

Aritmética dos restos, Divisibilidade e Critérios de Divisibilidade

O material que iremos usar é:

- Seções 2.2, 2.3, 2.4 e 2.6 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar.

<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

- Aulas auxiliares:

<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=23>

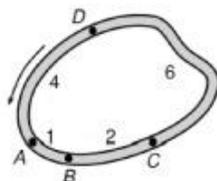
<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=52>

<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=63>

Também estão disponíveis vídeos na página da OBMEP na Escola que contém explicações sobre os temas que veremos.

Exercícios que discutiremos na aula:

- 1) A figura abaixo representa o traçado de uma pista de corrida.



Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 quilômetros pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

- a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
- b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são estes postos?
- c) Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

- 2) Pedro caminha ao redor de uma praça retangular onde estão dispostas 12 árvores, brincando de tocar cada árvore durante seu passeio. Se no início ele toca a árvore indicada na figura, e se ele anda no sentido da seta, indique que árvore ele estará tocando ao encostar em uma árvore pela centésima vez.



3) Considere a seguinte sequência de números:

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5 ...

formada alternadamente pelos algarismos (1, 2, 3, 4, 5) e pelos algarismos(5, 4, 3, 2, 1). Qual algarismo aparece na posição 2015 nesta sequência?

4) Qual é o algarismo da unidade de 2^{2015} ?

5) O ano de 2014 começou em uma quarta-feira. Em que dia da semana cairá o último dia deste ano?

6) Nas divisões de 106 e 197 por 6 obtemos, respectivamente, restos 4 e 5:

$106 = 6 \times 17 + 4$ e $197 = 6 \times 32 + 5$.

Qual é o resto da divisão de $106 + 197$ por 6?

7) Resolva:

a) A soma de dois múltiplos de 7 é um múltiplo de 7?

b) Qual é o resto da divisão de $7 \times 82 + 3$ por 7?

c) E qual é o resto da divisão de $7 \times 29 + 10$ por 7?

d) E qual é o resto da divisão de $7 \times 41 + 93$ por 7?

e) E qual é o resto da divisão de $7 \times 18 - 2$ por 7?

f) Determine os restos das divisões de $7 \times 81 + 8$ por 7 e por 9.

g) Se $a = 7 \times 53 + 1$ e $b = 7 \times 15 + 3$, qual é o resto da divisão de $a + b$ por 7?

h) Se $m = 7 \times 22 + 5$ e $n = 7 \times 38 + 6$, qual é o resto da divisão de $m + n$ por 7?

8) Sabe-se que 503 e 418 deixam restos 7 e 2 quando divididos por 8, respectivamente. Quais são os restos das divisões de $503+418$ e 503×418 por 8? Qual é o resto da divisão de $503 - 418$ por 8?

9) Considerando somente números inteiros positivos:

a) O número $7 \cdot 38 + 5$ é divisível por 7?

b) O número $7 \cdot 241 + 84$ é um múltiplo de 7?

c) O número $7 \cdot 81 + 54$ é divisível por 7 e por 9?

d) Existe um número a que torna o número $7a+ 6$ um múltiplo de 7?

e) O número $7a + 100$ pode ser divisível por 7?

f) Para quais condições sobre b , o número $7a+b$ é um múltiplo de 7?

g) Sabendo que o número $7a + b$ é divisível por 7, o que podemos afirmar sobre o número b ?

10) Verifique se cada um dos números é divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 9 ou 10:

a) 1260.

b) 1746.

c) 2210505.