

**Formação de Professores da Educação Básica e de Alunos de Licenciatura
OBMEP na Escola e PIC 2016
Grupo N1 - Ciclo 2**

O Programa Acadêmico desta formação de professores e alunos de licenciatura é constituído de 6 ciclos de 4 encontros cada. Neste segundo ciclo serão realizados os seguintes encontros:

- Segundo encontro de formação entre professores, alunos e o coordenador
- Aritmética 2
- Contagem 2
- Geometria 2

Segundo encontro entre professores e alunos de licenciatura com o coordenador

Em todos os ciclos, a primeira atividade a ser realizada é o encontro de formação entre professores e alunos de licenciatura com os coordenadores. Neste encontro espera-se que sejam discutidos os conteúdos, os materiais, as videoaulas e os exercícios propostos dos três assuntos que serão ministrados nas aulas para os alunos.

Antes da realização deste encontro de formação recomendamos que os professores, os alunos e os coordenadores:

- façam um estudo preliminar de todo este roteiro.
- assistam os vídeos indicados do Portal da Matemática ou do canal PICOBEMP no YouTube.
- resolvam os exercícios propostos.
- anotem suas dúvidas.

Durante esse encontro de formação deseja-se que:

- Seja realizado um estudo dos materiais indicados de aritmética, de contagem e de geometria e que sejam esclarecidas as dúvidas.
- Caso exista infra-estrutura disponível, sejam discutidas algumas videoaulas.
- O Coordenador deve promover discussões dos conceitos e dos exercícios mais importantes das aulas que serão ministradas para os alunos sobre os temas de aritmética, contagem e geometria.
- O Coordenador auxilie os professores na preparação das aulas.

- Ocorra uma troca de experiências e o compartilhamento de ideias entre os professores, os alunos e os coordenadores.

- Assuntos a serem abordados (temas das aulas para alunos medalhistas e convidados)

Aritmética: divisão Euclidiana e fenômenos periódicos

Contagem: permutação e resolução de exercícios de contagem

Geometria: áreas e perímetros: resolução de exercícios

No que segue vamos detalhar os conteúdos destas três aulas, indicando as referências bibliográficas e as videoaulas relacionadas. Este detalhamento pode ser utilizado tanto no encontro de formação entre professores e alunos de licenciatura com os coordenadores, quanto como o roteiro da aula que deve ser ministrada para os alunos medalhistas e convidados.

Aritmética 2: divisão Euclidiana e fenômenos periódicos.

- Assuntos a serem abordados:

Aritmética – divisão Euclidiana e fenômenos periódicos.

- Texto a ser estudado com os alunos: o professor deverá explicar aos alunos a seções 2.1 e 2.1 da apostila do PIC “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar.
<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

- Vídeoaulas do Portal da Matemática:

8º Ano do Ensino Fundamental – Módulo “números naturais: contagem, divisibilidade e teorema da divisão Euclidiana” – Aula “divisibilidade e teorema da divisão Euclidiana – videoaula:

- [Teorema da Divisão Euclidiana](#)

- Vídeoaulas no canal picobmep no Youtube:

- [Aritmética – vídeo 37](#)
- [Aritmética – vídeo 39](#)

- Sugestão para o desenvolvimento da aula: no encontro com os alunos medalhistas e convidados o professor deve verificar se todos os alunos dominam o algoritmo da divisão Euclidiana. Assim, sugerimos que sejam realizadas algumas contas de divisão na aula, como aquelas que estão sugeridas no exercício 1 da página 28 da apostila Encontros de Aritmética. Caso alguns alunos apresentem dificuldade em efetuar uma divisão na chave, sugerimos que sejam realizados mais desses exercícios. O professor poderia começar com exemplos simples determinando e interpretando o quociente e o resto da divisão de, por exemplo, 18 por 4 e em seguida pode ir apresentando exemplos mais difíceis. Ao final do encontro espera-se que os alunos tenham avançado mais no domínio do cálculo de uma divisão de dois números naturais, obtendo o quociente e o resto corretamente.

Em seguida sugerimos que o professor mostre como a divisão Euclidiana pode ser utilizada no estudo de fenômenos periódicos, como aqueles que estão sugeridos na seção 2.2 da apostila Encontros de Aritmética. As discussões dos exercícios desta seção são muito importantes e podem deixar o estudo da divisão Euclidiana mais interessante.

Na apostila Encontros de Aritmética, a seção 2.1 possui cinco exercícios e a seção 2.2 possui dez exercícios. Sugerimos que a aula para os alunos seja desenvolvida através da resolução de exercícios. Deste modo, na aula, o professor deverá discutir todos os exercícios resolvidos e todos os exercícios propostos nestas seções. Caso não seja possível resolver todos esses exercícios, não tem problema algum, pois o estudo continuará no Fórum Hotel de Hilbert. Apesar disso, o professor deve garantir que na aula pelo menos os principais tópicos sejam abordados. Para deixar mais claro o que isso significa, apresentamos alguns exercícios da apostila que o professor não pode deixar de discutir na aula.

Exercício 4 – página 29

Exercício 7 – página 32

Exercício 12 – página 35

Exercício 13 – página 35

Exercício 15 – página 36

Contagem 2: permutação e resolução de exercícios de contagem

- Assuntos a serem abordados:

Contagem – permutação e resolução de exercícios de contagem

- Textos:

- Apresentado neste roteiro da aula
- Apostila 2 do PIC, "métodos de contagem e probabilidade" do professor Paulo Cezar Pinto Carvalho. <http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

- Vídeoaulas do Portal da Matemática:

2º Ano do Ensino Médio – Módulo: "princípios básicos de contagem" – Aula: "permutação simples" – Videoaula:

- [Fatorial e Permutação Simples](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 1](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 2](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 3](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 4](#)

- Vídeoaulas no canal picobmep no Youtube:

- [Contagem – vídeo 4](#)

- Sugestão para o desenvolvimento da aula

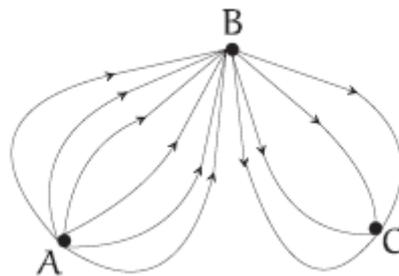
Sugerimos que esta aula contemple dois aspectos. Primeiro a revisão dos princípios aditivo e multiplicativo apresentados na aula anterior e, segundo, a introdução do conceito de permutação e a utilização deste conceito na resolução de exercícios.

- Revisão dos princípios aditivo e multiplicativo

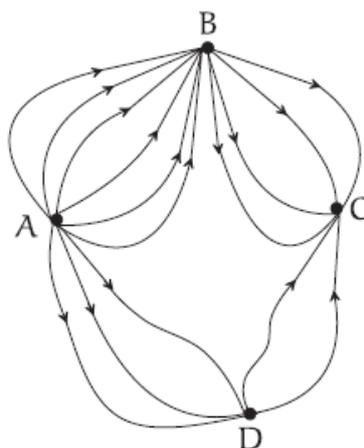
Este segundo encontro sobre contagem poderia começar com a resolução de exercícios de revisão dos princípios aditivo e multiplicativo, estudados no encontro anterior.

No encontro anterior, após a apresentação desses princípios, nos exercícios propostos não sugerimos misturar os dois princípios na resolução de um mesmo exercício. Para iniciar a aula de contagem deste segundo ciclo, o professor poderia sugerir a resolução de alguns exercícios que utilizam esses dois princípios, como os que estão sugeridos a seguir.

Exercício 1: (Fomin, capítulo 2) No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A

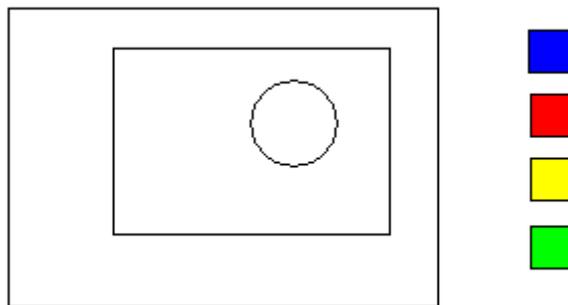


Exercício 2: (Fomin, capítulo 2) Foram construídas uma cidade nova D e diversas estradas novas no País das Maravilhas. E agora, de quantas maneiras é possível dirigir de A a C?

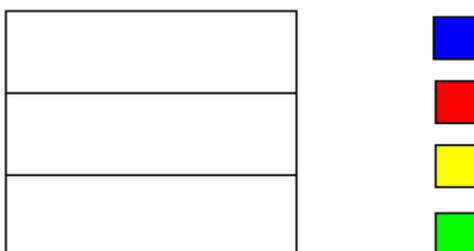


Exercício 3: (Fomin, capítulo 2) Vamos chamar um número natural de “todo-ímpar” se todos os seus algarismos forem ímpares. Quantos números todo-ímpares de três algarismos existem? E quantos são os números todo-ímpares de três algarismos distintos?

Exercício 4: (Apostila 2, exemplo 2, página 4) Quantas são as formas de pintar a bandeira a seguir utilizando 3 cores diferentes dentre 4 cores dadas?



Exercício 5: (Apostila 2, exemplo 3, página 5) Para pintar a bandeira abaixo, há 4 cores disponíveis. De quantos modos ela pode ser pintada de modo que faixas adjacentes tenham cores distintas?



Exercício 6: Sobre uma mesa estão 5 livros diferentes de matemática, 7 livros diferentes de física e 10 livros diferentes de química. De quantas maneiras diferentes podemos selecionar dois destes livros, com a condição de selecionar livros de matérias diferentes?

Exercício 7: De quantas maneiras podemos colocar dois carros diferentes em duas das seis vagas de um estacionamento?

Exercício 8: Uma sala de aula possui 12 moças (entre elas Ana, Bárbara e Clara) e 10 rapazes (entre eles Daniel e Emerson). De quantas maneiras diferentes podemos formar um casal sabendo que Ana, Bárbara e Clara não podem se juntar nem com Daniel e nem com Emerson?

Exercício 9: Deseja-se formar uma fila de três alunos escolhidos de uma sala com 8 meninas e 10 meninos. De quantos modos essa fila pode ser formada se as duas primeiras pessoas da fila são do mesmo sexo e a última pessoa da fila do outro sexo?

Exercício 10: (Apostila 2, exemplo 4, página 6) Quantos são os números de três algarismos distintos?

Exercício 11: (Apostila 2, exemplo 6, página 8) Quantos são os números pares de três algarismos distintos?

- Permutação

O professor pode desenvolver o estudo das permutações como ele está sugerido nos seguintes vídeos:

- 2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “princípios básicos de contagem” – Aula: “permutação simples” – Videoaula: [Fatorial e Permutação Simples](#)
- Canal picobmep no Youtube: [Contagem – vídeo 4](#)

Sugerimos que os professores assistam a esses vídeos e vejam como o conceito de permutação é introduzido a partir da resolução de alguns exercícios através do uso do princípio multiplicativo. A notação de fatorial é introduzida como um facilitador na hora de se apresentar um resultado de uma contagem típica: colocar n objetivos diferentes em fila.

No vídeo [Fatorial e Permutação Simples](#), do Portal da Matemática, são resolvidos os seguintes exercícios:

Exercício 12: De quantas formas se pode dispor 4 pessoas em fila indiana?

Exercício 13: Quantos são os anagramas da palavra MATRIZ?

Exercício 14: Considerando a palavra MATRIZ, determine o número de anagramas que:

- a) Começam por MA.
- b) Tenham as letras M e A juntas, nessa ordem.
- c) Tenham as letras M e A juntas.

No [vídeo 4](#) da parte de contagem do canal picobmep no Youtube são resolvidos os seguintes exercícios.

Exercício 15: De quantas maneiras podemos ordenar 5 objetos lado a lado?

Exercício 16: De quantas maneiras Aline, Bernardo e Carolina podem formar uma fila? E se incluirmos o Daniel na fila?

Exercícios 17: De quantas maneiras 6 moças e 6 rapazes podem formar pares para uma dança?

Exercícios 18: De quantas maneiras podemos colocar 6 homens e 6 mulheres em fila alternando sempre H-M-H-M-H-...? E para n homens e n mulheres?

Após introduzir o conceito de permutação e a notação de fatorial, o professor pode resolver mais exercícios, como aqueles que estão apresentados nas quatro videoaulas sobre resolução de exercícios de permutação do Portal da Matemática, 2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “princípios básicos de contagem” – Aula: “permutação simples”.

Para finalizar o estudo de permutação, apresentamos apenas três questões de provas anteriores da obmep que podem ser resolvidas com os conceitos estudados nesta aula. Para o próximo encontro apresentaremos uma coletânea de questões de contagem das provas da obmep para ser resolvida com os alunos.

Exercício 19: (OBMEP 2012 - N2Q16 – 1ª fase) Quantos são os números naturais entre 0 e 999 nos quais aparece pelo menos um algarismo 2 e nenhum algarismo 3?

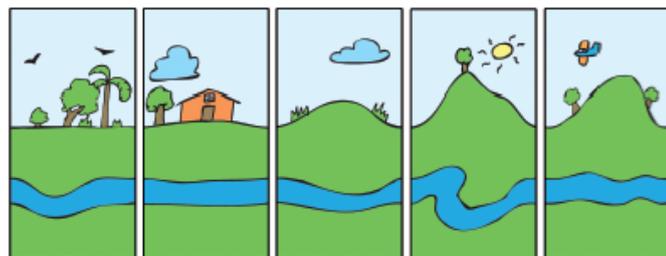
- (a) 192
- (b) 204
- (c) 217
- (d) 225
- (e) 254

Exercício 20: (OBMEP 2012 - N1Q5 – 2ª fase) Vítor tem 24 cartões, sendo oito azuis, oito brancos e oito verdes. Para cada cor, ele numerou os cartões de 1 a 8.

- (A) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões azuis de modo que a soma de seus números seja igual a 9?
- (B) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?
- (C) De quantas maneiras Vítor pode escolher 3 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Exercício 21: (OBMEP 2011 - N2Q13 – 1ª fase) Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?

- (a) Uma semana
- (b) Um mês
- (c) Dois meses
- (d) Quatro meses
- (e) Seis meses



Geometria 2: áreas e perímetros: resolução de exercícios

- Assuntos a serem abordados: **Geometria** – Figuras geométricas simples, áreas e perímetros

- Vídeoaulas do Portal da Matemática:

9º Ano do Ensino Fundamental – Módulo: “áreas de figuras planas” – Aula: “áreas de figuras planas: resultados básicos” – Videoaulas:

- o [Área de figuras planas – Parte 1: retângulos](#)
- o [Área de figuras planas – Parte 2: paralelogramos e triângulos](#)

9º Ano do Ensino Fundamental – Módulo: “áreas de figuras planas” – Aula: “áreas de figuras planas: exercícios da OBMEP” – Videoaulas:

- o [Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 1](#)
- o [Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 2](#)
- o [Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 3](#)
- o [Resolução de Exercícios: Exercícios de Geometria da OBMEP – Parte 4](#)

- Sugestão para o desenvolvimento da aula:

No primeiro encontro de geometria foram apresentadas as figuras geométricas simples, os conceitos de área e perímetro, e as fórmulas para o cálculo de áreas de retângulos, paralelogramos, triângulos e trapézios. O material que foi utilizado naquele estudo foi as seções 7.1 a 7.6 da Apostila do PIC “Encontros de Geometria – Parte 1”, F. Dutenhefner, L. Cadar (<http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>).

Como o estudo de áreas e perímetros é muito importante e como um único encontro presencial é pouco para a aprendizagem de todo este conteúdo, sugerimos que nesta segunda aula sobre geometria o professor continue com o estudo desses conceitos. Desse modo, o professor poderia começar a aula fazendo uma revisão da teoria que foi apresentada na aula anterior. Em seguida, toda esta segunda aula pode ser conduzida através da resolução de problemas. Na apostila “encontros de geometria”, nas seções 7.6, 7.7 e 7.8 são apresentados vários exercícios que podem ser utilizados. Sugerimos então que os exercícios destas seções sejam discutidos nesta aula.