



# Bilhetes de Entrada

Equipe:

Aniura Milanés Barrientos  
Carmen Rosa Giraldo Vergara  
Leandro Augusto Rodrigues Araújo  
Nora Olinda Cabrera Zúñiga  
Tacyany da Silva Pereira

Universidade Federal de Minas Gerais

## Descrição do projeto

“Quebra-cabeças de Matemática” traz desafios matemáticos para um público geral, focando em alunos do quarto ao sexto ano do Ensino Fundamental. Estes desafios são apresentados de forma lúdica, buscando atrair o público para a matemática. Eles podem ser propostos por profissionais da educação ou responsáveis dos alunos para incentivar o raciocínio lógico, aplicando conteúdos elementares de matemática. Nas escolas, tais desafios podem ser apresentados tanto em sala de aula quanto em atividades de Festivais de Matemática.

## Contato



quebracabecas@obmep.org.br

## Sumário

<b>Apresentação</b>	<b>2</b>
<b>Solução</b>	<b>3</b>
<b>Discussão</b>	<b>4</b>
<b>Docente</b>	<b>7</b>
<b>Confecção do Material</b>	<b>8</b>
Anexo 1	9
Anexo 2	10

## Apresentação

Um mágico lançou um desafio em sua rede social:

*“Senhoras e senhores, cada um destes bilhetes tem um número na frente, que vocês podem ver, e outro número escondido no verso que vocês não podem ver. Quem descobrir os números no verso de cada bilhete, ganhará duas entradas para meu espetáculo! Vou dar três dicas:*

- *Os quatro números são números naturais;*
- *A soma do número na frente com o número no verso do primeiro ingresso é igual à soma do número na frente com o número no verso do segundo ingresso;*
- *A soma dos quatro números é 32.”*



*Imagem adaptada de:*

[https://br.freepik.com/vetores-gratis/bilhetes-de-cinema-do-vintage-com-detalhes-vermelhos\\_1041389.htm](https://br.freepik.com/vetores-gratis/bilhetes-de-cinema-do-vintage-com-detalhes-vermelhos_1041389.htm)

**Quais são os números no verso dos bilhetes?**

Adaptação da questão 11 do *Canguru Matemático sem Fronteiras*, Categoria Escolar, 2016.  
Disponível em: <[www.mat.uc.pt/canguru](http://www.mat.uc.pt/canguru)>

## Solução

O número escrito no verso do 1º bilhete é o número 11, e o número escrito no verso do 2º bilhete é o número 4.



*Imagem adaptada de:*

[https://br.freepik.com/vetores-gratis/bilhetes-de-cinema-do-vintage-com-detalhes-vermelhos\\_1041389.htm](https://br.freepik.com/vetores-gratis/bilhetes-de-cinema-do-vintage-com-detalhes-vermelhos_1041389.htm)

## Discussão

Este desafio pode ser resolvido de várias maneiras. Abaixo, apresentaremos três delas.

### Resolução 1:

Como a soma de todos os números é 32 e como  $5+12=17$ , então, a soma dos dois números desconhecidos deve ser  $15=32-17$ . Devemos, então, encontrar dois números naturais que, quando somados, totalizem 15, e que o primeiro número somado com 5 dê o mesmo que o segundo somado com 12.

Os pares de números naturais cuja soma é 15 são:

1+14 (ou 14+1)
2+13 (ou 13+2)
3+12 (ou 12+3)
4+11 (ou 11+4)
5+10 (ou 10+5)
6+9 (ou 9+6)
7+8 (ou 8+7)

Como  $5 < 12$ , o número no verso do 5 deve ser maior que o número no verso do 12. Testando com os pares de números cuja soma é 15, concluímos que os números devem ser 11 e 4, pois  $11+5 = 16 = 12+4$ . Além disso, não há outra possibilidade. Portanto, o número no verso do primeiro bilhete é 11, e no verso do segundo bilhete é 4.



### Resolução 2:

Para descobrir os números no verso de cada bilhete, vamos nomeá-los como A e B, de acordo com a figura ao lado.

Obs.: Você também pode representá-los com desenhos. Por exemplo, um número pode ser uma estrelinha, e o outro um quadrado.

Temos duas informações:

- “A soma do número na frente e do número no verso do primeiro ingresso é igual à soma do número na frente e do número no verso do segundo ingresso”. Podemos representá-la como  $5+A=12+B$ .



- “A soma dos quatro números é 32.”, que podemos representar como  $5+A+12+B=32$ .

Começando pela primeira informação, como 12 é maior do que 5, então, B deve ser menor do que A, para que haja a compensação (ou equivalência). Calculando,  $12-5=7$ . Logo, B deve ter sete unidades a menos do que A.

Para usar a segunda informação, podemos somar  $5+12=17$ . Se reescrevermos  $5+A+12+B=32$  da forma  $17+A+B=32$ , conseguiremos ver que, para obtermos a soma 32, é necessário que  $A+B=15$ , pois  $17+15=32$ .

Sabemos, até agora, que:

- B é um número com sete unidades a menos que A;
- $A+B=15$ .

Podemos encontrar os valores de A e B analisando os pares de números naturais cuja soma é 15:

1+14 (ou 14+1)
2+13 (ou 13+2)
3+12 (ou 12+3)
4+11 (ou 11+4)
5+10 (ou 10+5)
6+9 (ou 9+6)
7+8 (ou 8+7)

Entre estas somas, a única que satisfaz o que procuramos é  $11+4=15$ , pois  $11-4=7$ . Logo, um número 4 tem sete unidades a menos que o outro.

Portanto, o número representado por A, escrito no verso do primeiro bilhete é o número 11, e o número representado por B, escrito no verso do segundo bilhete é o número 4.

Para confirmar se os números estão corretos, voltamos às dicas do mágico:

- a soma do número na frente e do número no verso do primeiro ingresso é igual à soma dos números no segundo ingresso;  
I)  $5+11=12+4 \rightarrow$  Correto!
- a soma dos quatro números é 32.”  
II)  $5+11+12+4=32 \rightarrow$  Correto!

### Resolução 3:

É possível chegar à solução do desafio mediante algumas noções de álgebra, às vezes introduzidas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para isto, voltamos às duas informações:

- $5+A=12+B$   
 $5+A-5=12+B-5$   
 $A=B+7 \rightarrow$  Concluímos que B deve ter sete unidades a menos que A.

- $5+A+12+B=32$   
 $17+A+B=32$   
 $17+A+B-17=32-17$   
 $A+B=15$   
 $A+B-B=15-B$   
 **$A=15-B$**  → Concluimos que  $A+B$  deve ser igual a 15.

Temos, então, duas expressões:  $A=B+7$  e  $A=15-B$ . Nelas, podemos ver que o número representado por  $A$  pode ser escrito de duas maneiras. Logo,

$$B+7=15-B$$

$$B+7+B=15-B+B$$

$$2B+7=15$$

$$2B+7-7=15-7$$

$$2B=8$$

$$(2B):2=8:2$$

$$\mathbf{B=4}$$

Voltando a qualquer uma das expressões, temos:

$A=B+7$	$A=15-B$
$A=4+7$	$A=15-4$
<b><math>A=11</math></b>	<b><math>A=11</math></b>

Novamente, descobrimos que os números escritos no verso de cada um dos bilhetes são 11 e 4, como mostra a imagem abaixo.



## Docente

Caras e caros docentes do ensino fundamental, o desafio *Bilhetes de Entrada* convida as crianças a resolverem uma situação-problema que envolve possibilidades, operações com números naturais e comparação de somas.

Durante a atividade *Bilhetes de Entrada*, utilizamos:

- noção de possibilidades;
- adição de números naturais;
- comparação de somas.

Mediante a atividade *Bilhetes de Entrada*, procuramos que as crianças:

- ouçam ou leiam e compreendam as regras do desafio;
- proponham alguma estratégia para descobrir valores desconhecidos;
- comparem as adições envolvidas e levantem possibilidades numéricas;
- explorem e compartilhem os próprios raciocínios durante a resolução do desafio.

### **Observação:**

Para resolver este desafio também podem ser usadas equações de primeiro grau com duas variáveis e sistemas de equações.

## Confecção do Material

Abaixo, apresentamos algumas alternativas para a produção de material que permitirá resolver este desafio interativamente.

- **Primeira opção**

Impressão: No final deste arquivo, disponibilizamos duas versões para impressão.

- Anexo 1: Versão colorida;
- Anexo 2: Versão em preto e branco.

Depois de impressos os bilhetes, estes devem ser dobrados ao meio.

Os alunos podem usar as fichas numeradas para formar números de um ou dois algarismos e descobrir quais são os números escondidos no verso dos dois bilhetes.

- **Segunda opção**

**Materiais necessários:**

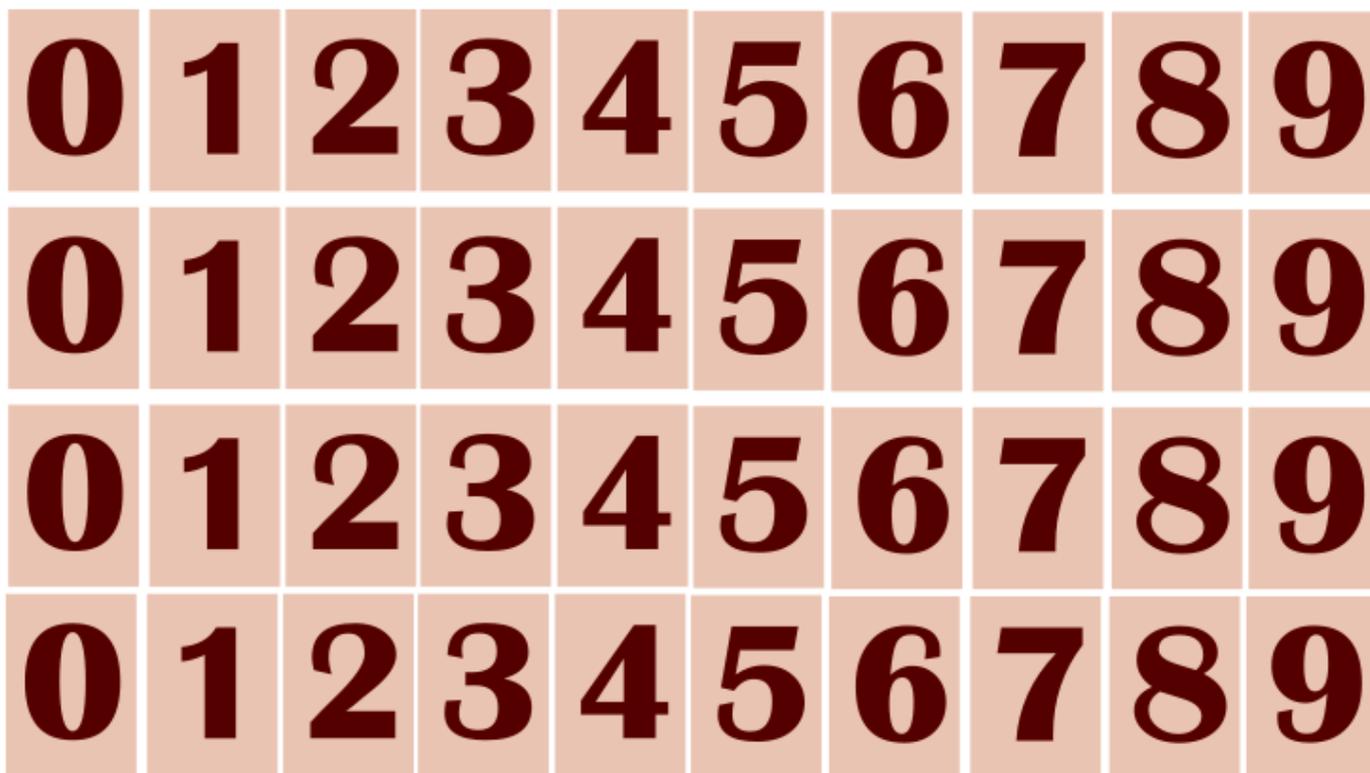
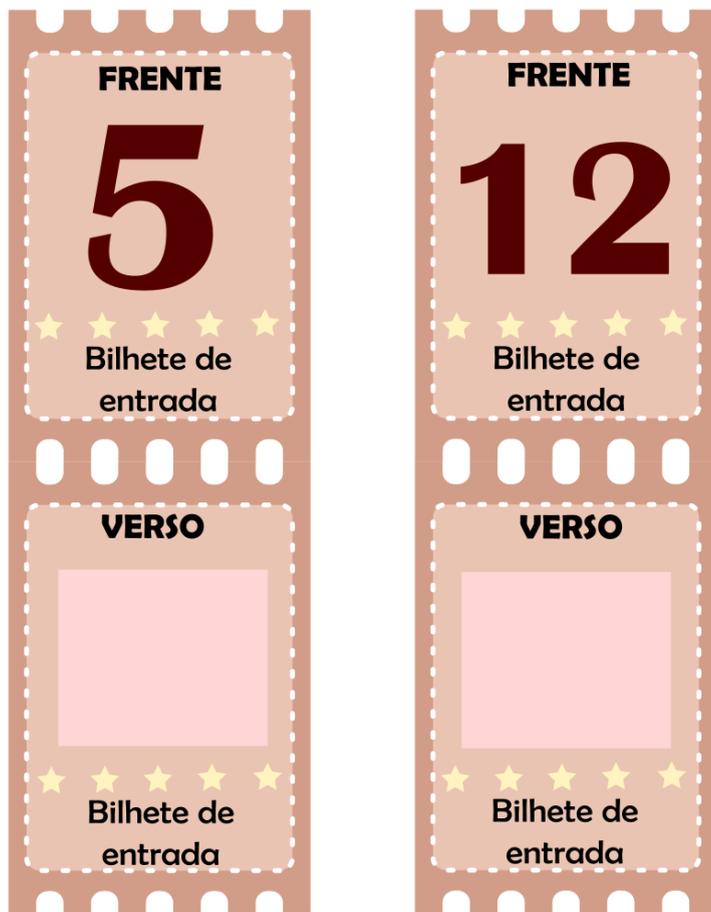
Folha de papel e uma caneta ou lápis.

**Instruções:**

Desenhar dois bilhetes com frente e verso e deixar um espaço em branco no verso, semelhante ao anexo no final deste arquivo.

Observe que estas são apenas algumas dicas. Use a imaginação e confeccione o material para resolver o desafio. Divirta-se!

Anexo 1



Anexo 2

