**Atividade Virtual OBMEP 2016**

**Assunto**: (Aritmética) Algoritmo da Divisão e Paridade

Esta atividade não vale nota, é apenas uma tarefa para desenvolver suas habilidades, portanto:

* Respostas sem justiﬁcativa não serão consideradas.
* Resposta da internet não é válida.
* As repostas podem ser anexadas em outro arquivo, basta indicar, a qual questão cada resposta é correspondente.



**(1)** A figura representa o traçado de uma pista de corrida. Os postosA,B,CeDsão usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distancias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha.

Por exemplo, uma corrida de 17 km pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

1. Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
2. E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?

(c) Mostre que é possível realizar corrida com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetro.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |

**(2)** Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são asseguintes:

1. Eles começam uma partida com 128 palitos cada um;
2. Em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá a metade dos palitos que tem para Fernando.
3. Eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.

Veja o que acontece em uma partida onde a sequência das três primeiras jogadas é **par**, **ímpar**, **par**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Fernando | Isaura | **Par** | Fernando | Isaura | **Ímpar** | Fernando | Isaura | **Par** | Fernando | Isaura |  |  |
|  |  | → |  |  | → |  |  | → |  |  | **...** |  |
| 128 | 128 | 64 | 192 | 160 | 96 | 80 | 176 |  |
| 1ª jogada | 2ª jogada | 3ª jogada |  |  |

1. Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Fernando | Isaura | **Ímpar** | Fernando | Isaura |  | **Ímpar** | Fernando | Isaura | **Par** | Fernando | Isaura |  |
|  |  | **→** |  |  | **→** |  |  | → |  |  | **...** |
| 128 | 128 |  |  |  |  |  |  |
|  | 1ª jogada |  |  | 2ª | Jogada |  |  | 3ª jogada |  |  |  |

1. Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?
2. Qual foi a sequência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?
3. Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

**(3)** Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

 • se o número for ímpar, soma-se 1;

 • se o número for par, divide-se por 2.

 Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

21→22→11→12→6→3→4→2→1

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem comprimento 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma sequência ímpar.

1. Escreva a sequência que começa com 37.
2. Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.
3. Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?
4. Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares?