



## Capítulo 3

# Os Inteiros e suas Propriedades

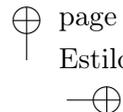
### 3.1 Os Inteiros

Dados dois números naturais  $a$  e  $b$ , até o momento, o número  $b - a$  só foi definido quando  $b \geq a$ . Como remediar esta situação? O jeito que os matemáticos encontraram para que seja sempre definido o número  $b - a$  foi o de ampliar o conjunto dos números naturais formando um novo conjunto  $\mathbb{Z}$  chamado de *conjunto dos números inteiros*, cujos elementos são dados ordenadamente como segue:

$$\dots \rightarrow (-3) \rightarrow (-2) \rightarrow (-1) \rightarrow (0) \rightarrow (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow \dots$$

Os números à esquerda do zero são chamados de *números negativos* e os à direita são chamados de *números positivos*. Os pares





de números 1 e  $-1$ , 2 e  $-2$ , 3 e  $-3$  etc., são chamados de *números simétricos*. O elemento 0, que não é nem positivo, nem negativo, é o seu próprio simétrico.

Em  $\mathbb{Z}$  temos uma relação de ordem que estende a relação de ordem de  $\mathbb{N}$ , onde declaramos  $a < b$  quando  $a$  se encontra à esquerda de  $b$ . Esta relação continua transitiva e total (i.e., satisfazendo à tricotomia). Os intervalos em  $\mathbb{Z}$  são definidos de modo análogo aos intervalos de  $\mathbb{N}$ .

Representando por  $-a$  o simétrico de  $a$ , seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que

$$-(-a) = a.$$

No conjunto  $\mathbb{Z}$ , temos definida a adição como segue:

Para todo número inteiro  $a$ , definimos  $a + b$  como sendo o número obtido pelo deslocamento de  $a$  para a direita de  $b$  posições, se  $b \geq 0$  ou de  $-b$  posições para a esquerda se  $b < 0$ . A adição no conjunto  $\mathbb{Z}$  continua tendo as propriedades comutativa e associativa e é compatível com a relação de ordem.

Definimos a diferença  $b - a$  como sendo o número obtido deslocando  $b$  para a esquerda  $a$  posições, se  $a > 0$ ; e deslocando  $b$  para a direita  $-a$  posições, se  $a < 0$ . Isto define uma operação em  $\mathbb{Z}$ , sem restrições, chamada de *subtração*. Assim, temos que a subtração é a operação inversa da adição e

$$b - a = b + (-a).$$

