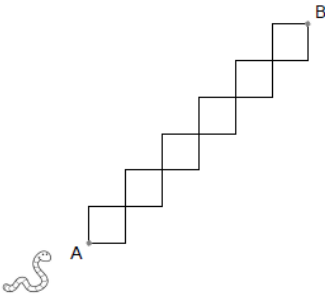


- Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de $3 \times 2 \times 2$ maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?
- De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?
- De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?
- Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.

5. Uma minhoca matemática parte do ponto A e chega no ponto B da figura abaixo. Esta minhoca matemática se move sempre sobre as linhas pretas do desenho, e nunca passa sobre um lugar no qual ela já esteve anteriormente. Além disso, esta minhoca pode andar para baixo, para cima e para a direita, mas não para a esquerda. Por exemplo, um caminho possível para que a minhoca matemática vá do ponto A ao ponto B poderia ser:



a) De quantas maneiras diferentes a minhoca matemática pode ir do ponto A ao ponto B através de caminhos contidos nos segmentos mostrados na figura abaixo? (segundo as regras descritas anteriormente).



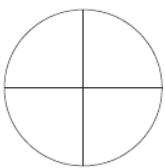
b) Qual o número total de maneiras que a minhoca matemática pode ir do ponto A ao ponto B? (segundo as regras anteriores, para qualquer caminho, não apenas os do item a)).

6. Papai Noel chegou à casa de Arnaldo e Bernaldo carregando dez brinquedos distintos e enumerados de 1 a 10 e disse a eles: "o brinquedo número 1 é para você, Arnaldo e o brinquedo número 2 é para você, Bernaldo. Mas esse ano, vocês podem escolher ficar com mais brinquedos contanto que deixem ao menos um para mim". Diga de quantos modos Arnaldo e Bernaldo podem dividir entre eles o restante dos brinquedos.

7. A partir de um grupo de oito pessoas, quer-se formar uma comissão constituída de quatro integrantes. Nesse grupo, incluem-se Gustavo e Danilo, que, sabe-se, não se relacionam um com o outro. Portanto, para evitar problemas, decidiu-se que esses dois, juntos, não deveriam participar da comissão a ser formada. Nessas condições, de quantas maneiras distintas pode-se formar essa comissão?

8. Um brinquedo comum em parques de diversões é o "bicho-da-seda", que consiste em um carro com cinco bancos para duas pessoas cada e que descreve sobre trilhos, em alta velocidade, uma trajetória circular. Suponha que haja cinco adultos, cada um deles acompanhado de uma criança, e que, em cada banco do carro, devam acomodar-se uma criança e o seu responsável. De quantos modos podem as dez pessoas ocupar os cinco bancos?

9. Uma faculdade possui 12 professores titulares, dos quais 8 são homens e 4, mulheres. Qual é o número de bancas distintas formadas por 5 avaliadores que podem ser formadas, contendo cada uma pelo menos 1 homem e 1 mulher?
10. Um sério problema enfrentado pelas autoridades de saúde é diagnosticar a chamada pneumonia asiática. Atualmente são conhecidos 7 sintomas dessa doença. Se em um paciente forem detectados **4 ou mais** desses possíveis sintomas, a doença é diagnosticada. Diante disso, qual é o número total de combinações distintas dos sintomas possíveis para que o diagnóstico da pneumonia asiática seja efetivado?
11. Em uma reunião havia n pessoas. Cada uma cumprimentou as outras com um aperto de mão. Sabendo que houve 528 apertos de mão, qual o valor de n ?
12. Quatro empresas devem ser contratadas para realizar cinco trabalhos distintos em um condomínio. Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?
13. Oito pessoas vão participar de um torneio em que os jogos são disputados entre duplas. Qual é o número de maneiras distintas de formar 4 duplas com essas 8 pessoas?
14. De quantos modos podemos colocar 2 reis diferentes em casas não adjacentes de um tabuleiro 8×8 ? E se os reis fossem iguais?
15. De quantos modos 6 crianças, entre elas Arthur e João, podem formar uma roda de ciranda de maneira que Arthur e João não fiquem juntos?
16. Supondo que 5 cores estejam disponíveis, de quantos modos pode-se pintar o símbolo abaixo de modo que quadrantes adjacentes não tenham a mesma cor (quadrantes opostos podem ter a mesma cor)?



17. Pedro tem cinco livros de matemática e Jorge tem sete. De quantas maneiras eles podem trocar dois livros? (Trocar dois livros significa cada um dar dois livros para o outro.)
18. Qual é o número de peças de um dominó que possui carroças de 0 a 12, *double twelve* ?



Gabarito

1. 120 / 2. 60 / 3. a) 40 b) 54 c) 34 / 4. a) 6 b) 24 c) 18 d) 31.104 / 5. a) 64 b) 117.649 / 6. 6305 / 7. 55
8. 3840 / 9. 736 / 10. 64 / 11. 32 / 12. 240 / 13. 105 / 14. 3612 / 15. 72. / 16. 260 / 17. 210 / 18. 91