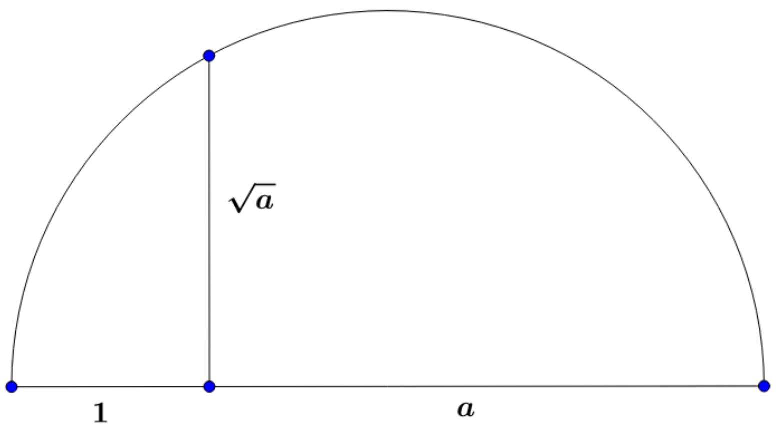
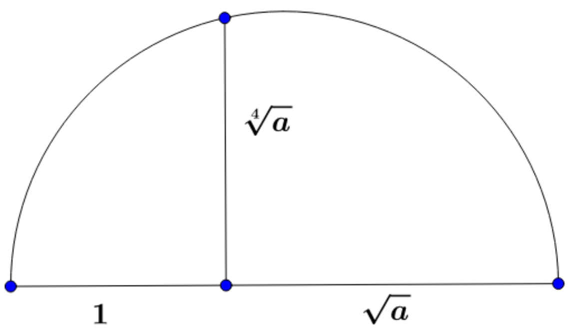
AULA 16: **GEOMETRIA** – CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS.

- Exercícios

I. Na semicircunferência a seguir, obtemos o segmento $\sqrt{a}$:



Nesta semicircunferência obtemos $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$:



II. a) Seja AC = x e CB = y.

Temos a seguinte relação:

$$\frac{CB}{AC} = \frac{AC}{AB}$$
$$\frac{y}{x} = \frac{x}{x+y}$$
$$y\,(x\ +\ y)\ =\ x^2$$
$$yx\ +\ y^2\ =\ x^2$$
$$x^2 -\ yx - \ y^2\ =\ 0.$$

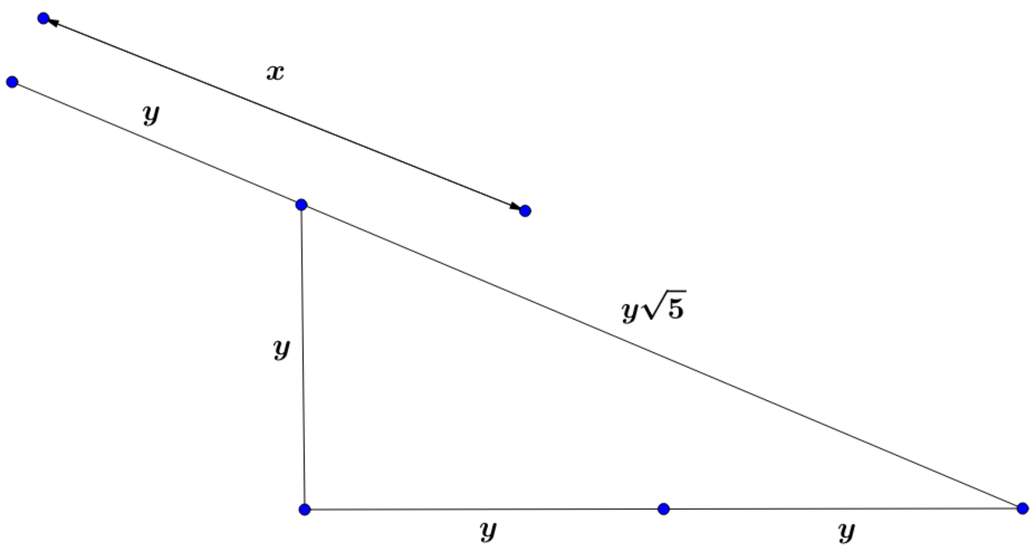
Resolvendo a equação na variável x, temos:

$$x = \frac{-(-y) \pm \sqrt{(-y)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-y)^2}}{2 \cdot 1} = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 4y^2}}{2}$$

Temos então que o radical equivale à hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos y e 2y. Desta forma será maior que y e, portanto a equação só admite a solução

$$x = \frac{y + \sqrt{5y^2}}{2} = \frac{y + y\sqrt{5}}{2}$$

Para construir o segmento x, fazemos um triângulo retângulo de catetos y e 2y, acrescentamos y à hipotenusa e dividimos este segmento por 2, como mostra a figura:



b) Como vimos

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CB}{AC} = \frac{y}{x}$$

e

$$x = \frac{y + y\sqrt{5}}{2} = \frac{y(1+\sqrt{5})}{2}$$

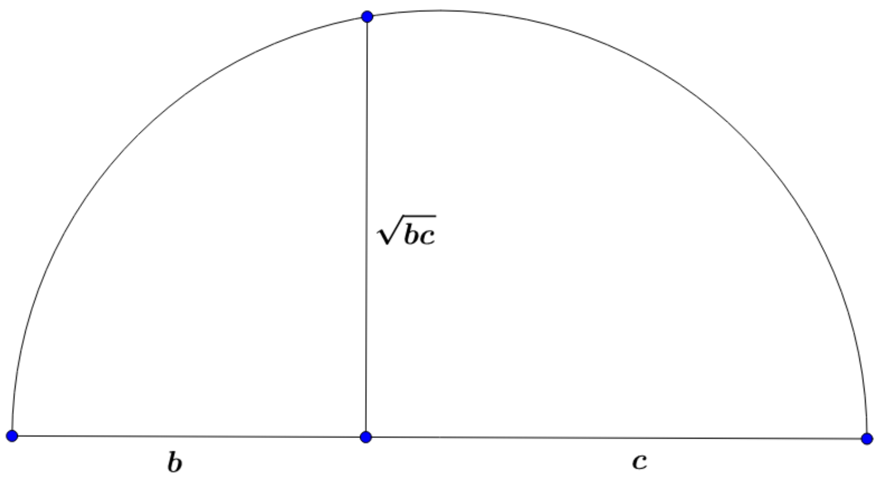
$$\frac{x}{1+\sqrt{5}} = \frac{y}{2}$$

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{y}{x}$$

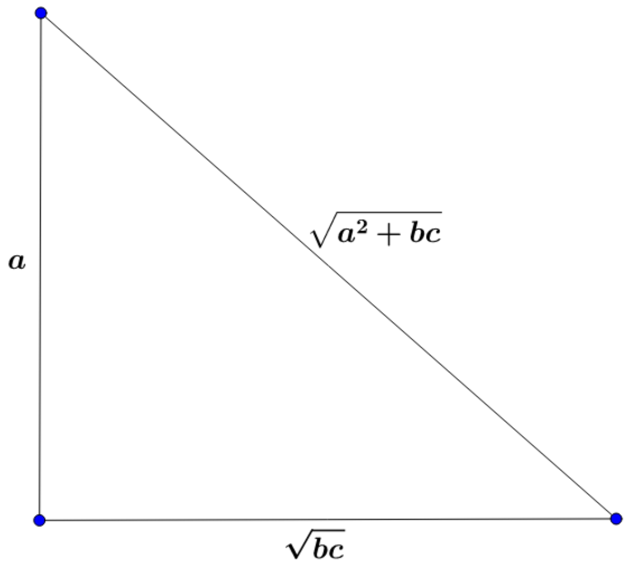
Portanto

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CB}{AC} = \frac{y}{x} = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$$

III. traçamos a semicircunferência a seguir e encontramos $\sqrt{bc}$:



A seguir construímos o triângulo retângulo de catetos a e $\sqrt{bc}$, cuja hipotenusa é $\sqrt{a^2 + (\sqrt{bc})^2} = \sqrt{a^2 + bc}$:



Usando proporcionalidade temos que

$$x = \frac{a^2 + bc}{d}$$

$$\frac{d}{\sqrt{a^2 + bc}} = \frac{\sqrt{a^2 + bc}}{x}$$

Esta última relação pode se obter na figura abaixo, encontrando o segmento x: