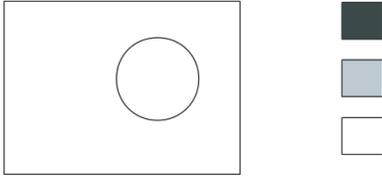


## 2º Encontro - Nível 2 - Contagem

1. Uma bandeira com a forma abaixo vai ser pintada utilizando duas das cores dadas.



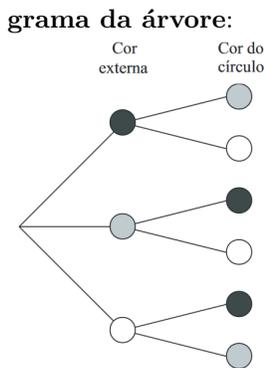
- a) Liste todas as possíveis bandeiras. Quantas são elas?

A partir do exemplo anterior, podemos definir o **Princípio Fundamental da Contagem** ou **Princípio Multiplicativo**:

“Se uma decisão  $D_1$  pode ser tomada de  $x$  modos distintos, e qualquer que seja essa escolha, a decisão  $D_2$  pode ser tomada de  $y$  modos distintos. Então o número de maneiras de tomarmos as decisões  $D_1$  e  $D_2$  é  $x \cdot y$ .”

Esta ideia pode ser generalizada para qualquer quantidade finita de decisões  $D_1, D_2, \dots, D_n$ .

Podemos ainda ilustrar a ideia do Princípio Multiplicativo por meio de uma **árvore de enumeração** ou **diagrama da árvore**:



2. Quantos são os números de três algarismos?
3. Quantos são os números pares de três algarismos distintos?
4. De quantos modos diferentes 6 pessoas podem ser colocadas em um fila? (Permutação Simples)
5. De quantos modos podem-se escolher três jogadores de um time de futebol para representá-lo em uma cerimônia de premiação? (Combinação Simples)
6. Quantos algarismos são escritos ao se escreverem os números inteiros de 1 a 100?
7. Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernardo, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate. Faça uma lista das possíveis escolhas e após, utilizando o Princípio Multiplicativo, forneça o número possíveis de escolhas.
8. João e Isabel lançam, cada um, um dado.
- a) Quantas são as possíveis combinações de resultados?
- b) Quantas são as possíveis somas que eles podem obter?
9. Dispomos de 5 cores distintas. De quantos modos podemos colorir os quatro quadrantes de um círculo, cada quadrante com uma só cor, se quadrantes cuja fronteira é uma linha não podem receber a mesma cor?
10. Liste todos os subconjuntos de  $\{1, 2, 3\}$ . Quantos são eles? De modo geral, quantos são os subconjuntos de um

conjunto que tem  $n$  elementos?

11. De quantos modos 3 pessoas podem se sentar em 5 cadeiras em fila?

12. De quantos modos 5 homens e 5 mulheres podem se sentar em 5 bancos de 2 lugares, se em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

13. De quantos modos podemos formar uma palavra de 5 letras de um alfabeto de 26 letras, se a letra A deva figurar na palavra, mas não pode ser a primeira letra da palavra? E se a palavra devesse ter letras distintas?

14. Um vagão de metrô tem 10 bancos individuais, sendo 5 de frente e 5 de costas. De 10 passageiros, 4 preferem se sentar de frente, 3 preferem se sentar de costas, e os demais não têm preferência. De quantos modos eles podem se sentar, respeitadas as preferências?

15. Escrevem-se os inteiros de 1 até 2222.

a) Quantas vezes o algarismo 0 é escrito?

b) Em quantos números aparece o algarismo 0?

16. Um correio vende cinco tipos diferentes de envelopes e quatro tipos de selos. De quantas maneiras pode-se comprar um envelope e um selo?

17. De quantas maneiras é possível escolher uma vogal e uma consoante da palavra "TOCAIA"?

18. Estão escritos em um quadro negro sete substantivos, cinco verbos e dois adjetivos. Podemos formar uma frase escolhendo uma palavra de cada tipo, sem nos importarmos sobre se a frase faz sentido ou não. Quantas frases podemos formar desta maneira?

19. Cada um de dois novos colecionadores tem 20 selos e 10 cartões postais. Dizemos que uma troca é justa se um selo é trocado por um selo e um cartão postal é trocado por um cartão postal. Quantas trocas é possível fazer entre esses dois colecionadores?

20. Quantos números com cinco algarismos têm todos os seus algarismos com a mesma paridade?

21. Quantos números de dez algarismos têm pelo menos dois algarismos iguais?

22. Será que os números com sete algarismos diferentes de 1 constituem mais de 50% de todos os números com sete algarismos?

23. De quantas maneiras podemos dividir 14 pessoas em sete pares?

24. Quantos números com nove algarismos têm a soma de seus algarismos par?

25. Jogamos um dado seis vezes. Entre todos os resultados possíveis, em quantos aparece pelo menos um seis?

26. O professor Carlão decidiu fazer uma questão de matemática que vale no total 10 pontos e possui três itens: a, b e c. Após elaborar os itens, ele ficou na dúvida sobre qual a melhor maneira de distribuir os 10 pontos entre os itens de modo que cada um valha um número inteiro positivo de pontos.

a) Joana, uma professora amiga de Carlão, sugeriu que o item c deveria valer o mesmo tanto de pontos que a soma dos itens a e b pois, segundo ela, o item c é mais difícil. Se Carlão seguir a sugestão de Joana, de quantos modos diferentes ele pode distribuir os pontos?

b) Desconsiderando a sugestão de Joana, ou seja, considerando que Carlão vai distribuir os pontos de uma maneira qualquer, de quantos modos diferentes ele pode distribuir os 10 pontos da questão entre os três itens?

27. João trabalha vendendo pacotes de previsão astrológica. Para incrementar as vendas de suas previsões, ele

oferece descontos caso pessoas de um mesmo signo queiram contratar seus serviços. No Horóscopo Grego, como existem exatamente 12 signos, portanto, em um grupo de 13 pessoas, sempre duas delas terão o mesmo signo e poderão se interessar pelo pacote promocional.

a) Qual o número mínimo de pessoas que um grupo deve possuir para ele ter certeza de que existirão pelo menos 3 pessoas de um mesmo signo do Horóscopo Grego?

b) No Horóscopo Chinês, também existem exatamente 12 signos. Se João quiser ter certeza de que, em determinado grupo de pessoas existirão duas possuindo exatamente os mesmos signos, tanto no Horóscopo Grego quanto no Horóscopo Chinês, qual o número mínimo de pessoas que tal grupo deve ter?

**28.** Em uma sala de aula há uma turma de dez alunos. Precisa-se escolher uma comissão de três alunos para representar esta turma, sendo a comissão composta por: um porta-voz, um diretor de artes e um assessor técnico. Nenhum aluno pode acumular cargos.

a) De quantas maneiras esta comissão pode ser formada?

b) Quantas comissões diferentes podem ser formadas com os alunos Leandro, Renato e Marcelo?

c) Considere agora comissões sem cargos específicos. Use os itens a) e b) anteriores para descobrir quantas comissões sem cargos específicos podem ser formadas.