ENCONTRO 11 – 04/11/2016

Probabilidade Condicional

Probl. I) Médicos brasileiros e médicos cubanos.

	Alergistas (A)	Dermatologistas (D)	
Brasileiro (B)	50	70	120
Cubano (C)	60	40	100
	110	110	220

Escolhendo um médico ao acaso, desse grupo, qual a probabilidade de ele ser:

a) Dermatologista?

b) Dermatologista, sabendo que é cubano?

c) Cubano, na certeza que é dermatologista?

d) Alergista, dado que é brasileiro?

Probl. I) Médicos

$$a)\ P = \frac{110}{220} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Probl. I) Médicos

$$b)\ P = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 40\%$$

Probl. I) Médicos

$$c)\ P = \frac{40}{110} = \frac{4}{11} = 36\%$$

Probl. I) Médicos

$$d)\ P = \frac{50}{120} = \frac{5}{12} = 42\%$$

Probl. I) Médicos

Usando a notação de probabilidade:

$b)\ P(D|C) =$ probabilidade de ocorrer o evento D, tendo ocorrido o evento C.

$c)\ P(C|D) =$ probabilidade de ocorrer o evento C, tendo ocorrido o evento D.

$d)\ P(A|B) =$ probabilidade de ocorrer o evento A, tendo ocorrido o evento B.

Tem-se assim:

$P(A|B) = \dfrac{50}{120}$ dividindo o numerador e o denominador pela quantidade total de médicos

$$P(A|B) = \frac{\frac{50}{220}}{\frac{120}{220}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probl.II) Um baralho consiste em 100 cartões numerados de 1 à 100. Retiram-se dois cartões ao acaso (sem reposição). A probabilidade de a soma dos dois números dos cartões seja igual a 100 é:

a) 49/4950 b) 50/4950 c) 49/5000 d) 51/4851

Probl. II)

Não posso tirar o 50 e nem o 100, porque não tem nenhum valor no baralho, que somado à eles resulte em 100. Então, tenho 98 casos favoráveis em 100 casos possíveis.
Depois de tirar o primeiro número, apenas 1 número específico, dependendo do primeiro, satisfará a condição de somar 100, então, tenho apenas 1 caso favorável em 99 possíveis, pois já foi tirado 1 dos 100.

$$P = \frac{98}{100} \cdot \frac{1}{99} = \frac{98}{9900} = \frac{49}{4950} = (b)$$

Questão

I. Joga-se um dado não viciado duas vezes. Qual é a probabilidade condicional de se obter 3 na primeira jogada, sabendo que a soma dos resultados foi 7?

Solução QI)

Eventos:

$A \rightarrow$ obter 3 na primeira jogada
$B \rightarrow$ a soma dos resultados foi 7

Deseja-se calcular $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

com

$P(A|B)$ = probabilidade de ocorrer o evento A, tendo ocorrido o evento B.

$P(A \cap B)$ = probabilidade de ocorrer o evento A e ocorrer o evento B.

e $P(B)$ = probabilidade de ocorrer o evento B.

Analisando os conjuntos de cada evento:

$A = \{3\}$ e $B = \{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$

Então, tem-se $P(A \cap B) = 1$, pois, a probabilidade de ocorrer A que e ocorrer B simultaneamente, que é a interseção, é $(3,4)$ que soma 7

e

$P(B) = 6$, pois,a probabilidade de ocorrer B, que é somar 7 tem 6 possibilidades.

Portanto: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{6}$

Questão

II. Um saco contém 3 moedas, duas normais e uma com duas caras. Uma moeda é retirada do saco ao acaso e lançada 4 vezes, em sequência. Se saíram 4 caras, qual a probabilidade de a moeda retirada ser a de duas caras?

Solução QII)

Eventos:

$A \to$ saem 4 caras
$B \to$ a moeda retirada tem 2 caras

Deseja-se calcular $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

com

$P(B|A) =$ probabilidade de ocorrer o evento B, tendo ocorrido o evento A.

$P(A \cap B) =$ probabilidade de ocorrer o evento A e ocorrer o evento B.

e $P(A) =$ probabilidade de ocorrer o evento A.

Para calcular $P(A \cap B)$, tem-se que:

$$P(A \cap B) = \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Para calcular $P(A)$: probab.de ocorrer A

$$P(A) = \overbrace{\frac{2}{3}}^{ser\ verdadeira} \cdot \overbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^4}^{jogada} + \overbrace{\frac{1}{3}}^{ser\ falsa} \cdot \overbrace{\left(\frac{2}{2}\right)^4}^{jogada} = \frac{1}{24} + \frac{1}{3} = \frac{3}{8}$$

Finalizando:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{9}$$

Questão

III. Há duas urnas numeradas e cada uma tem duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma de prata na outra e a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida aleatoriamente (sem que se mostre seu número) e uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Sabendo que nessa gaveta há uma moeda de ouro, qual é a probabilidade de que a urna seja a de número 2?

Solução QIII)

Eventos:

$A \rightarrow$ a moeda é de ouro
$B \rightarrow$ a urna é de n° 2

Deseja-se calcular $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

com

$P(B|A) =$ probabilidade de ocorrer o evento B, tendo ocorrido o evento A.

$P(A \cap B) =$ probabilidade de ocorrer o evento A e ocorrer o evento B.

e $P(A) =$ probabilidade de ocorrer o evento A.

Para calcular $P(A \cap B)$, tem-se que:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \,.\, P(B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{2} \,.\, \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Para calcular $P(A)$: probab.de ocorrer A

$$P(A) = \frac{\overbrace{3}^{casos\ favor.,\ tem\ 3\ ouros}}{4} \quad \backslash \text{ casos possíveis, em 4 gavetas}$$

Finalizando:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \,.\, \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$