

Roteiro de Estudos – OBMEP NA ESCOLA Grupo N2 – 2º Ciclo



- Assuntos a serem abordados:

Encontro 1:

- Princípios aditivo e multiplicativo: identificar, modelar e resolver situações-problema.
- Resolução de exercícios (associados com a 1ª e 2ª fases da OBMEP).

Encontro 2:

- Noções básicas de probabilidade.
- Resolução de exercícios (associados com a 1ª e 2ª fases da OBMEP).

- Material de apoio ao professor:

Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

- Materiais complementares presentes no Portal da Matemática:

Sobre Princípios Aditivo e Multiplicativo:

Módulo “Princípios Básicos de Contagem”

(<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=15>) → material

teórico: “Princípio Fundamental da Contagem”, Fabrício Siqueira Benevides

(http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/5yr1740zquo8s.pdf);

videoaula: “Princípio Fundamental da Contagem”.

Sobre Noções básicas de probabilidade:

Módulo “Introdução à probabilidade”

(<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=46>) → material teórico: “O que é probabilidade?”, Fabrício Siqueira Benevides (http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/cwxho8oykn408.pdf).

Módulo “Fração como Porcentagem e como Probabilidade”

(<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=36#>) → videoaula: “Exercícios de Probabilidade 1”.

ENCONTRO 1

2ª semana: aula para alunos convidados

- Assuntos a serem abordados:

- Princípios aditivo e multiplicativo: identificar, modelar e resolver situações-problemas.
- Resolução de exercícios (associados com a 1ª e 2ª fases da OBMEP).

A referência que segue será nossa fonte principal de apoio:

Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

A seguir estamos disponibilizando uma lista com oito exercícios. O Professor deverá discutir esses exercícios com seus alunos, acompanhando e auxiliando no entendimento das estratégias de resoluções apresentadas pelos alunos. É importante incentivar o envolvimento coletivo de todos nessas discussões das resoluções, cabendo ao professor enfatizar e aprofundar os conhecimentos matemáticos associados às questões apresentadas. Se todos os exercícios da lista forem resolvidos durante o tempo do encontro, então cabe ao professor propor exercícios adicionais sobre os assuntos abordados. Neste sentido, a apostila indicada será um elemento auxiliar importante.

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – ciclo 2 – Encontro 1

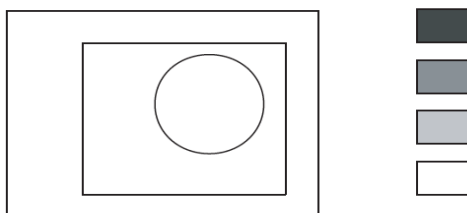
Os exercícios propostos estimulam uma análise interpretativa dos textos bases das questões, enfatizando a elaboração de uma sucessão de decisões, presentes no uso do princípio multiplicativo, ou da disjunção de casos, associada ao uso do princípio aditivo. Não é desejado o uso de uma estratégia de ensino que seja focada em fórmulas ou agrupamentos padrões. As soluções das questões propostas serão apresentadas ou indicadas a seguir.

EXERCÍCIO 1. Um grupo de meninos está sentado em volta de uma mesa retangular. Dois meninos estão sentados à frente de Abelardo, no lado oposto da mesa. Um menino está sentado à frente de Beto, quatro à frente de Carlos e cinco à frente de Daniel. Quantos meninos estão sentados à mesa?

Sugestão: Segundo as informações apresentadas, avalie se é possível que Abelardo e Beto estejam sentados em lados adjacentes da mesa retangular.

(Esse exercício encontra-se na prova da OBMEP 2013 – Questão 7, Nível 1, 1ª fase)

EXERCÍCIO 2. Quantas são as formas de pintar a bandeira a seguir utilizando 3 cores diferentes dentre 4 dadas?

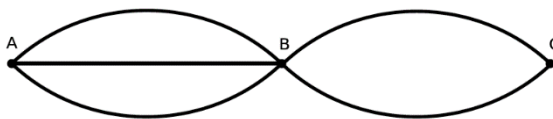


(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade”, página 4)

EXERCÍCIO 3. Quantos são os números naturais de 200 a 999, tais que todos os seus algarismos pertencem ao conjunto $A = \{1, 4, 7, 9\}$, podendo haver repetições de algarismos?

(Esse exercício encontra-se no material teórico presente no Portal da Matemática http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/5yr1740zquo8s.pdf)

EXERCÍCIO 4. Considere três cidades A, B e C, de forma tal que existem três estradas ligando A à B e dois caminhos ligando B à C.



- a) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C, sem passar duas vezes por uma mesma cidade ou passar por estradas já percorridas?
- b) De quantas formas diferentes podemos ir de A até e C e depois voltar para A, passando exatamente duas vezes por B e sem passar duas vezes por uma mesma estrada ao longo de todo o trajeto?

(Esse exercício encontra-se na videoaula “Princípio Fundamental de Contagem” no Portal da Matemática - <http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=15>)

EXERCÍCIO 5. O código Morse usa duas “letras”, ponto e traço, e as “palavras” representadas utilizam essas letras, podendo ser palavras com 1 letra, 2 letras, 3 letras ou 4 letras. Quantas são todas as palavras representadas no código Morse?

(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade”, página 6)

EXERCÍCIO 6. Um professor de matemática escreveu no quadro a seguinte pergunta:

“De quantos modos podem-se escolher três dos jogadores de um time de futebol (composto por 11 jogadores) para representá-lo em uma cerimônia de premiação?”

Alguns minutos para o término da aula um aluno apresentou a solução:

“O primeiro jogador pode ser escolhido de 11 modos distintos. O segundo, de 10 e o terceiro, de 9. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, o número total de possibilidades distintas para a escolha dos jogadores parece ser $11 \times 10 \times 9 = 990$.”

A solução está certa ou errada? Se estiver errada, então encontre a solução correta.

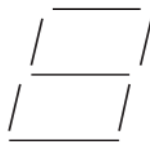
(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade, página 10)

EXERCÍCIO 7. Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?



(Esse exercício encontra-se na prova da OBMEP 2006, questão 7 nível 1, 1ª fase).

EXERCÍCIO 8. Cada dígito de uma calculadora é mostrado no visor acendendo filamentos dispostos como mostra a figura a seguir.



Quantos símbolos diferentes podem ser representados? (Não inclua o caso em que nenhum filamento é aceso.)

(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade”, página 12).

ENCONTRO 2

4ª semana: aula para alunos convidados

- Assuntos a serem abordados:

- Noções básicas de probabilidade.
- Resolução de exercícios (associados com a 1ª e 2ª fases da OBMEP).

A referência que segue será nossa fonte principal de apoio:

Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

A seguir estamos disponibilizando uma lista com oito exercícios. O professor deverá discutir esses exercícios com seus alunos, acompanhando e auxiliando no entendimento das estratégias de resoluções apresentadas pelos alunos. É importante incentivar o envolvimento coletivo de todos nessas discussões das resoluções, cabendo ao Professor enfatizar e aprofundar os conhecimentos matemáticos associados às questões apresentadas. Se todos os exercícios da lista forem resolvidos durante o tempo do encontro, então cabe ao professor propor exercícios adicionais sobre os assuntos abordados. Neste sentido, a apostila indicada será um elemento auxiliar importante.

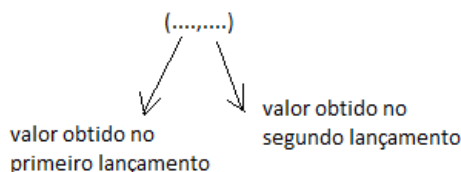
Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – ciclo 2 – Encontro 2

Uma das principais aplicações das técnicas de contagem é a resolução de problemas simples envolvendo o conceito de probabilidade. No contexto de nosso estudo, a probabilidade de um evento é a razão entre o número de casos favoráveis à ocorrência do evento e o número total de casos, então as questões propostas devem estimular uma análise interpretativa para a obtenção das contagens dos casos favoráveis e possíveis associados.

EXERCÍCIO 1. Na lista de chamada de uma turma, os 30 alunos são numerados de 1 a 30. Em certo dia, quando faltaram os alunos de número 11 e 26, o professor sorteou um aluno para resolver uma atividade na lousa. Qual a probabilidade do número sorteado ser maior do que 10 e menor do que 27?

(Esse exercício encontra-se no Portal da Matemática – videoaula Probabilidade – Exercícios de Probabilidade, parte 1 - <http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=36#>)

EXERCÍCIO 2. Ao lançar um dado duas vezes, represente todos os pares possíveis de resultados conforme o diagrama



Qual a probabilidade de que a soma desses dois valores, em cada par representativo, seja igual a 5?

(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade”, página 17).

EXERCÍCIO 3. Três amigas estudantes possuem, cada uma, três blusas de seus uniformes escolares: uma amarela, uma branca e uma preta. Se cada amiga escolher ao acaso uma de suas blusas para ir para a escola, qual é a probabilidade de que as cores das blusas escolhidas sejam todas diferentes?

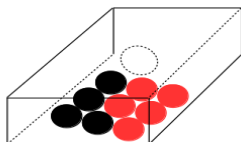
(Esse exercício encontra-se na prova da OBMEP 2011 – Questão 12, Nível 3, 1ª fase)

EXERCÍCIO 4. Pedro e João combinaram de lançar uma moeda 4 vezes e observar a face superior que saiu. Pedro apostou que, nesses 4 lançamentos, não apareceriam 2 caras seguidas, João aceitou a aposta. Quem tem maior probabilidade de ganhar a aposta?

Sugestão: Liste todos os casos possíveis para os resultados dos quatro lançamentos.

(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade”, página 24).

EXERCÍCIO 5. Em uma urna há 5 bolas vermelhas e 4 pretas, todas de mesmo tamanho e feitas do mesmo material, como mostra a figura.



Retiramos duas bolas sucessivamente da urna, sem repô-las. Qual é a probabilidade de que sejam retiradas duas bolas vermelhas?

Sugestão: Analise conforme a questão 2, associando pares de bolas aos casos possíveis.

(Esse exercício encontra-se na apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade”, página 23).

EXERCÍCIO 6. Palíndromos são números inteiros positivos que são lidos da mesma forma, tanto da esquerda para direita como da direita para a esquerda. Por exemplo: 8143418, 34211243, 787 e 444 são palíndromos.

Qual a probabilidade de obter um número palíndromo de quatro algarismos, sorteando-se de forma equiprovável um número dentre aqueles que tenham quatro algarismos?

Sugestão: Avalie quantos números de quatro algarismos existem. Posteriormente, observe quais relações devem existir entre os algarismos das unidades, dezenas, centenas e milhares que compõem um número palíndromo de quatro algarismos.

(Esse exercício encontra-se no Portal da Matemática – material teórico – “O que é probabilidade” - http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/cwxho8oykn408.pdf)

EXERCÍCIO 7. Em uma caixa há 9 bolas amarelas numeradas de 1 a 9 e, em uma segunda caixa, há 9 bolas brancas, também numeradas de 1 a 9. Todas as bolas são idênticas, exceto por sua cor e seu número. Uma bola amarela é sorteada e colocada na segunda caixa, a seguir, uma é sorteada da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que as duas bolas sorteadas tenham o mesmo número?

(Esse exercício encontra-se na prova da OBMEP 2012 – Questão 5, Nível 3, 2ª fase)

EXERCÍCIO 8. Ana, Beto e Carolina vão participar do programa de televisão “Descubra a cor do seu chapéu”. No programa, eles se posicionam em roda e sobre a cabeça de cada um será colocado um chapéu azul ou verde. Cada um pode ver o chapéu dos outros, mas não a cor do seu próprio chapéu. Em seguida, cada um deles deve escrever em um papel uma dentre três opções: “azul”, “verde” ou “passo”. Se todos os que escreverem cores “azul” ou “verde” acertarem a cor do seu chapéu, eles

ganham um carro novo. Se algum deles chutar a cor do chapéu, “azul” ou “verde”, e errar, os três perdem. Se todos eles escreverem “passo”, então os três também perdem. Vale ressaltar que eles não podem combinar sinais e não podem ver os papéis dos outros participantes. Antes do início da competição os três se reúnem para tentar combinar uma estratégia. Assim, Carolina propõe que “nenhum de nós deve escrever passo, devemos chutar entre azul ou verde, pois se todos passarmos perdemos”. Seguindo a estratégia de Carolina, qual a probabilidade de que eles ganhem o carro?

(Esse exercício encontra-se no Banco de Questões, OBMEP 2016, questão 13, nível 3).

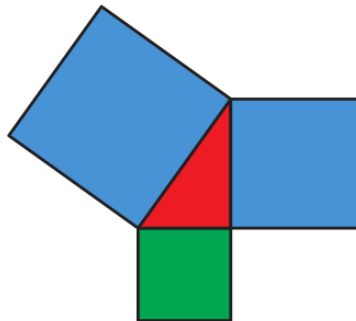
Tarefa de casa 1 (Prova OBMEP 2005 – 2ª Fase – N2 – Questão 3)

Na caixinha de costura de Lilavati só há botões de três cores: pretos, brancos e marrons. Os botões são de três tamanhos: pequenos, médios e grandes, e além disso são de duas formas: quadrados e redondos. Na caixinha não há botões pequenos redondos nem botões grandes pretos, e dos outros tipos há exatamente um botão de cada.

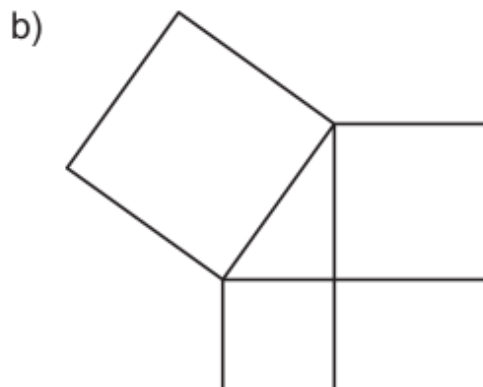
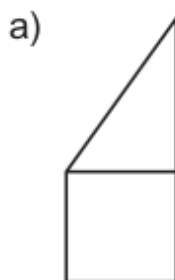
- a) Quantos botões brancos quadrados há na caixinha?
- b) Quantos botões há na caixinha?

Tarefa de casa 2 (Prova OBMEP 2011 – 2ª Fase – N2 – Questão 5)

João vai pintar figuras compostas por quadrados e triângulos. Cada quadrado pode ser pintado de azul, vermelho ou verde e cada triângulo de azul, vermelho ou amarelo, de modo que polígonos com um lado comum não tenham a mesma cor.



Em cada um dos itens abaixo, determine de quantas maneiras João pode pintar a figura correspondente.



Tarefa de casa 3 (Prova OBMEP 2008 – 2ª Fase – N3 – Questão 5)

No brinquedo ilustrado na figura, bolinhas são colocadas nas entradas A, B ou C e movem-se sempre para baixo, terminando em uma das caixas 1, 2 ou 3. Ao atingir um dos pontos marcados com **triângulo preto**, as bolinhas têm chances iguais de ir para cada um dos dois lados.

(a) Se uma bolinha for colocada em A, qual é a probabilidade de que ela vá parar na caixa 2?

(b) E se ela for depositada em B, qual é essa probabilidade?

