

**Formação de Professores da Educação Básica e de Alunos de Licenciatura  
OBMEP na Escola e PIC 2016  
Grupo N1 - Ciclo 6**

Neste sexto ciclo serão realizados os seguintes encontros:

- Sexto encontro de formação entre professores, alunos e o coordenador.
- **Aritmética 6:** algoritmo de Euclides para o cálculo do mdc.
- **Contagem 6:** resolução de exercícios.
- **Geometria 6:** Teorema de Pitágoras.

**Aritmética 6: algoritmo de Euclides para o cálculo do mdc**

- Assuntos a serem abordados:

**Aritmética** – algoritmo de Euclides para o cálculo do mdc.

- Texto a ser estudado com os alunos: o professor deverá explicar aos alunos as seções 4.1 e 4.2 da apostila do PIC “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar.  
<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

- Vídeoaulas do Portal da Matemática:

6º Ano do Ensino Fundamental – Módulo “Divisibilidade” – Aula “MDC e MMC”

– vídeoaulas:

- [Exercícios de mdc](#)
- [Exercícios de mmc](#)

- Sugestão para o desenvolvimento da aula: Nas aulas anteriores foram estudados os conceitos de mdc e de mmc e também foram apresentadas algumas estratégias para o cálculo do mdc e do mmc. Além disso, esses conceitos foram utilizados na resolução de alguns problemas contextualizados. Agora nesta sexta aula, pretende-se trabalhar com o algoritmo de Euclides para o cálculo do mdc. Na apostila Encontros de Aritmética, este algoritmo está apresentado nas seções 4.1 e 4.2.

**Obsevação:** No Fórum Hotel de Hilbert, clicando sucessivamente em:

[Salas da comunidade](#)

[Salas de estudo](#)

[\(3\) Temas para estudo individual](#)

[Tema 2: Algoritmo de Euclides para determinação de MDC](#)

[I - Algoritmo de Euclides para determinação de MDC](#)

você vai encontrar uma sala onde o algoritmo de Euclides está muito bem explicado e ilustrado. Além disso, nesta sala você vai encontrar uma maquineta em Excel que faz o cálculo das divisões sucessivas utilizadas no algoritmo de Euclides. Recomendamos fortemente que todos os alunos e professores estudem detalhadamente as explicações desta Sala de Estudos.

## Contagem 6: resolução de exercícios

### Exercício 1.

- (a) Quantos são os anagramas da palavra **CINEMA**.
- (b) Em quantos destes anagramas as letras **CI** aparecem juntas e nesta ordem?
- (c) Em quantos anagramas a letra **A** aparece antes (a esquerda) da letra **E**

**Exercício 2.** Em um corredor existem 5 portas e você possui um chaveiro com as 5 chaves dessas portas. Quantas vezes, no mínimo, você deve testar as chaves nas portas para ter a certeza de conseguir identificar a chave correta de cada uma das cinco portas

**Exercício 3.** Em cada caso, calcule a quantidade de divisores positivos dos números dados.

- (a)  $2^3 \cdot 7^2$
- (b)  $2^3 \cdot 3^2$
- (c)  $2 \cdot 6^2$
- (d)  $3^5 \cdot 5^4$
- (e)  $2 \cdot 3^7 \cdot 5^6$

Observação: Veja o exemplo 35 da página 53 da apostila [Encontros de Aritmética](#). No Portal da Matemática, assistir os vídeos: 6º Ano do Ensino Fundamental – módulo de “divisibilidade” – aula “conjunto e quantidade de divisores” – videouaulas:

- [Conjunto e quantidade de divisores](#)
- [Exercícios sobre quantidade de divisores](#)

**Exercício 4.** Quantos são os números inteiros positivos de 5 algarismos que não têm algarismos adjacentes iguais?

**Exercício 5.** Considere todos os números naturais com cinco algarismos distintos formados pelas permutações dos algarismos do número 13459. Coloque todos estes números em fila, em ordem crescente. Em qual posição desta fila está o número 54931?

**Exercício 6. (OBM 2009 – N2Q7 – 1ª fase)** Um número natural  $A$  de três algarismos *detona* um número natural  $B$  de três algarismos se cada algarismo de  $A$  é maior do que o algarismo correspondente de  $B$ . Por exemplo, 876 detona 345; porém, 651 não detona 542 pois  $1 < 2$ . Quantos números de três algarismos detonam 314?

**Exercício 7.** Com os elementos do conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  são formados números com três algarismos distintos. Em quantos desses números a soma dos algarismos é par?

**Exercício 8.** Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

**Exercício 9.** Quantos são os números pares com três algarismos distintos?

**Exercício 10.** Um cubo de madeira com 10 cm de aresta tem as suas faces coloridas de azul. Se este cubo foi inteiramente dividido em cubinhos com 1 cm de aresta, calcule:

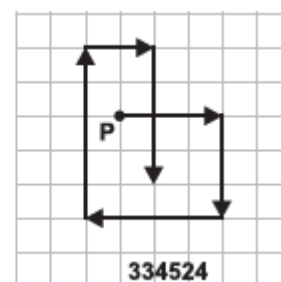
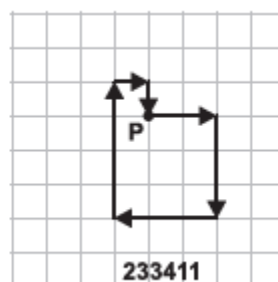
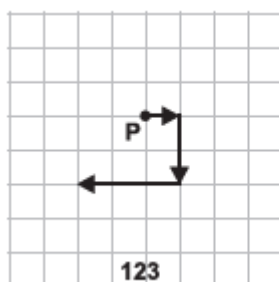
- (a) A quantidade total de cubinhos.
- (b) A quantidade de cubinhos com nenhuma face colorida de azul.
- (c) A quantidade de cubinhos com exatamente uma face colorida de azul.
- (d) A quantidade de cubinhos com exatamente duas faces coloridas de azul.
- (e) A quantidade de cubinhos com exatamente três faces coloridas de azul.
- (f) A quantidade de cubinhos com mais de três faces coloridas de azul.

**Exercício 11.**

- (a) Liste todos os subconjuntos de um conjunto  $\{a, b\}$  com dois elementos.
- (b) Liste todos os subconjuntos de um conjunto  $\{a, b, c\}$  com três elementos.
- (c) Considere agora um conjunto  $\{a, b, c, d\}$  com quatro elementos. Para listar todos os subconjuntos desse conjunto, observe que existem duas possibilidades: ou o subconjunto não contém o elemento  $d$ , e daí ele é um subconjunto de  $\{a, b, c\}$ , ou o subconjunto contém o elemento  $d$ , e daí ele é a união de um subconjunto de  $\{a, b, c\}$  com o conjunto  $\{d\}$ . Desta observação conclua que o conjunto  $\{a, b, c, d\}$ , de quatro elementos, possui o dobro de subconjuntos do conjunto  $\{a, b, c\}$ , de três elementos.
- (d) Conclua que um conjunto com  $n$  elementos possui  $2^n$  subconjuntos.

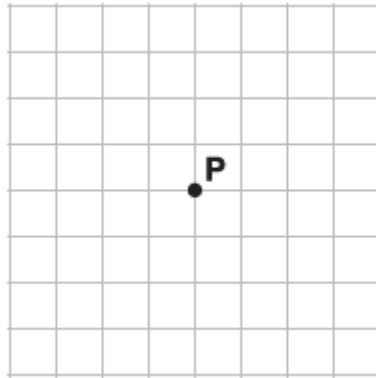


**Exercício 12. (OBMEP 2013 - N2Q4 – 2ª fase)** A assinatura geométrica de um número natural formado por algarismos diferentes de 0 é uma seqüência de segmentos traçados sobre um quadriculado cujos quadradinhos têm 1 cm de lado. Os segmentos são traçados a partir de um ponto fixo P, para a direita, para baixo, para a esquerda, para cima, para a direita e assim por diante. O tamanho dos segmentos depende dos algarismos do número, como exemplificado a seguir.



Para obter a assinatura geométrica do número 334524, traça-se um segmento de 3 cm para a direita a partir de P, outro de 3 cm para baixo, outro de 4 cm para a esquerda, outro de 5 cm para cima, outro de 2 cm para a direita e outro de 4 cm para baixo. Na figura, vemos as assinaturas geométricas dos números 123, 233411 e 334524.

(a) Trace no quadriculado a assinatura geométrica do número 123456.



(b) Quantos são os números de quatro algarismos que têm assinatura geométrica fechada, isto é, começando e terminando em P?

(c) Quantos são os números de cinco algarismos que têm assinatura geométrica fechada?



## Geometria 6: Teorema de Pitágoras

- Assuntos a serem abordados:

**Geometria** – Teorema de Pitágoras

- Texto a ser estudado com os alunos: o professor deverá explicar aos alunos a seção 8.2 da apostila do PIC “Encontros de Geometria”, F. Dutenhfner, L. Cadar.  
<http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>.

- Vídeoaulas canal PICOBMEP no YouTube:

No canal [PICOBMEP](#) no YouTube existe uma playlist com 12 vídeoaulas sobre o Teorema de Pitágoras. Para os alunos do nível 1, entre esses 12 vídeos, recomendamos:

[Aula 1 – 1ª Demonstração: uma demonstração sem contas](#)

[Aula 2 – 2ª Demonstração: calculando área de duas maneiras diferentes](#)

[Aula 3 – Demonstração de Perigal - Parte 1](#)

[Aula 4 – Demonstração de Perigal - Parte 2](#)