Videoaulas do Portal da Matemática para ajudar nos estudos

Aritmética 1

Módulo: “Números Naturais – Representação, Operações e Divisibilidade”
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=52
Videoaula: “Multiplicação, pares e ímpares”.

Módulo: “Sistemas de Numeração e Paridade”
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=53
Videoaulas: “Problemas envolvendo paridade”, “Problemas com dominós”.

8º Ano do Ensino Fundamental – Módulo: “Números Naturais: Contagem, Divisibilidade e Teorema da Divisão Euclidiana”
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=33
Videoaulas: “Números Pares e Ímpares: Resolução de Exercícios OBMEP”, “Teorema da Divisão Euclidiana”, “Divisibilidade: Resolução de Exercícios – Parte 3”, “Divisibilidade: Resolução de Exercícios – Parte 4”, “Divisibilidade: Resolução de Exercícios – Parte 5”.

Contagem 1

Videoaulas do Portal da Matemática:
2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “Princípios Básicos de Contagem”
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=15#
Videoaulas: “Princípio Fundamental da Contagem”, “Exercícios sobre o Princípio Fundamental de Contagem – Parte 1”, “Exercícios sobre o Princípio Fundamental de Contagem – Parte 2”.

Geometria:

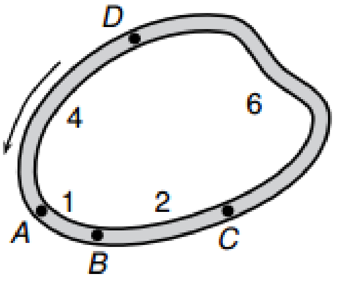
9º Ano do Ensino Fundamental – Módulo: “Áreas de Figuras Planas”
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=20
Videoaulas: “Área de Figuras Planas – Parte 1: Retângulos”, “Área de Figuras Planas – Parte 2: Paralelogramos e Triângulos”, “Área de Figuras Planas – Parte 3: Losangos, Trapézios, Polígonos Regulares de *n* Lados e Círculos”.

Questões que devem ser resolvidas para as aulas de sexta e sábado

Aritmética

OBMEP 2006

(2) A figura representa o traçado de uma pista de corrida. Os postos *A*, *B*, *C* e *D* são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha.
Por exemplo, uma corrida de 17 km pode ser realizada com partida em *D* e chegada em *A*.



(a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?

(b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?

(c) Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

OBMEP 2007

(4) Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são as seguintes:

1. eles começam uma partida com 128 palitos cada um;
2. em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá metade dos palitos que tem para Fernando.
3. eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.

Veja o que acontece em uma partida onde a seqüência das três primeiras jogadas é **par**, **ímpar**, **par**:

Fernando	Isaura		Fernando	Isaura		Fernando	Isaura		Fernando	Isaura	
128	128	**par** → 1ª jogada	64	192	**ímpar** → 2ª jogada	160	96	**par** → 3ª jogada	80	176	...

(a) Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.

(b) Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?

(c) Qual foi a seqüência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?

(d) Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

OBMEP 2011

2. Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \to 22 \to 11 \to 12 \to 6 \to 3 \to 4 \to 2 \to 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma *sequência ímpar*.

a) Escreva a sequência que começa com 37.

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Não se esqueça de justificar sua resposta.

Contagem

OBMEP 2012

3. Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

a) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de $3 \times 2 \times 2$ maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?

b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?

c) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?

d) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.

BANCO DE QUESTÕES 2013

2 *Clube de ciclistas*

Os ciclistas têm aversão ao número zero (porque é oval) e ao número oito (porque assim ficam as rodas após os acidentes). Quantos sócios podem se inscrever num clube de ciclistas se cada um deve possuir uma identificação de três dígitos, sem usar o dígito zero nem o dígito oito?

BANCO DE QUESTÕES 2014

17 *Papai Noel*

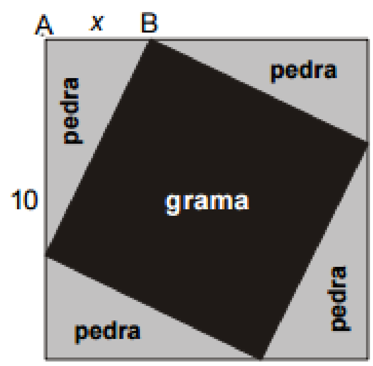
Papai Noel chegou à casa de Arnaldo e Bernaldo carregando dez brinquedos distintos e enumerados de 1 a 10 e disse a eles: "o brinquedo número 1 é para você, Arnaldo e o brinquedo número 2 é para você, Bernaldo. Mas esse ano, vocês podem escolher ficar com mais brinquedos contanto que deixem ao menos um para mim". Diga de quantos modos Arnaldo e Bernaldo podem dividir entre eles o restante dos brinquedos.

Geometria

OBMEP 2005 Respostas sem justificativa não serão consideradas.

QUESTÃO 4

Um prefeito quer construir uma praça quadrada de 10 m de lado, que terá quatro canteiros triangulares de pedra e um canteiro quadrado de grama, como na figura. O prefeito ainda não decidiu qual será a área do canteiro de grama, e por isso o comprimento do segmento *AB* está indicado por *x* na figura.



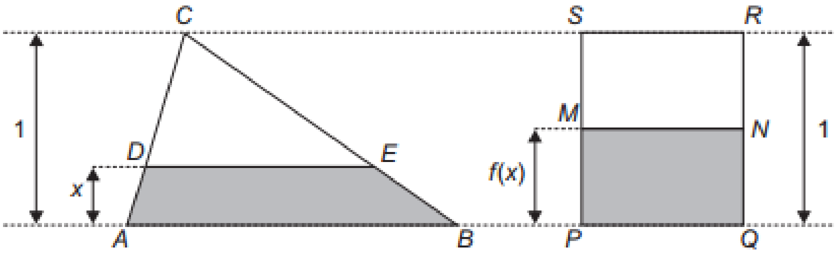
A) Calcule a área do canteiro de grama para $x = 2$.
B) Escreva a expressão da área do canteiro de grama em função de x.

Sabe-se que o canteiro de grama custa R$ 4,00 por metro quadrado e os canteiros de pedra custam R$ 3,00 por metro quadrado. Use esta informação para responder aos dois itens a seguir.

C) Qual a menor quantia que o prefeito deve ter para construir os cinco canteiros?
D) Se o prefeito tem apenas R$ 358,00 para gastar com os cinco canteiros, qual é a área do maior canteiro de grama que a praça poderá ter?

OBMEP 2008

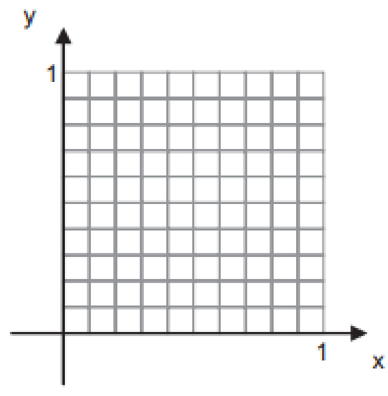
(3) Na figura, o triângulo *ABC* e o retângulo *PQRS* têm a mesma área e a mesma altura 1. Para cada valor de x entre 0 e 1 desenha-se o trapézio *ABED* de altura x e depois o retângulo *PQNM* de área igual à do trapézio, como na figura. Seja f a função que associa a cada x a altura do retângulo *PQNM*.



(a) Qual é a razão entre *AB* e *PQ*?

(b) Qual é o valor de $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$?

(c) Ache a expressão de $f(x)$ e desenhe o gráfico de f.



OBMEP 2009

(5) Dois triângulos retângulos isósceles com catetos de medida 2 são posicionados como mostra a figura 1. A seguir, o triângulo da esquerda é deslocado para a direita. Nas figuras 2 e 3, x indica a distância entre os vértices *A* e *B* dos dois triângulos.

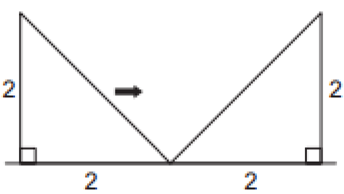


Figura 1

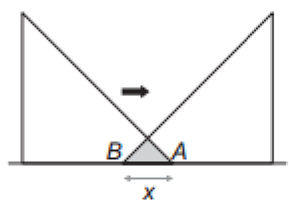


Figura 2

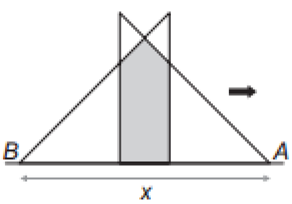


Figura 3

Para cada x no intervalo [0,4], seja $f(x)$ a área da região comum aos dois triângulos (em cinza nas figuras).

(a) Calcule $f(1)$ e $f(3)$.

(b) Encontre as expressões de f nos intervalos [0,2] e [2,4] e esboce o seu gráfico.

(c) Qual é a área máxima da região comum aos dois triângulos?