Avaliação Presencial – Ciclo 1 – 11º PIC – N1

Professores,

Esta avaliação presencial é constituída de três questões e tem pontuação total máxima de 10 pontos, distribuídos do seguinte modo:

Questão 1 – três pontos
Questão 2 – três pontos
Questão 3 – quatro pontos

Reproduza as questões em uma folha para ser distribuída para os alunos medalhistas e os alunos convidados e corrija cada questão de acordo com o critério de correção apresentado. Caso algum aluno apresente uma solução que não esteja contemplada no critério de pontuação sugerido, procure estabelecer alguma coerência com as sugestões de pontuações apresentadas.

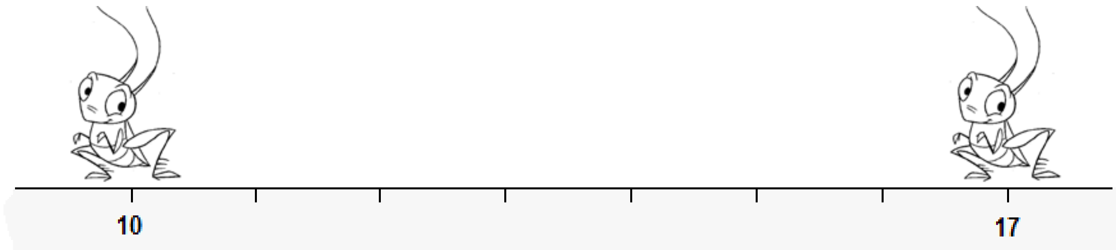
Qualquer dúvida, escreva na sala dos POs no Fórum Hotel de Hilbert.

Agradecemos quaisquer comentários e observações sobre as questões, as soluções e os critérios de pontuação definidos.

Um grande abraço

Coordenadores de Fórum.

Questão 1: Dois grilos saltitam ao longo de uma reta graduada muito comprida. No instante inicial um grilo está na marca de 10 cm e o outro grilo está na marca de 17 cm. Se cada grilo salta 2 cm para a esquerda ou para a direita, em algum momento eles podem estar no mesmo local? Justifique a sua resposta.

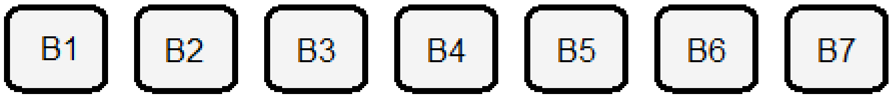


Solução: O gripo que está inicialmente na marca de 10 cm só pode ocupar pontos marcados com números da forma 10+2n. Isto significa que este grilo só ocupa posições marcadas com números pares. Já o grilo que está inicialmente na marca de 17 cm, ocupa posições marcadas com números da forma 17+2m. Ou seja, este grilo só ocupa posições marcadas com números ímpares. Como um número par sempre é diferente de um número ímpar, estas duas observações implicam que os grilos nunca podem ocupar o mesmo ponto da reta graduada.

Critérios de pontuação. Para esta questão podem ser atribuídas as seguintes notas: 0, 1, 2 ou 3 pontos. A pontuação total de 3 pontos está assim distribuída:

- Afirmar ou concluir que o grilo que começa na posição de 10 cm só ocupa posições marcadas com números pares (1 ponto)
- Afirmar ou concluir que o grilo que começa na posição de 17 cm só ocupa posições marcadas com números ímpares (1 ponto).
- Concluir que, como um número par nunca é igual a um número ímpar, então os dois grilos nunca podem ocupar a mesma posição (1 ponto)
- Caso o aluno apenas afirme que a resposta é “não” ou “sim”, sem apresentar justificativa alguma, atribuir valor zero.

Questão 2: Três homens e quatro mulheres vão se sentar nos sete bancos de uma fileira de cinema, indicada na figura a seguir.



Eles devem ocupar esses bancos de modo que entre dois homens esteja uma mulher e entre duas mulheres esteja sentado um homem. Se este é o caso, responda as seguintes perguntas.

(a) No banco B1 deve se sentar um homem ou uma mulher?
(b) Quantas são as pessoas que podem ocupar o banco B2?
(c) De quantas maneiras diferentes esses sete bancos podem ser ocupados por estas sete pessoas?

Solução: Vamos representar homens por H e mulheres por M.

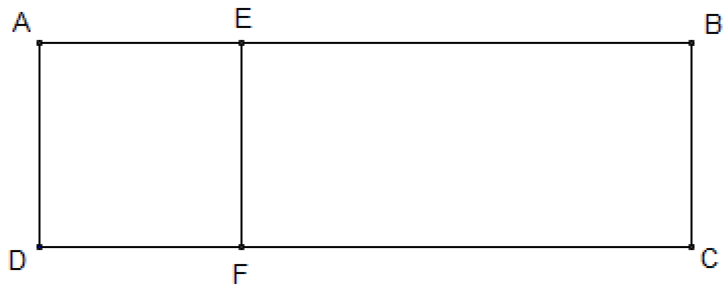
(a) Como os homens e as mulheres devem se sentar de modo alternado, a única possibilidade é sentar as pessoas assim: M-H-M-H-M-H-M, começamos com uma mulher no banco 1 e alternando entre homens e mulheres. Observe que se começamos no banco 1 com um homem e vamos alternando, a configuração ficaria assim: H-M-H-M-H-M-M. E no final teríamos duas mulheres juntas, o que não é permitido. Portanto no banco 1 deve se sentar uma mulher.
(b) Como a única configuração possível é M-H-M-H-M-H-M, no banco 2 podem se sentar três pessoas: qualquer um dos três homens.
(c) Contando de maneira consecutiva as possibilidades de pessoas que podem se sentar em cada banco temos:

B1 – 4 possibilidades (qualquer uma das mulheres)
B2 – 3 possibilidades (qualquer um dos homens)
B3 – 3 possibilidades (qualquer mulher, exceto a que está em B1)
B4 – 2 possibilidades (qualquer homem, exceto o que está em B2)
B5 – 2 possibilidades (qualquer mulher, com exceção daquelas que estão em B1 e B3)
B6 – 1 possibilidade (o homem que ainda não foi escolhido)
B7 – 1 possibilidade (a mulher que ainda não foi escolhida)

Pelo princípio multiplicativo obtemos 4x3x3x2x2x1x1=144 possibilidades.

Critério de pontuação. Para esta questão podem ser atribuídas as seguintes notas: 0, 1, 2 ou 3 pontos. Cada um dos itens (a), (b) e (c) vale um ponto.

Questão 3: Na figura a seguir ABCD é um retângulo com 261 cm^2 de área, e AEFD é um quadrado de área 81 cm^2. Qual é o perímetro do retângulo EBCF?



Solução: Como o quadrado AEFD tem área igual a 81 cm^2, o lado desse quadrado mede 9 cm pois 9x9=81.

Isto significa que um dos lados do retângulo ABCD mede 9 cm. Como a área 261 cm^2 desse retângulo é igual ao produto dos lados, vemos que o outro lado desse retângulo deve medir $\frac{261}{9} = 29$ cm. Portanto os segmentos AB e DC medem 29 cm.

Mas como os segmentos AE e DF medem 9 cm, podemos concluir que os segmentos EB e FC medem 29-9=20 cm.

Daí o retângulo EBCF tem base 20 cm e altura 9 cm.
Seu perímetro é, portanto, igual a 20+9+9+20=58 cm.

Critérios de pontuação. Para esta questão podem ser atribuídas as seguintes notas: 0, 1, 2, 3 ou 4 pontos. A pontuação total de 4 pontos está assim distribuída:

- Calcular corretamente o lado 9 cm do quadrado AEFD (1 ponto).
- Calcular os lados AB=DC= $\frac{261}{9} = 29$ cm do retângulo ABCD (1 ponto).
- Calcular os comprimentos EB=FC=29-9=20 cm (1 ponto).
- Calcular o perímetro 20+9+9+20=58 cm do retângulo EBCF (1 ponto).