**Roteiro de Estudos**

**OBMEP NA ESCOLA – 2018**

**N1 – CICLO 4**

Neste ciclo, continuando o estudo que foi iniciado no Ciclo 1, vamos voltar a estudar aritmética. Os principais conteúdos que serão desenvolvidos neste quarto ciclo são:

|  |  |
| --- | --- |
| Encontro 1* Notação posicional
* O algoritmo da divisão Euclidiana
* Fenômenos periódicos
* Padrões geométricos e aritméticos
 | Encontro 2* Múltiplos e divisores
* Critérios de divisibilidade
* Números primos e fatoração
* mmc e mdc
 |

- Textos:

Apostila do PIC “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar. <http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

* Notação posicional (seção 1.2)
* O algoritmo da divisão Euclidiana (seção 2.1)
* Fenômenos periódicos (seção 2.2)

Círculos de Matemática da OBMEP – Volume 1: primeiros passos em combinatória, aritmética e Álgebra – Bruno Holanda e Emiliano A. Chagas

* Percebendo padrões (capítulo 4)
* Múltiplos divisores e primos (capítulo 11)
* Dígitos e sistema decimal (capítulo 13)

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA 2018 – N1 – ciclo 4 – Encontro 1

**ENUNCIADOS**

**Exercício 1.** Retire 10 dígitos do número 12345123451234512345 de modo que o número remanescente seja o maior possível. E para formar o menor número, como deveríamos proceder?

**Exercício 2.** Determine o menor número com 10 algarismos tal que a soma dos seus algarismos é igual a 40.

**Exercício 3.** A figura a seguir indica a multiplicação do número de três algarismos A2A pelo número de um algarismo A. O resultado é o número de três algarismos B6B. Determine os algarismos A e B.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | 2 | A |
|  | x | A |
| B | 6 | B |

**Exercício 4.** O número 1089 tem uma propriedade interessante. Quando efetuamos a multipicação deste número por 9, obtemos o número 9801 que é o número 1089 com os seus algarismos escritos na ordem inversa.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 8 | 9 |
|  |  | × | 9 |
| 9 | 8 | 0 | 1 |

Encontre um número de cinco algarismos ABCDE que tem esta mesma propriedade. Ou seja, o resultado da multiplicação desse número por 9 é igual ao número de cinco algarismo EDCBA, que tem os algarismos do número ABCDE escritos na ordem inversa.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | D | E |
|  |  |  | × | 9 |
| E | D | C | B | A |

**Exercício 5.** Se o resto da divisão de um número  por 8 é igual a 5, então qual é o resto da divisão deste mesmo número  por 4?

**Exercício 6.** (2ª fase da OBMEP 2006 – Nível 1 – Questão 6)
A figura ao lado representa o traçado de uma pista de corrida. Os pontos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 quilômetros pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

1. Quais são os pontos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
2. E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são eses postos?
3. Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

**Exercício 7.** Considere a seguinte sequência de números:

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, .....

formada alternadamente pelos números 1, 2, 3, 4, 5 em ordem crescente e pelos números 5, 4, 3, 2, 1 escritos em ordem decrescente. Qual é o algarismo que aparece na posição 2015 desta sequência?

**Exercício 8.** Qual é algarismo da unidade da representação decimal do número $2^{2015}$?

**Exercício 9.** João decidiu nadar de três em três dias. O primeiro dia que ele nadou foi um sábado, o segundo dia foi uma terça-feira, o terceiro dia foi uma sexta-feira, e assim por diante. Em qual dia da semana João estará nadando pela centésima vez?

**Exercício 10.** (OBMEP 2013 – 1ª FASE – N1Q12) Qual é o algarismo das dezenas da soma



**Exercício 11. [números triangulares]** Observe a sequência de figuras.



A primeira figura possui 1 bolinha. A segunda figura possui 1+2=3 bolinhas. A terceira figura possui 1+2+3=6 bolinhas e a quarta figura possui 1+2+3+4=10 bolinhas. Continuando desse modo, calcule o número de bolinhas das figuras 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Qual é o número de bolinhas da centésima figura, ou seja, calcule o valor da soma $1+2+3+\cdots +100$.

**Exercício 12**. (XXVIII – 28ª OBM – 2006 – 1ª fase – N1Q13) Usando pastilhas de cerâmica preta na forma de quadradinhos foi composta uma decoração numa parede, mostrada parcialmente abaixo. Quantas pastilhas foram empregadas em toda a decoração considerando-se que na última peça montada foram utilizadas 40 pastilhas pretas?



**Exercício 13.** (Banco de Questões 2006 – pg 17) Uma faixa quadriculada tem 5 quadradinhos na altura e 250 quadradinhos no comprimento. Alguns quadradinhos serão pintados de cinza, começando da esquerda, conforme o modelo ilustrado na figura, e continuando com este padrão até chegar ao final da faixa à direita. Nesta faixa, quantos quadradinhos não serão pintados?



**Exercício 14.** (OBMEP 2014 – 1ª fase – N1Q18) Gustavo fez uma tira com 300 hexágonos, fixando-os pelos lados comuns com um adesivo redondo, como na figura. Quantos adesivos ele usou?



**Roteiro de Estudos**

**OBMEP NA ESCOLA – 2018**

**N1 – CICLO 4 – Encontro 2**

Este segundo encontro do ciclo 4 é uma continuação natural do primeiro encontro. Vamos continuar estudando a apostila do PIC “[encontros de aritmética](http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf)” de
L. Cadar e F. Dutenhefner, mas neste segundo encontro serão realizados estudos sobre as seguintes seções desta apostila.

* Múltiplos e divisores (seção 2.4)
* Números primos e fatoração (seção 2.5)
* Critérios de divisibilidade (seção 2.6)
* mmc e mdc (seções de 3.1 a 3.5)

Além desta apostila também indicamos as videoaulas do [Módulo de divisibilidade](http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=23) da 6ª série do Portal da Matemática.

Para aprofundar ainda mais os estudos, indicamos os seguintes materiais teóricos do Portal da Matemática:

* 6a série – Módulo: divisibilidade – Aula: múltiplos e divisores – material teórico:
<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/k2sgczml2e8k4.pdf>
* 6 a série – Módulo: divisibilidade – Aula: critérios de divisibilidade – material teórico:
<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/gfuewdw2kdcg4.pdf>
* 6 a série – Módulo: divisibilidade – Aula: mdc e mmc – material teórico, parte I:
<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/8ex39lt2qn8kw.pdf>
* 6 a série – Módulo: divisibilidade – Aula: mdc e mmc – material teórico, parte II:
<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/543nomntcq4o0.pdf>

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA 2018 – N1 – ciclo 4 – Encontro 2

**ENUNCIADOS**

**Exercício 1.**

Uma professora tem 237 balas para dar a seus 31 alunos. Qual é o número mínimo de balas a mais que ela precisa conseguir para que todos os alunos recebam a mesma quantidade de balas, sem sobrar nenhuma para ela?

**Exercício 2.**

Um certo número inteiro positivo, quando dividido por 15 dá resto 7. Qual é a soma dos restos das divisões desse número por 3 e por 5?

**Exercício 3.** (Prova da 1ª fase OBMEP 2015 – Nível 1 – Questão 14)

Observe as engrenagens da figura. Quantas voltas a engrenagem com 12 dentes deve dar ara que a engrenagem com 9 dentes dê 200 voltas?



**Exercício 4.** (Prova da 1ª fase OBMEP 2015 – Nível 1 – Questão 2) O número  é múltiplo de 7. Qual dos números abaixo também é múltiplo de 7 ?



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

**Exercício 5.** Mariana subtraiu do maior múltiplo de 41 com quatro algarismos o menor múltiplo de 41 também com quatro algarismos. Qual é o resultado desta subtração?

**Exercício 6.** (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 13) O produto de um número de dois algarismos pelo número formado pelos mesmos dois algarismos, escritos em ordem inversa, é 2944. Qual é a soma dos dois números multiplicados?

**Exercício 7.** (Prova da 1ª fase da OBMEP 2012 – N1 – questão 17) Um feirante tem cinco cestas que contêm limões e laranjas. A quantidade total de frutas em cada cesta está indicada pelo número correspondente. Ele apontou para uma das cestas e disse: “Se eu vender esta cesta, o número de limões passará a ser o dobro do número de laranjas”. Quantas frutas tem a cesta para a qual ele apontou?



**Exercício 8.** (Prova da 1ª fase da OBMEP 2011 – N1 – questão 18) Um salão de festas comporta 700 pessoas, entre convidados e garçons. Um garçom atende no máximo 10 convidados e todo convidado deve ser atendido por um garçom. Qual é o número máximo de pessoas que podem ser convidadas para uma festa nesse salão?

**Exercício 9.** Qual é o resto da divisão do resultado da soma 
por 4 ?



**Exercício 10.** (Prova da 2ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 6)

Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio

$$3\rightarrow 1\rightarrow 3\rightarrow 2\rightarrow 3\rightarrow 11\rightarrow 1$$

ela obtém $3×1×3×2×3×11×1=594$.

1. Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.
2. Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.
3. Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.
4. Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

**Exercício 11.** Dois rolos de arame, um de 210 metros e o outro de 330 metros, devem ser cortados em pedaços de mesmo comprimento. De que modo isto pode ser feito se desejamos obter a menor quantidade possível de pedaços?

**Exercício 12.** Uma lâmpada pisca de 14 em 14 segundos e outra lâmpada pisca de 20 em 20 segundos. Um cronômetro zerado foi ligado exatamente quando estas lâmpadas piscaram juntas. Se o cronômetro foi desligado na primeira vez que as lâmpadas piscaram juntas novamente, que tempo ele marcou?

**Exercício 13.** No conjunto dos números inteiros de 1 até 2017, quantos são os números:

1. que são múltiplos de 18 e de 24 ao mesmo tempo?
2. que são múltiplos de 18 ou que são múltiplos de 24?

**Exercício 14.** Qual é a menor quantidade possível de placas quadradas que são necessárias para cobrir uma superfície retangular com 105 centímetros de largura por 165 centímetros de comprimento?