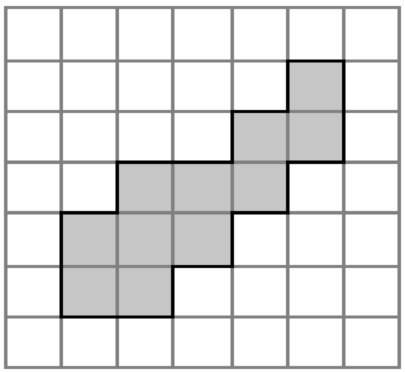
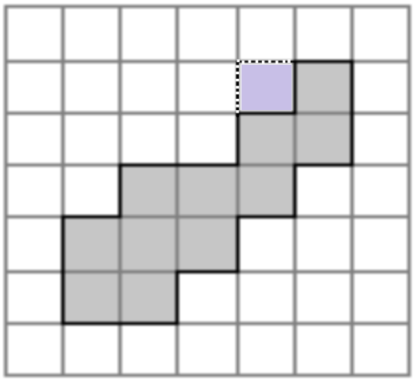
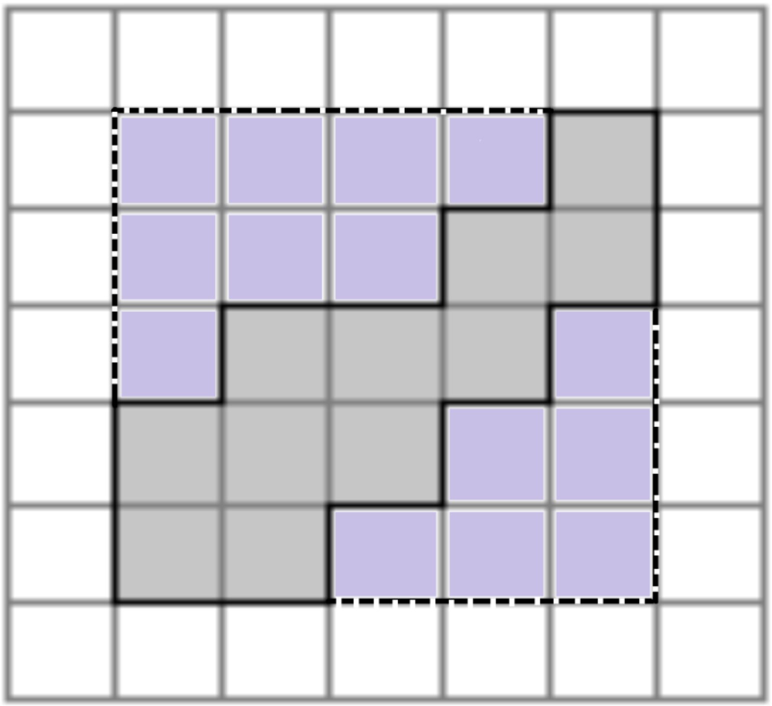
1) Como a unidade da área é cada quadradinho, basta somar quantos quadradinhos temos na figura, isto é, a área é igual a 11. E contando diretamente os segmentos que compõem o contorno da figura vemos que o perímetro é igual a 20.



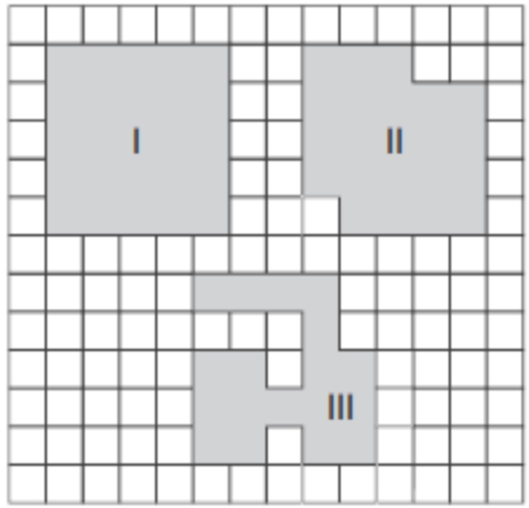


Observe que na figura da direita acrescentamos um quadradinho colado na figura, aumentamos sua área uma unidade, mas não alteramos seu perímetro, pois só trocamos de lugar dois segmentos (pontilhados).

Podemos ir acrescentando quadradinhos até formar um quadrado de lado 5. Portanto podemos acrescentar mais 14 quadradinhos na figura dada sem alterar seu perímetro.



2)



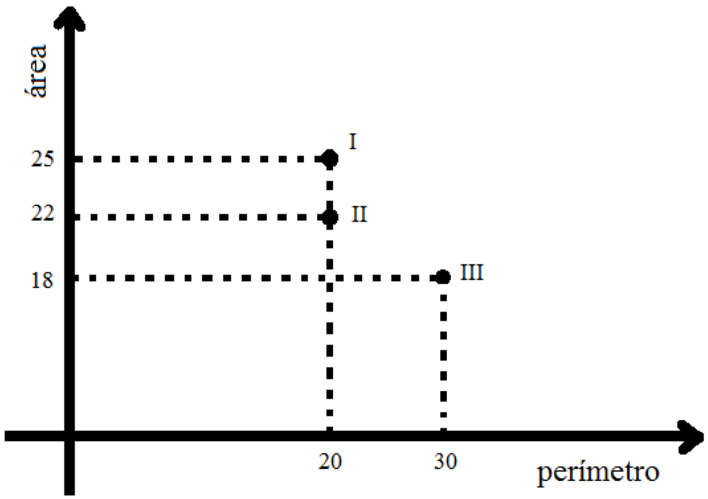
Usando o lado ℓ de um dos quadradinhos do quadriculado como unidade de comprimento, a contagem direta na figura nos dá as áreas e perímetros dos polígonos seguintes:

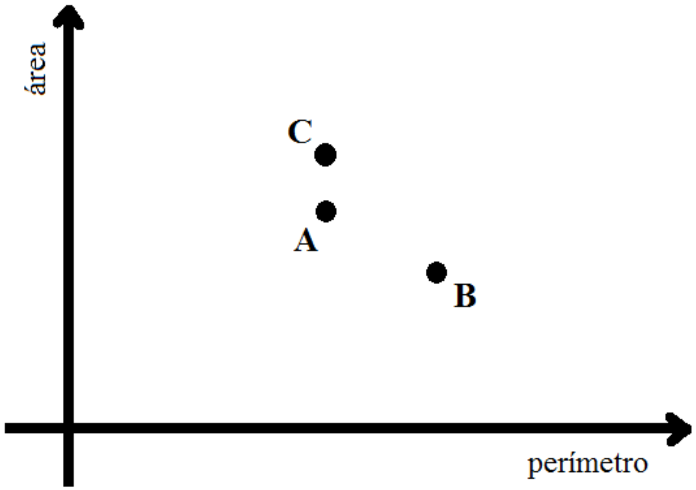
Polígono	Perímetro (em ℓ)	Área (em ℓ^2)
I	20	25
II	20	22
III	30	18

Deste modo a correspondência que associa a cada polígono um par ordenado cartesiano é:

$$\mathrm{I} \longrightarrow (20,25);\ \mathrm{II} \longrightarrow (20,22);\ \mathrm{III} \longrightarrow (30,18).$$

Observe que na abcissa(eixo x) temos o perímetro e na ordenada(eixo y) temos a área, isto é:



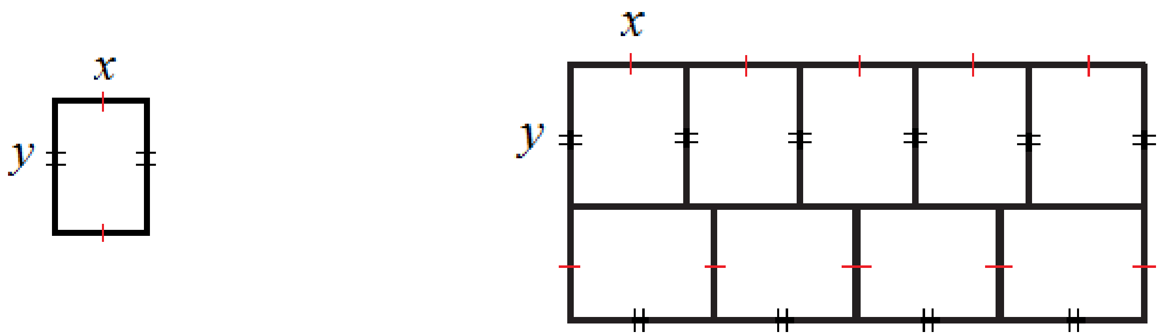


Logo,

$\mathrm{I} \longrightarrow$ C , $\mathrm{II} \longrightarrow$ A e $\mathrm{III} \longrightarrow$ B.

Alternativa E.

3) Observe que os 9 retângulos menores são iguais, chamemos de x e y a largura e o comprimento de cada um deles:



Agora observando o retângulo grande temos:

- seu comprimento é $5x$, mas ao mesmo tempo é $4y$, isto é,

$$5x = 4y \qquad (1)$$

- Sua área é

$$5x \,.\, (x + y) = 720cm^2 \qquad (2)$$

Por (1) e (2) chegamos ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} 5x = 4y \\ 5x(x+y) = 720 \end{cases}$$

Da equação (1) temos: $y = \frac{5x}{4}$

Substituindo (1) em (2) temos:

$$5x(x + \frac{5x}{4}) = 720 \Leftrightarrow 5x(\frac{9x}{4}) = 720 \Leftrightarrow x^2 = 64 \Leftrightarrow x = 8$$

Voltando na equação (1):

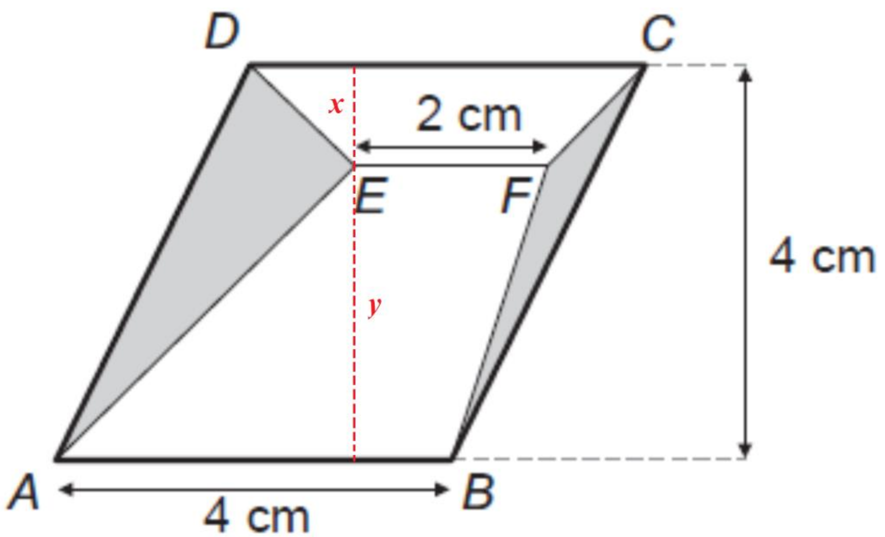
$$y = \frac{5.8}{4} \Rightarrow y = 10$$

Portanto o perímetro em centímetros, de um dos retângulos menores é :

$$10 + 10 + 8 + 8 = 36$$

Alternativa D.

4) Observe que AEFB e CDEF são trapézios de alturas x e y, e $x + y = 4$



Logo a soma das áreas sombreadas será a área do paralelogramo ABCD

menos a área dos trapézios CDEF e AEFB, isto é:

$$[\![ABCD]\!] = 4 \,.\, 4 = 16$$

$$[\![CDEF]\!] = \frac{(4+2).\,x}{2} = 3x$$

$$[\![AEFB]\!] = \frac{(4+2).\,y}{2} = 3y$$

Então,

$$[\![ADE]\!] + [\![BCF]\!] = 16 - 3x - 3y = 16 - 3(x+y)$$

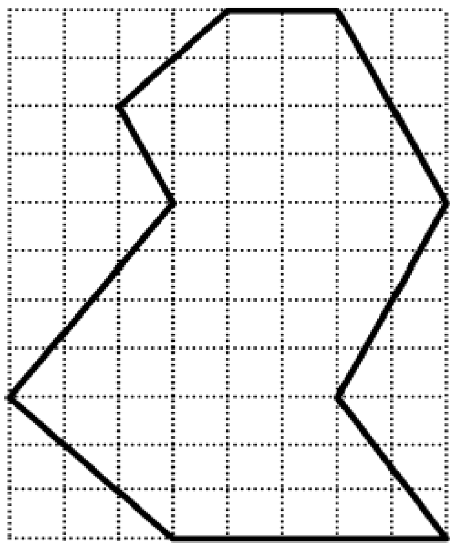
Como $\quad x + y = 4$

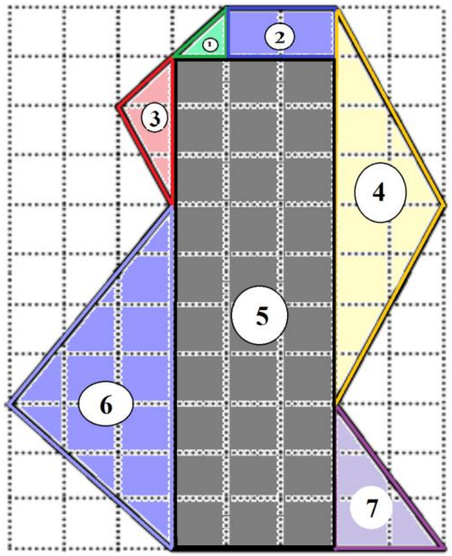
temos :

$$[\![ADE]\!] + [\![BCF]\!] = 16 - 3\,.\,4 = 16 - 12 = 4cm^2$$

Alternativa B

5) Observe que podemos dividir a figura em 7 figuras que conhecemos a área, logo a área da figura original é a soma das áreas das 7 figuras que a formam, isto é:





$$A = \left(\frac{1\,.\,1}{2}\right) + 1\,.\,2 + \left(\frac{3\,.\,1}{2}\right) + \left(\frac{8.\ 2}{2}\right) + 3\,.\,10 + \left(\frac{7\,.\,3}{2}\right) + \left(\frac{3\,.\,2}{2}\right)$$

$$A = \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} + 8 + 30 + \frac{21}{2} + 3 = \frac{25}{2} + 43 = 43 + 12{,}5 = 55{,}5$$

6)

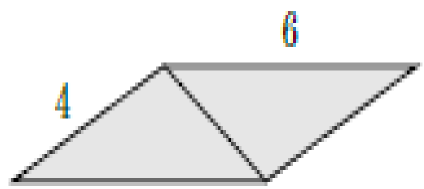


Figura I

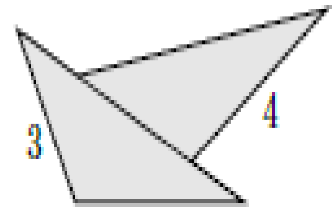


Figura II

a) Observe que na figura I os lados unidos são iguais, portanto só nos resta o lado $(3cm)$. E na figura II está o lado menor $(3cm)$ de um triângulo com o maior do outro $(6cm)$.

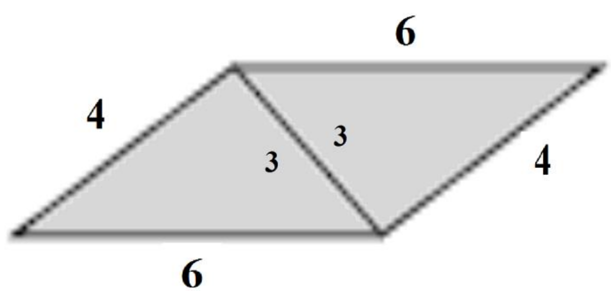


Figura I

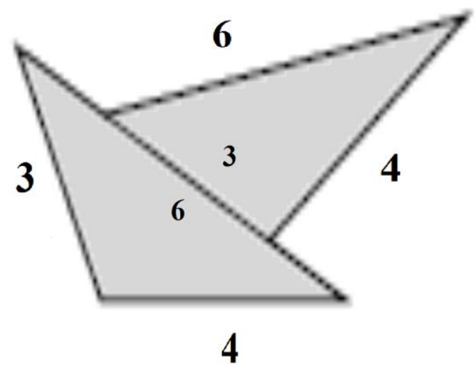


Figura II

b) Na figura I vemos claramente que o perímetro é

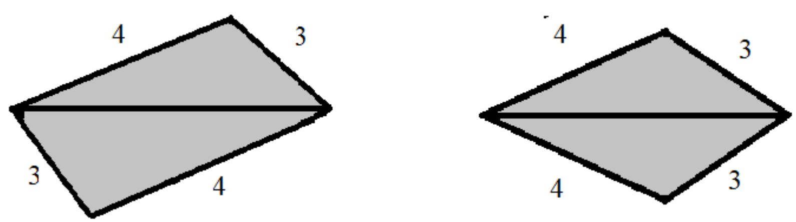
$$4+6+4+6=20cm$$

Na figura II temos que considerar que na junção das figuras não somamos 3, logo o perímetro é

$$3+4+(6-3)+6+4=20cm$$

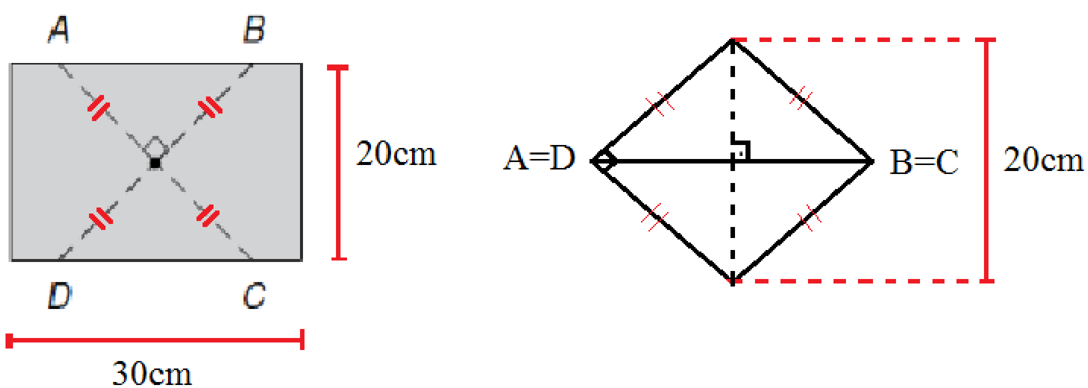
c) O perímetro de uma figura obtida quando se unem os dois maiores lados de cada triângulo, neste caso será:

$$3+4+3+4=14$$



7)

a) Observe que AC e BD são de comprimentos iguais e se encontram no centro do retângulo e como os dois triângulos e os dois polígonos de 5 lados são iguais, temos os seguintes seguimentos iguais:



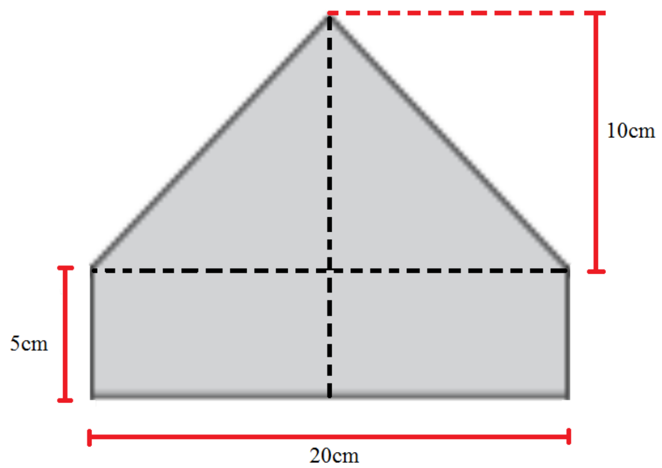
Unindo os dois triângulos nos lados AB e DC temos um quadrilátero com a medida dos lados iguais e a altura igual a altura do retângulo.
Como os lados são iguais temos que suas diagonais são iguais, isto é:

$$AB = 20cm$$

b) A área do pedaço triangular é

$$\frac{10\,.\,20}{2} = 100cm^2$$

Para obtermos a área do pedaço de 5 lados observe que:

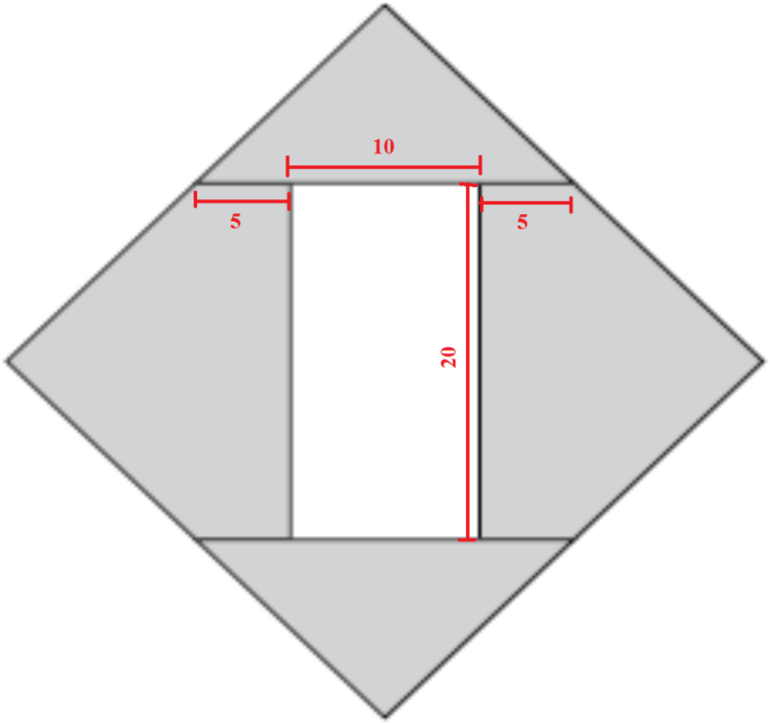


Então a área do pedaço triangular é

$$\frac{10\,.\,20}{2} + 5\,.\,20 = 100 + 100 = 200cm^2$$

c) Pelo item anterior sabemos as medidas da base do triangulo e da base do polígono de 5 lados e de sua lateral. Assim encontramos os valores do comprimento e largura do retângulo(buraco em branco).

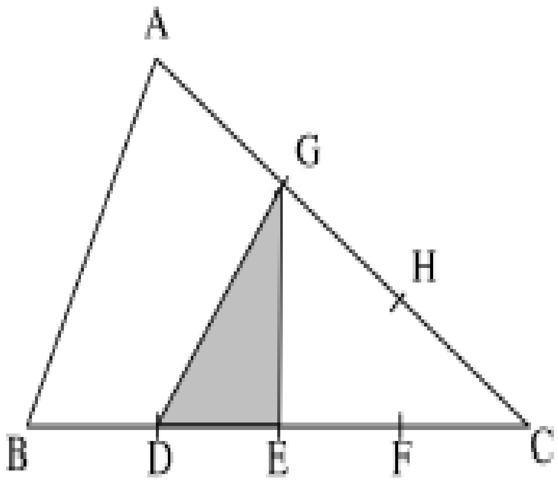
II

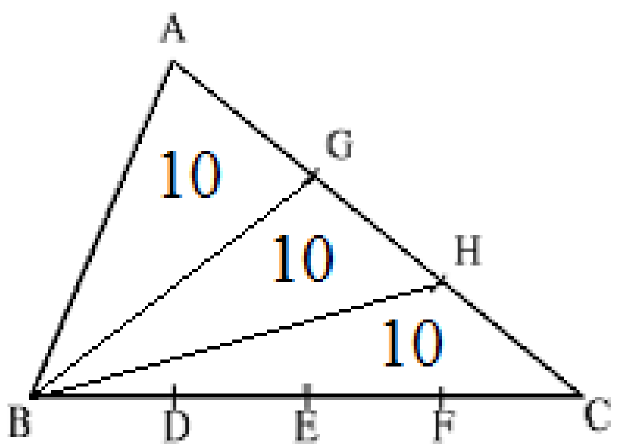


Logo, a área do retângulo é

$$10 \,.\, 20 = 200$$

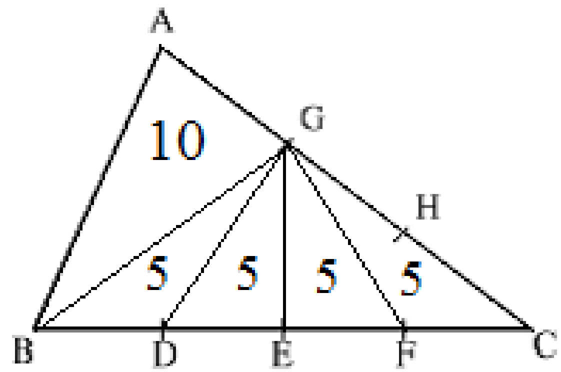
8) Observe as cevianas **BG** e **BH** do triângulo ABC, note que elas dividem o triângulo ABC em três triângulos de mesma área(Propriedade de mediana).



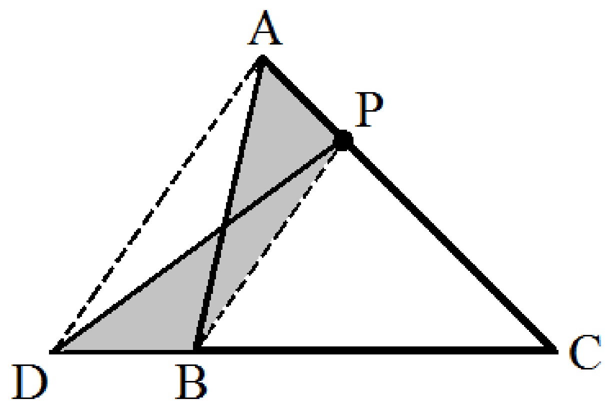


Observe agora que o triângulo BGC tem área 20 com as cevianas **GD**, **GE** e **GF**. Novamente pela propriedade de mediana encontramos 4 triângulos com áreas iguais:

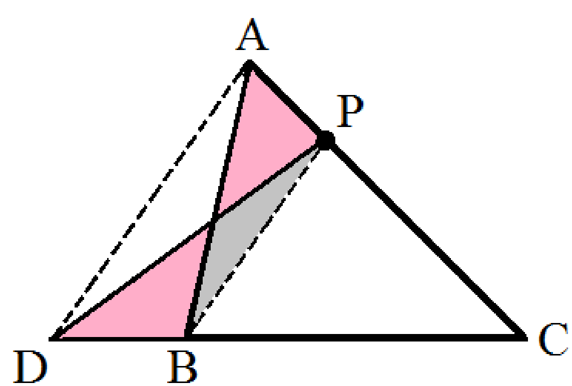
logo a área do triangulo GDE é igual a 5.



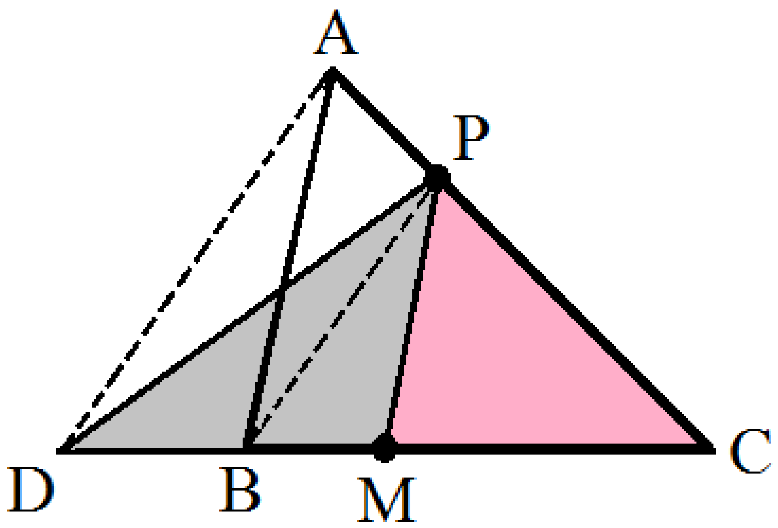
9) Trace **BP** e uma paralela a **BP** por **A** que encontra a reta **BC** em **D**. Observe que os triângulos **ABP** e **DBP** tem áreas iguais, pois tem a mesma base (**BP**) e o terceiro vértice(**A** e **D**) estão numa reta paralela a base.



Assim, o triângulo **PCD** tem a mesma área que o triângulo **ABC.** Observe que a única coisa que muda em ambos os triângulos é a parte em rosa que são iguais

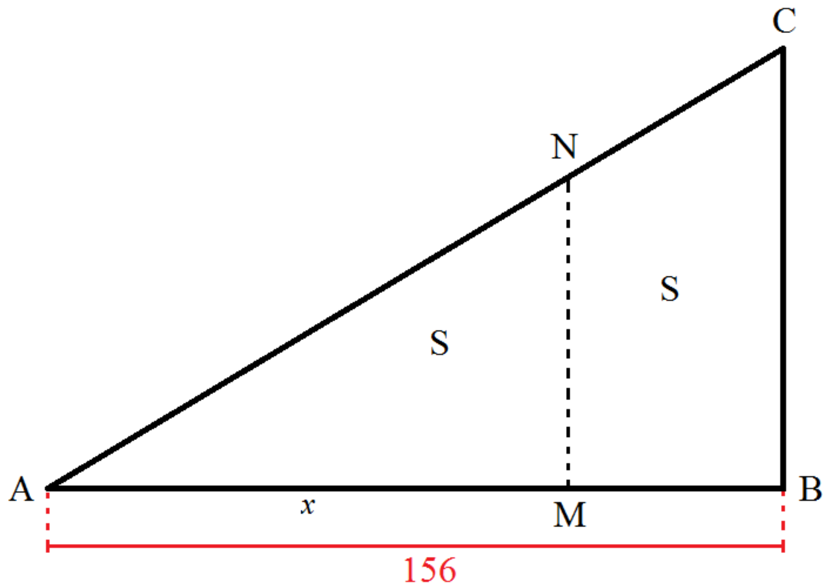


Tomando o ponto médio **M** de **DC,** a reta **PM** divide **PDC** em duas parte de mesma área(**PM** é mediana).



Logo **PM** divide também **ABC** em duas partes de mesma área.

10)



Na figura acima ***MN*** é o muro que deve ser construído perpendicularmente ao lado ***AB***. Seja $\boldsymbol{AM = x}$, de forma que o triângulo ***AMN*** e o trapézio ***MBCN*** tenham mesma área ***S***.

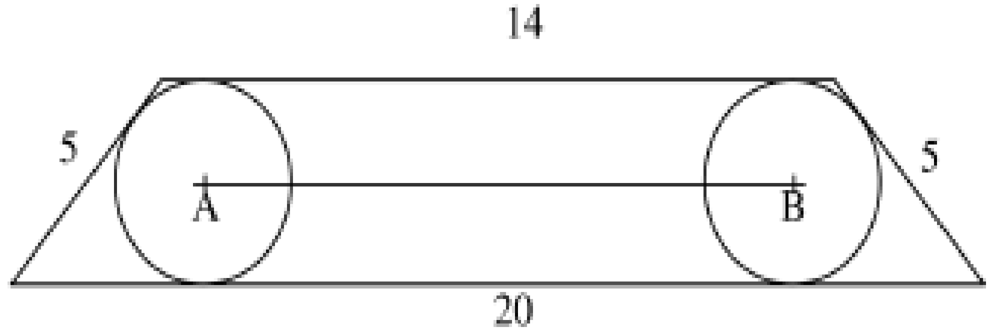
Observe que os triângulos ***AMN*** e ***ABC*** são semelhantes e a razão de semelhança entre eles é $\frac{x}{156}$.

Como a razão entre suas áreas é o quadrado da razão de semelhança devemos ter:

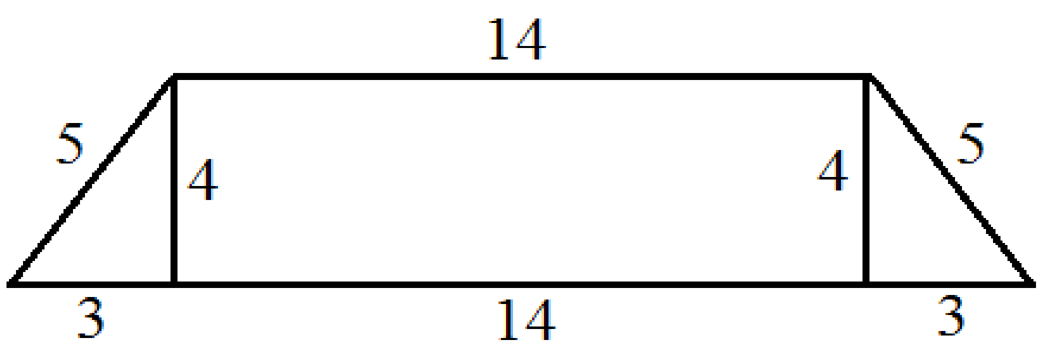
$$\frac{S}{2S} = \frac{x^2}{156^2} \Leftrightarrow \frac{156^2}{2} = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{156}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x \sim 110$$

Portanto o muro deve ser construído a 110 metros de **A.**
Assim, as áreas dos sois terremos serão iguais.

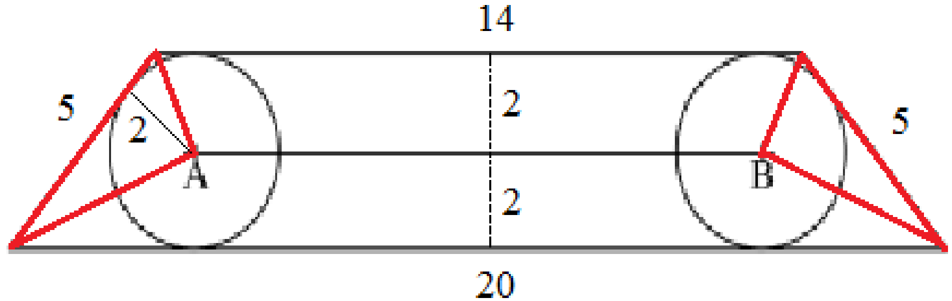
11)



Observe que se dividirmos o trapézio em dois triângulos e um retângulo podemos encontrar a altura do trapézio através do teorema de Pitágoras em um dos triângulos. Logo a altura é $4cm$.



Voltando a figura original note que o raio de cada circunferência é $2cm$. Ligando os dois vértices da esquerda ao ponto A e os dois vértices da direita ao ponto B, temos o trapézio original dividido em dois trapézios e dois triângulos iguais.



Logo, a soma das áreas destas figuras é igual a área do trapézio original. Fazendo $AB = x$ temos:

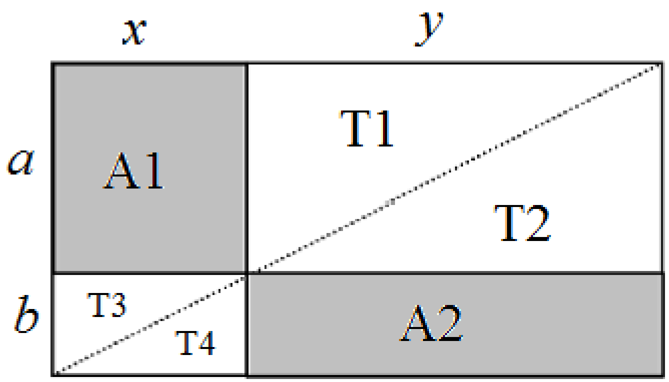
$$2\,.\frac{5\,.\cancel{2}}{\cancel{2}} + \frac{(20\ +\ x)\,.\cancel{2}}{\cancel{2}} + \frac{(14 + x)\,.\,\cancel{2}}{\cancel{2}} = \frac{(20 + 14)\,.\,4}{2}$$

$$2.5 + (20 + x) + (14 + x) = 34\,.\,2$$

$$44 + 2x = 68 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$$

Portanto $AB = 12cm$

12) Nomeando as áreas sombreadas de A1 e A2 e os triângulos restantes por T1, T2, T3 e T4. Temos que $A1 = ax$, $A2 = by$, $T1 = ay = T2$ e $T3 = bx = T4$.



Observe que a diagonal divide o retângulo em dois triângulos de áreas iguais, isto é:

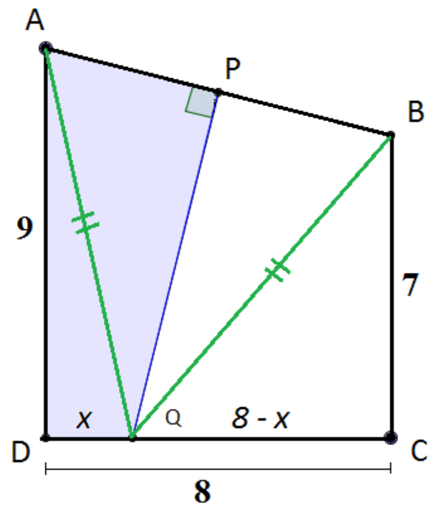
$$A1 + T1 + T3 = A2 + T2 + T4$$

Ou seja, $$ax + \cancel{ay} + \cancel{bx} = by + \cancel{ay} + \cancel{bx}$$

Logo

$$ax = by \Rightarrow A1 = A2$$

13) Traçando os segmentos $AQ\ e\ BQ$, podemos observar que os triângulos $\boldsymbol{APQ}$ e $\boldsymbol{BPQ}$ são de mesma área, pois possuem a mesma base($AP = BP$), pois P é ponto médio e possuem mesma altura PQ**.**



Fazendo $DQ = x$, temos $CQ = 8 - x$

Aplicando o teorema de Pitágoras nos triângulos $\boldsymbol{ADQ}$ e $\boldsymbol{BCQ}$ temos:

$$AQ^2 = 9^2 + x^2 \qquad \text{e} \qquad \mathrm{BQ}^2 = (8 - x)^2 + 7^2$$

Como $AQ = BQ$, temos:

$$9^2 + x^2 = (8 - x)^2 + 7^2 \Rightarrow 81 + \cancel{x^2} = 64 - 16x + \cancel{x^2} + 49 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; 16x = 113 - 81 \Rightarrow x = \frac{32}{16} \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}$$

Temos :

$$[ABCD] = [ADQ] + [APQ] + [BPQ] + [BCQ] \qquad (*)$$

$$[ABCD] = \frac{(9+7)\,.8}{2} = 16\,.\,4 = 64 \qquad (1)$$

$$[ADQ] = \frac{2\,.9}{2} = 9 \qquad (2)$$

$$[BCQ] = \frac{6\,.7}{2} = 21 \qquad (3)$$

Como os triângulos $\boldsymbol{APQ}$ e $\boldsymbol{BPQ}$ possuem mesma área, chamemos de X,

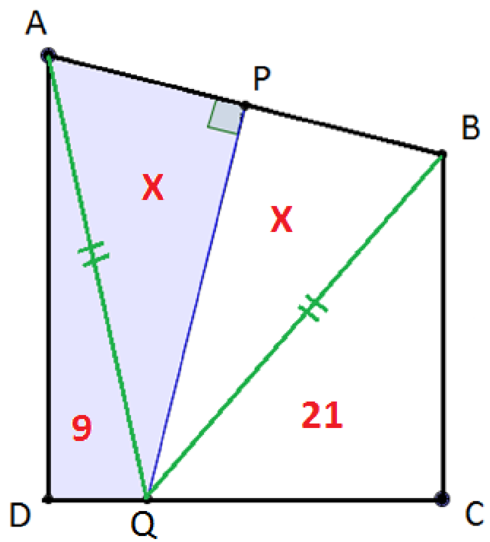
Logo $\quad [APQ] = X = [BPQ] \qquad (4)$

Substituindo (1), (2) ,(3) e (4) em (*) temos:

$$64 = 9 + X + X + 21 \;\Rightarrow\; 64 = 30 + 2X \;\Rightarrow\; X = \frac{34}{2}$$

Logo,

$$X = 17$$



$$[APDQ] = 9 + 17 = 26$$