Assunto: Permutações, arranjos e combinações.

Exercícios:

1) Simplifique as expressões:

a) 10!.11 = **11!** b) n!.(n+1) = **(n+1)!** c)n!/(n-1)! = **n**

2) Calcule 100!/98! = 100.99.~~98!~~ /~~98!~~ = 100.99 = **9900**

3) De quanta maneira podemos arrumar quatro bolas, de cores vermelha, preta, azul e verde, em uma fileira? **4.3.2.1 = 24 maneiras.**

4) Calcule o número de palavra diferentes que podem ser obtidas rearrumando-e as letra de cada palavra a seguir:

a) VETOR = P5 = 5! = **120**

b) CAMA = P4/P2 = 4!/2! = 4.3 = **12**

c) CARAVANA = P8/P4 = 8!/4! = 8.7.6.5 = **1680**

d) INTIMIDADE = P10/P3.P2 = 10!/3!.2! = 10.9.8.7.6.5.2 = **302400**

e) MATEMATICAMENTE = P15/P3.P3.P3.P3 = 15!/3!.3!.3!.3! = 15.14.13.2.10.3.4.7.5.4 = **91728000**

Exercícios do livro do PIC sobre contagem; CAP 4 - começa na página 36 - 1 ao 17. O 9 e o 12 são casos gerais, ficam como desafio.

Exercícios

1) De quantos modos podemos formar uma roda com 5 meninos e 5 meninas de modo que crianças de mesmo sexo não fiquem juntas?

2) De quantos modos podemos formar uma roda de ciranda com 6 crianças, de modo que duas delas, Vera e Isadora, não fiquem juntas?

**Começo calculando o número total de rodas: 6!/6 = 120 (permuto as seis crianças e divido por 6, por se tratar de uma roda). Agora, tiro as rodas nas quais elas ficam juntas: tenho duas opções de ordem, pois são duas meninas. Mas, como elas têm que ficar juntas, são contadas como se fossem uma só. Para permutar as outras quatro pessoas, tenho 4! = 24. Multiplicando por 2: 24.2 = 48.**

**120-48 = 72 modos.**

3) De quantos modos é possível dividir 15 atletas em três times de 5 atletas, denominados Esporte, Tupi e Minas?

**Para formar o Esporte, tenho 15!/10!.5! = 3003. Para formar o Tupi, tenho 10!/5!.5! = 252. Para formar o Minas, tenho apenas uma opção (os três atletas que restaram). Multiplicando tudo: 3003.252.1 = 756756 modos.**

4) De quantos modos é possível dividir 15 atletas em três times de 5 atletas?

**Como não tenho times específicos, basta dividir o resultado anterior por 3!, permutando os três times. 756756/6 = 126126 modos.**

5) De quantos modos é possível dividir 20 objetos em 4 grupos de 3 e 2 grupos de 4?

6) Um campeonato é disputado por 12 clubes em rodadas de 6 jogos cada. De quantos modos é possível selecionar os jogos da primeira rodada?

7) Quantos são os anagramas da palavra ESTRELADA?

**P9/P2.P2 = 9!/2!.2! = 9.8.7.6.5.4.3 = 90720 anagramas.**

8) Quantos são os números naturais de 7 algarismos nos quais o algarismo 4 figura exatamente 3 vezes e o algarismo 8 exatamente 2 vezes?

* **Quando o número começa com 4, tenho uma opção para a 1ª casa. Para distribuir os outros dois “quatros”, tenho 15 opções (C26). Para distribuir os “oitos”, tenho 6 opções (C24). Restaram duas casas, onde posso usar oito algarismos (8.8 = 64). 🡺15.6.64 = 5760.**
* **Quando o número começa com 8, tenho uma opção para a 1ª casa. Para colocar o “outro oito”, tenho 6 opções. Para colocar os “quatros”, tenho 10 modos (C35). Para o dígito que falta, tenho 8.8 = 64 opções. 🡺6.10.64 =3840.**
* **Quando não começa nem com 4 nem com 8, tenho 7 opções para a 1ª casa (não uso 0, 4 nem 8). Para colocar os “quatros”, tenho C36 = 20 modos. Para colocar os “oitos”, tenho C23 = 3 modos. Para o dígito restante, tenho 8 formas (tiro o 4 e o 8). 🡺7.20.3.8 = 3360.**

**Somando os três resultados, tenho 12960 números.**

9) Quantos são os subconjuntos de {a1, a2, . . . , an}, com p elementos, nos quais:

(a) a1 figura?

(b) a1 não figura?

(c) a1 e a2 figuram?

(d) pelo menos um dos elementos a1, a2 figura?

(e) exatamente um dos elementos a1, a2 figura?

10) Considere um conjunto C de 20 pontos do espaço que tem um subconjunto C1 formado por 8 pontos coplanares. Sabe-se que toda vez que 4 pontos de C são coplanares, então, eles são pontos de C1. Quantos são os planos que contêm pelo menos três pontos de C?

11) Quantos são os anagramas da palavra PARAGUAIO que não possuem consoantes juntas?

**\_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_**

**São seis vogais (AAAUIO). Posso permutá-las de 6!/3! = 120 formas.**

**Supondo que eu tenha deixado assim:**

**\_\_ A \_\_ A\_\_ A \_\_ U \_\_ I \_\_ O \_\_**

**Tenho 7 opções para a primeira consoante, 6 opções para a segunda consoante e 5 opções para a terceira consoante.**

**🡺120.7.6.5 = 25200 anagramas.**

12) De quantos modos podemos selecionar p elementos do conjunto {1, 2, . . . , n} sem selecionar dois números consecutivos?

13) Depois de ter dado um curso, um professor resolve se despedir de seus 7 alunos oferecendo, durante 7 dias consecutivos, 7 jantares para 3 alunos cada, de modo que o mesmo par de alunos não compareça a mais de um jantar.

(a) Prove que cada aluno deve comparecer a exatamente 3 jantares.

**Um aluno 1 vai ao seu 1º jantar com os alunos 2 e 3. Ao 2º jantar, vai com os alunos 4 e 5. Ao 3º jantar, vai com os alunos 6 e 7. Isso vale para todos. Não tem mais alunos, nem mais jantares, portanto cada aluno deve comparecer a exatamente 3 jantares.**

(b) De quantos modos o professor pode fazer os convites para os jantares?

14) Em uma escola, um certo número de professores se distribuem em 8 bancas examinadoras de modo que cada professor participa de exatamente duas bancas e cada duas bancas têm exatamente um professor em comum.

(a) Quantos são os professores?

(b) Quantos professores há em cada banca?

15) Quantas são as soluções inteiras e positivas de x + y + z = 7?

16) Quantas são as soluções inteiras e não negativas da desigualdade x + y + z ≤ 6?

17) Uma indústria fabrica 5 tipos de balas, que são vendidas em caixas de 20 balas, de um só tipo ou sortidas. Quantos tipos diferentes de caixa podem ser fabricados?