PIC – 1º Encontro (23/06/2016) – Orientadora: Uyanê

Assunto abordado: Aritmética – Paridade

Problema 1: Os números de 1 a 10 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar os sinais de "+" e de "−" entre eles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?

Problema 2: Continuando o exercício anterior, vamos imaginar que os números de 1 a 11 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar os sinais de "+" e de "−" entre eles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?

O objetivo do modulo de Aritmética é explorar o conjunto dos números inteiros, suas principais propriedades e aplicar estes conceitos no estudo de situações discretas. Uma das estruturas mais básicas do conjunto dos números naturais é a sua divisão em números pares e ímpares.

Par ou Ímpar?

A soma de dois números pares é par. De fato, os dois números podem ser escritos na forma 2a e 2b, cuja soma é 2(a + b), logo par

A soma de dois números ímpares é par. De fato, os números são da forma 2a + 1 e 2b + 1, cuja soma é 2(a + b + 1), logo par.

A soma de um número par com um número ímpar é ímpar. De fato, um dos números é da forma 2a e o outro 2b + 1, cuja soma é 2(a + b) + 1, logo ímpar.

O produto de dois números pares é par. De fato, os números sendo da forma 2a e 2b, temos que o seu produto é 4ab e, portanto, múltiplo de 4, logo par.

O produto de um número par por um número ímpar é par. De fato, um número da forma 2a e um número da forma 2b + 1 têm um produto igual a 2a(2b + 1), que é par.

O produto de dois números ímpares é ímpar. De fato, sendo os números da forma 2a + 1 e 2b + 1, o seu produto é 2(2ab + a + b) + 1, logo ímpar.

Atribuindo o símbolo 0 aos números pares e o símbolo 1 aos números ímpares, as observações acima nos fornecem as seguintes tabelas que regem a paridade das somas e produtos dos números inteiros.

$+$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{0}$

$\times$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$

Problema 3: Mostre que o dobro de um número ímpar é par mas nunca múltiplo de 4.

Problema 4: Determine a paridade do seguinte número: $(123\ 275 + 346\ 231)^{234} + (3\ 451 + 4\ 532)^{542}$.

Problema 5: Você pode encontrar cinco números ímpares cuja soma seja 100?

Problema 6: Um tabuleiro 5 × 5 pode ser coberto por dominós 1 × 2

Soluções:

Problema 1: Não é possível. Imaginando que fosse possível, poderíamos separar os números dados em dois grupos com a mesma soma (basta passar todos os números com sinal negativo para o outro lado da expressão que ´e igual a zero). Entretanto a soma dos números naturais de 1 a 10 ´e igual a 55. Como este número ´e ´ımpar, não podemos separar os números dados em dois grupos que tenham a mesma soma.

Problema 2: Como no caso anterior, para isto ser possível, devemos dividir os números dados em dois grupos com mesma soma. Como a soma dos números naturais de 1 a 11 ´e igual a 66, precisamos de dois grupos cuja soma seja igual a 33. Começando pelos maiores, observe que 11+10+9 = 30. Daí, 11 + 10 + 9 + 3 = 33. Assim, 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33 e, portanto, 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 11 + 10 + 9 + 3. Daí obtemos 1 + 2 − 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 − 9 − 10 − 11 = 0.

Problema 3: De fato, sendo o número ímpar da forma 2a + 1, o seu dobro é 2(2a + 1) = 4a +2, logo par, mas não múltiplo de 4.

Problema 4: A paridade é determinada por $(\text{impar} + \text{impar})^{234} + (\text{impar} + \text{par})^{542} = \text{par}^{234} + \text{impar}^{542}$ = impar, logo é ímpar.

Problema 5: Não, pois quando somo o primeiro impar com o segundo ímpar, tenho um par, somando esse par ao terceiro ímpar, temos um ímpar, somando esse impar com o quarto ímpar, temos um par, e somando esse par com o ultimo ímpar, temos um ímpar.

Problema 6: Não. O tabuleiro tem 25 quadrados. Como cada dominó cobre dois quadrados, os dominós tem que cobrir um número par de quadrados.