Nome\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ data\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**OBMEP NIVEL 1**

**Paridade:**

Dica: A soma de dois números pares é par. De fato, os dois números podem ser escritos na forma 2a e 2b, cuja soma é 2(a + b), logo par.

A soma de um número par com um número ímpar é ímpar. De fato, um dos números é da forma 2a e o outro 2b + 1, cuja soma é 2(a + b) + 1, logo ímpar.

Por exemplo, se quisermos saber a paridade do número 2010 × 11200 + 2119 não será necessário desenvolver as contas indicadas para saber se o resultado final é par ou ímpar. O que fazemos é substituir na expressão acima o número 20 por 0, por ser par; e os números 11 e 21 por 1, por serem ímpares. Obtemos, assim, a expressão 0 10 × 1 200 + 1 19

1. Os números de 1 a 10 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar sinais de “mais” e de “menos” entre eles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?
2. Escrevendo dois números pares e somando, o resultado obtido ´e par ou ´ımpar? Repetindo este experimento com outros números impares, você poderá obter uma soma par ou ımpar? Justifique a sua conclusão.
3. A soma de um numero par com um numero ´ımpar, é par ou impar? E se somarmos uma quantidade par de números ımpares? E a soma de uma quantidade ´ımpar de números ´ımpares, e a soma de uma quantidade impar de numero par?
4. E poss´ıvel trocar uma ´ nota de 25 rublos em dez notas com valores 1, 3 ou 5 rublos?
5. Para quais valores de n a soma dos números de 1 ate n e par?
6. Qual ´e o valor da soma 1 + 2 + 3 + · · · + 2014? Esta soma ´e par ou ´e ´ımpar?
7. Um tabuleiro 5 × 5 pode ser coberto por dominos 1 × 2?
8. “Um número foi obtido permutando-se os algarismos de outro número. a) A soma desses dois números pode ser igual a 9999? b) Essa soma poderia ser igual a 99999?”
9. “Em um quartel existem 100 soldados e, todas as noites, três deles são escolhidos para trabalhar de sentinela. É possível que após certo tempo um dos soldados tenha trabalhado com cada um dos outros exatamente uma vez”.
10. Determine a paridade do seguinte número:

(123 275 + 346 231)234 + (3 451 + 4 532)542 .

1. Qual é a paridade da soma dos números naturais de um a 10? E de seu produto?

**Contagem:**

1. Todas as peças de um dominó foram colocadas em uma cadeia de modo que o número de bolinhas nas extremidades de dois dominós consecutivos são iguais. Se uma das extremidades da cadeia contém 5 bolinhas, qual é o número de bolinhas da outra extremidade da cadeia?
2. Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?
3. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?
4. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?
5. Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar uma das peças que ele gostou da loja?
6. Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?
7. (Fomin, capítulo 2) No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?
8. Quantos são os números de dois algarismos distintos?
9. Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?
10. Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?
11. Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernado, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate. De quantas maneiras diferentes eles podem escolher?
12. Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?
13. Considere as seguintes letras A, B, C, D, E, F. (a) Quantos anagramas, com duas letras diferentes, podem ser formados com duas destas 6 letras? (b) Quantos anagramas, com duas letras diferentes, e que possuem a letra A, podem ser formados com duas destas 6 letras? (c) Quantos anagramas de duas letras, começando com uma consoante e terminando com uma vogal, podem ser formados com estas letras?
14. Um time de futebol de campo com 11 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. (a) De quantas maneiras esta escolha pode ser feita? (b) Neste caso é viável listar todas estas possibilidades?

Geometria:

1. Em um triângulo, uma mediana (Reta que divide o lado pela metade) divide sua área em partes iguais. Logo, com relação a figura abaixo, e sabendo que as retas são paralelas. Qual dos triângulos tem a maior área?



1. O triângulo ABC da figura abaixo tem área igual a 30. O lado BC está dividido em quatro partes iguais, pelos pontos D, E e F, e o lado AC está dividido em três partes iguais pelos pontos G e H. Qual é a área do triângulo GDE?





1. Na figura, o quadrado ABCD tem area 40 cm2 . Os pontos P, Q, R e S sao pontos medios dos lados do quadrado e T ´e o ponto medio do segmento RS. Qual a area do triangulo PQT?



1. Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retˆangulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto P no interior do retˆangulo e recortou os triˆangulos sombreados como na figura. Com estes triˆangulos, ela montou o quadril´atero da direita. Qual ´e a ´area do quadril´atero?



1. A figura representa um retˆangulo de 120 m2 de ´area. Os pontos M e N s˜ao os pontos m´edios dos lados a que pertencem. Qual ´e a ´area da regi˜ao sombreada?



1. Dois quadrados de papel se sobrep˜oem como na figura. A regi˜ao n˜ao sobreposta do quadrado menor corresponde a 52% de sua ´area e a regi˜ao n˜ao sobreposta do quadrado maior corresponde a 73% de sua ´area. Qual ´e a raz˜ao entre o lado do quadrado menor e o lado do quadrado maior?



1. A figura mostra um retˆangulo de ´area 720 cm2 , formado por nove retˆangulos menores e iguais. Qual ´e o per´ımetro, em cent´ımetros, de um dos retˆangulos menores?



1. A figura mostra um quadrado com suas diagonais e segmentos que unem os pontos m´edios de seus lados. A ´area sombreada corresponde a que fra¸c˜ao da ´area do quadrado?
2. Na figura as circunferˆencias de centros A e B s˜ao tangentes aos lados do retˆangulo e tˆem diˆametros iguais a 4 cm. A distˆancia entre os pontos R e S ´e 1 cm. Qual ´e o per´ımetro do retˆangulo?
3. Um quadrado de papel de 20 cm de lado, com a frente branca e o verso cinza, foi dobrado ao longo das linhas pontilhadas, como na figura. Qual ´e a ´area da parte branca que ficou vis´ıvel?

