Os números naturais

Os números naturais formam um conjunto cujos elementos são descritos de modo ordenado, representado pelo símbolo $\mathbb{N}$, como segue:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

É possível parcionar o conjunto dos $\mathbb{N}$ em dois conjuntos com a mesma quantidade de elementos?

- Conjunto dos Pares

$$\{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{2.0, 2.1, 2.2, 2.3, \dots\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

- Conjunto dos ímpares

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\} = \{2.0+1, 2.1+1, 2.2+1, \dots\} = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Multiplos e Divisores

Dado um número a, consideremos o conjunto dos múltiplos de a:

$$M(a) = \{0.a, a, 2a, 3a, 4a, \dots\}$$

Exemplo: $M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$

Dado dois números naturais a e b, dizemos que b é um múltiplo de a se existir um número natural n tal que $b = a.n$. De modo equivalente, b é múltiplo de a quando o resto da divisão de b por a for igual a zero, ou seja b é divisível por a (a é um divisor de b)

Exemplo: 24 é um multiplo de 3, pois $24 = 3 \times 8$
24 é divisível por 3
3 é um divisor de 24

Todo número natural possui uma quantidade finita de divisores, enquanto possui uma quantidade infinita de multiplos.

Sistema Posicional de Numeração

No nosso sistema de numeração, a posição de um algarismo interfere em seu valor relativo.

O sistema de numeração é chamado de decimal, pois possuem 10 algarismos e também é dito posicional, pois a posição de um algarismo interfere em seu valor relativo. Por exemplo

$$742 = 7 \text{ centenas} + 4 \text{ dezenas} + 2 \text{ unidades}$$
$$= 7 \times 100 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1$$
$$= 7 \times 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

Observações: • Cada algarismo de um número possui uma ordem, contada da direita para esquerda. No exemplo acima, o 2 é de primeira ordem, o 4 é de segunda ordem e o 7 é de terceira ordem.

• Cada três ordens, também contadas da direita para esquerda, constituem uma classe.

1ª Classe (classe das unidades) $\begin{cases} \text{unidades} \\ \text{dezenas} \\ \text{centenas} \end{cases}$

2ª Classe (Classe do milhar) $\begin{cases} \text{unidades de milhar} \\ \text{dezenas de milhar} \\ \text{centenas de milhar} \end{cases}$

Critérios de divisibilidade

Como "ser divisível por" e "ser múltiplo de" significam exatamente a mesma coisa, é importante ter em mente que um critério de divisibilidade também é um critério de multiplicidade.

__Critério de divisibilidade por 2:__ Um número é divisível por 2 quando o seu algarismo das unidades é par

__Critério de divisibilidade por 4:__ Um número é divisível por 4 quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos é divisível por 4

__Critério de divisibilidade por 8:__ Um número é divisível por 8 quando o número formado pelos seus três últimos algarismos é divisível por 8.

Observe que:

$10 = 2 \times 5$

$100 = 2 \times 50 = 4 \times 25$

$1000 = 2 \times 500 = 4 \times 250 = 8 \times 125$

Vamos explorar os critérios, considerando um número qualquer de 4 algarismo, representado por abcd. Assim abcd pode ser representado como:

$$abcd = a \times 1000 + b . 100 + c . 10 + d$$

$$\text{(I)} = \underbrace{a \times 2 \times 500 + b \times 2 \times 50 + c \times 2 \times 5}_{\text{divisível por 2}} + \underline{d} \qquad 2 = 2^1$$

$\therefore$

$$\text{(II)} = a \times 4 \times 250 + b \times 4 \times 25 + c \times 10 + d$$

$$\underbrace{a \times 4 \times 250 + b \times 4 \times 25}_{\text{divisível por 4}} + \underline{cd} \qquad 4 = 2^2$$

$$\text{(III)} = a \times 8 \times 125 + b . 100 + c \times 10 + d$$

$$\underbrace{a \times 8 \times 125}_{\text{divisível por 8}} + \underline{bcd} \qquad 8 = 2^3$$

Generalização: Um número é divisível por 2^p ($p \in \mathbb{N}$) quando o número formado pelos últimos p algarismos for divisível por 2^p

/ /

Critério de divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 se a soma dos seus algarismos é divisível por 3

Critério de divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 se a soma dos seus algarismos é divisível por 9

Observe que

$$10 = 9 + 1 \qquad\qquad 9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$$
$$100 = 99 + 1 \quad \Longrightarrow \quad 99 = 9 \times 11 = 3 \times 33$$
$$1000 = 999 + 1 \qquad\qquad 999 = 9 \times 111 = 3 \times 333$$

Vamos explorar os critérios, considerando um número qualquer de 4 algarismo, representado por abcd. Temos que

$$\begin{aligned} abcd &= a \times 1000 + b \times 100 + c \times 10 + d \\ &= a(999+1) + b(99+1) + c(9+1) + d \\ &= a.999 + a + b.99 + b + c9 + c + d \\ &= \underbrace{999.a + 99b + 9c}_{\text{divisível por 3 e e por 9}} + \underline{a+b+c+d} \end{aligned}$$

Observação:

Dois números naturais são ditos relativamente primos entre si se eles não possuem divisores comuns maiores do que 1

DEFINIÇÃO: Se um número n for divisível por dois números primos entre si p e q, então ele será divisível pelo produto pq.

Comentar os critérios de divisibilidade 5, 10 e 6.

tilibra