1° Propriedade- Note também que se $d|a$, então $-d \mid a, d|(-a)$ e $(-d)|(-a)$.

2° Propriedade- Note que se a e d são números naturais, com $a \neq 0$, e se $d \mid a$, então $d \leq a$. De fato, sendo a um múltiplo natural não nulo do número natural d, sabendo que $a \geq d$.

Problema 3.10= Mostre que as duas propriedades acima segue que se a é um inteiro não nulo, os divisores de a são em número finito.

Resolução- Suponha que $a > 0$, queremos mostrar que se

$$d \mid a \rightarrow -a \leq d \leq a$$

Se $d > a \rightarrow d$ não divide a, logo $d \leq a$.

Se $d < -a \rightarrow -d > a \rightarrow -d$ não divide a o que implica que d não divide a.

Portanto, se $d \mid a$ então:

$$-a \leq d \leq a$$

Mas, existe apenas um número finito de números inteiros entre $-a$ e a.

Um número d é divisor comum de a e b, não ambos nulos, se, e somente se, ele é um divisor comum de a e $b - a$.

Tomando o máximo divisor comum, obtemos a seguinte identidade:

$$mdc(a, b) = mdc(a, b - a),$$

que permite ir reduzindo sucessivamente o cálculo do mdc de dois números ao cálculo do mdc de números cada vez menores.

Dois números inteiros, não ambos nulos, serão ditos primos entre si se não forem múltiplos de um mesmo número diferente de 1 e de -1.

Portanto, dois inteiros $a\ e\ b$, não ambos nulos, são primos entre si se os únicos divisores comuns de $a\ e\ b$ são 1 e -1, o que equivale a dizer que $mdc(a, b) = 1$.

Observação: Dois números primos distintos são sempre primos entre si.

Dois números consecutivos são sempre primos entre si. De fato podemos escrever os dois números na forma $n\ e\ n + 1$, logo

$$mdc(n, n + 1) = mdc(n, n + 1 - n) = mdc(n, 1) = 1$$