

## Aritmética dos restos, Divisibilidade e Critérios de Divisibilidade

### O material que iremos usar é:

- Seções 2.2, 2.3, 2.4 e 2.6 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar.

<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

- Aulas auxiliares:

<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=23>

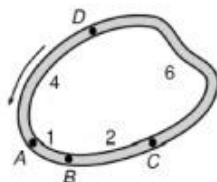
<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=52>

<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=63>

Também estão disponíveis vídeos na página da OBMEP na Escola que contém explicações sobre os temas que veremos.

### Exercícios que discutiremos na aula:

1) A figura abaixo representa o traçado de uma pista de corrida.



Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 quilômetros pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

- Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
- E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são estes postos?
- Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

2) Pedro caminha ao redor de uma praça retangular onde estão dispostas 12 árvores, brincando de tocar cada árvore durante seu passeio. Se no início ele toca a árvore indicada na figura, e se ele anda no sentido da seta, indique que árvore ele estará tocando ao encostar em uma árvore pela centésima vez.



3) Considere a seguinte sequência de números:

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5 ...

formada alternadamente pelos algarismos (1, 2, 3, 4, 5) e pelos algarismos(5, 4, 3, 2, 1). Qual algarismo aparece na posição 2015 nesta sequência?

4) Qual é o algarismo da unidade de  $2^{2015}$ ?

5) O ano de 2014 começou em uma quarta-feira. Em que dia da semana cairá o último dia deste ano?

6) Nas divisões de 106 e 197 por 6 obtemos, respectivamente, restos 4 e 5:

$106 = 6 \times 17 + 4$  e  $197 = 6 \times 32 + 5$ .

Qual é o resto da divisão de  $106 + 197$  por 6?

7) Resolva:

a) A soma de dois múltiplos de 7 é um múltiplo de 7?

b) Qual é o resto da divisão de  $7 \times 82 + 3$  por 7?

c) E qual é o resto da divisão de  $7 \times 29 + 10$  por 7?

d) E qual é o resto da divisão de  $7 \times 41 + 93$  por 7?

e) E qual é o resto da divisão de  $7 \times 18 - 2$  por 7?

f) Determine os restos das divisões de  $7 \times 81 + 8$  por 7 e por 9.

g) Se  $a = 7 \times 53 + 1$  e  $b = 7 \times 15 + 3$ , qual é o resto da divisão de  $a + b$  por 7?

h) Se  $m = 7 \times 22 + 5$  e  $n = 7 \times 38 + 6$ , qual é o resto da divisão de  $m + n$  por 7?

8) Sabe-se que 503 e 418 deixam restos 7 e 2 quando divididos por 8, respectivamente. Quais são os restos das divisões de  $503+418$  e  $503 \times 418$  por 8? Qual é o resto da divisão de  $503 - 418$  por 8?

9) Considerando somente números inteiros positivos:

a) O número  $7 \cdot 38 + 5$  é divisível por 7?

b) O número  $7 \cdot 241 + 84$  é um múltiplo de 7?

c) O número  $7 \cdot 81 + 54$  é divisível por 7 e por 9?

d) Existe um número  $a$  que torna o número  $7a + 6$  um múltiplo de 7?

e) O número  $7a + 100$  pode ser divisível por 7?

f) Para quais condições sobre  $b$ , o número  $7a+b$  é um múltiplo de 7?

g) Sabendo que o número  $7a + b$  é divisível por 7, o que podemos afirmar sobre o número  $b$ ?

10) Verifique se cada um dos números é divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 9 ou 10:

a) 1260.

b) 1746.

c) 2210505.