



Bilhetes de Entrada

Equipe:

Aniura Milanés Barrientos
Carmen Rosa Giraldo Vergara
Leandro Augusto Rodrigues Araújo
Nora Olinda Cabrera Zúñiga
Tacyany da Silva Pereira

Universidade Federal de Minas Gerais

Descrição do projeto

“Quebra-cabeças de Matemática” traz desafios matemáticos para um público geral, focando em alunos do quarto ao sexto ano do Ensino Fundamental. Estes desafios são apresentados de forma lúdica, buscando atrair o público para a matemática. Eles podem ser propostos por profissionais da educação ou responsáveis dos alunos para incentivar o raciocínio lógico, aplicando conteúdos elementares de matemática. Nas escolas, tais desafios podem ser apresentados tanto em sala de aula quanto em atividades de Festivais de Matemática.

Contato



quebracabecas@obmep.org.br

Sumário

Apresentação	2
Solução	3
Discussão	4
Docente	7
Confecção do Material	8
Anexo 1	9
Anexo 2	10

Apresentação

Um mágico lançou um desafio em sua rede social:

“Senhoras e senhores, cada um destes bilhetes tem um número na frente, que vocês podem ver, e outro número escondido no verso que vocês não podem ver. Quem descobrir os números no verso de cada bilhete, ganhará duas entradas para meu espetáculo! Vou dar três dicas:

- *Os quatro números são números naturais;*
- *A soma do número na frente com o número no verso do primeiro ingresso é igual à soma do número na frente com o número no verso do segundo ingresso;*
- *A soma dos quatro números é 32.”*



Imagem adaptada de:

https://br.freepik.com/vetores-gratis/bilhetes-de-cinema-do-vintage-com-detalhes-vermelhos_1041389.htm

Quais são os números no verso dos bilhetes?

Adaptação da questão 11 do *Canguru Matemático sem Fronteiras*, Categoria Escolar, 2016.
Disponível em: <www.mat.uc.pt/canguru>

Solução

O número escrito no verso do 1º bilhete é o número 11, e o número escrito no verso do 2º bilhete é o número 4.



Imagem adaptada de:

https://br.freepik.com/vetores-gratis/bilhetes-de-cinema-do-vintage-com-detalhes-vermelhos_1041389.htm

Discussão

Este desafio pode ser resolvido de várias maneiras. Abaixo, apresentaremos três delas.

Resolução 1:

Como a soma de todos os números é 32 e como $5+12=17$, então, a soma dos dois números desconhecidos deve ser $15=32-17$. Devemos, então, encontrar dois números naturais que, quando somados, totalizem 15, e que o primeiro número somado com 5 dê o mesmo que o segundo somado com 12.

Os pares de números naturais cuja soma é 15 são:

1+14 (ou 14+1)
2+13 (ou 13+2)
3+12 (ou 12+3)
4+11 (ou 11+4)
5+10 (ou 10+5)
6+9 (ou 9+6)
7+8 (ou 8+7)



Como $5 < 12$, o número no verso do 5 deve ser maior que o número no verso do 12. Testando com os pares de números cuja soma é 15, concluímos que os números devem ser 11 e 4, pois $11+5 = 16 = 12+4$. Além disso, não há outra possibilidade. Portanto, o número no verso do primeiro bilhete é 11, e no verso do segundo bilhete é 4.

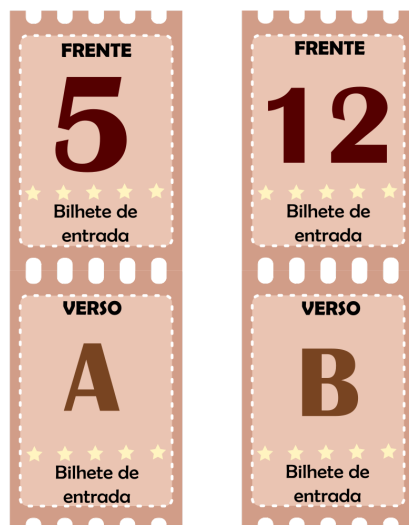
Resolução 2:

Para descobrir os números no verso de cada bilhete, vamos nomeá-los como A e B, de acordo com a figura ao lado.

Obs.: Você também pode representá-los com desenhos. Por exemplo, um número pode ser uma estrelinha, e o outro um quadradinho.

Temos duas informações:

- “A soma do número na frente e do número no verso do primeiro ingresso é igual à soma do número na frente e do número no verso do segundo ingresso”. Podemos representá-la como $5+A=12+B$.



- “A soma dos quatro números é 32.”, que podemos representar como $5+A+12+B=32$.

Começando pela primeira informação, como 12 é maior do que 5, então, B deve ser menor do que A, para que haja a compensação (ou equivalência). Calculando, $12-5=7$. Logo, B deve ter sete unidades a menos do que A.

Para usar a segunda informação, podemos somar $5+12=17$. Se reescrevermos $5+A+12+B=32$ da forma $17+A+B=32$, conseguiremos ver que, para obtermos a soma 32, é necessário que $A+B=15$, pois $17+15=32$.

Sabemos, até agora, que:

- B é um número com sete unidades a menos que A;
- $A+B=15$.

Podemos encontrar os valores de A e B analisando os pares de números naturais cuja soma é 15:

1+14 (ou 14+1)
2+13 (ou 13+2)
3+12 (ou 12+3)
4+11 (ou 11+4)
5+10 (ou 10+5)
6+9 (ou 9+6)
7+8 (ou 8+7)

Entre estas somas, a única que satisfaz o que procuramos é $11+4=15$, pois $11-4=7$. Logo, um número 4 tem sete unidades a menos que o outro.

Portanto, o número representado por A, escrito no verso do primeiro bilhete é o número 11, e o número representado por B, escrito no verso do segundo bilhete é o número 4.

Para confirmar se os números estão corretos, voltamos às dicas do mágico:

- a soma do número na frente e do número no verso do primeiro ingresso é igual à soma dos números no segundo ingresso;
I) $5+11=12+4$ → Correto!
- a soma dos quatro números é 32.”
II) $5+11+12+4=32$ → Correto!

Resolução 3:

É possível chegar à solução do desafio mediante algumas noções de álgebra, às vezes introduzidas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para isto, voltamos às duas informações:

- $5+A=12+B$
 $5+A-5=12+B-5$
 $A=B+7$ → Concluímos que B deve ter sete unidades a menos que A.

- $5+A+12+B=32$
 $17+A+B=32$
 $17+A+B-17=32-17$
 $A+B=15$
 $A+B-B=15-B$
 $A=15-B$ → Concluimos que $A+B$ deve ser igual a 15.

Temos, então, duas expressões: $A=B+7$ e $A=15-B$. Nelas, podemos ver que o número representado por A pode ser escrito de duas maneiras. Logo,

$$B+7=15-B$$

$$B+7+B=15-B+B$$

$$2B+7=15$$

$$2B+7-7=15-7$$

$$2B=8$$

$$(2B):2=8:2$$

$$\mathbf{B=4}$$

Voltando a qualquer uma das expressões, temos:

$A=B+7$	$A=15-B$
$A=4+7$	$A=15-4$
$A=11$	$A=11$

Novamente, descobrimos que os números escritos no verso de cada um dos bilhetes são 11 e 4, como mostra a imagem abaixo.



Docente

Caras e caros docentes do ensino fundamental, o desafio *Bilhetes de Entrada* convida as crianças a resolverem uma situação-problema que envolve possibilidades, operações com números naturais e comparação de somas.

Durante a atividade *Bilhetes de Entrada*, utilizamos:

- noção de possibilidades;
- adição de números naturais;
- comparação de somas.

Mediante a atividade *Bilhetes de Entrada*, procuramos que as crianças:

- ouçam ou leiam e compreendam as regras do desafio;
- proponham alguma estratégia para descobrir valores desconhecidos;
- comparem as adições envolvidas e levantem possibilidades numéricas;
- explorem e compartilhem os próprios raciocínios durante a resolução do desafio.

Observação:

Para resolver este desafio também podem ser usadas equações de primeiro grau com duas variáveis e sistemas de equações.

Confecção do Material

Abaixo, apresentamos algumas alternativas para a produção de material que permitirá resolver este desafio interativamente.

- **Primeira opção**

Impressão: No final deste arquivo, disponibilizamos duas versões para impressão.

- Anexo 1: Versão colorida;
- Anexo 2: Versão em preto e branco.

Depois de impressos os bilhetes, estes devem ser dobrados ao meio.

Os alunos podem usar as fichas numeradas para formar números de um ou dois algarismos e descobrir quais são os números escondidos no verso dos dois bilhetes.

- **Segunda opção**

Materiais necessários:

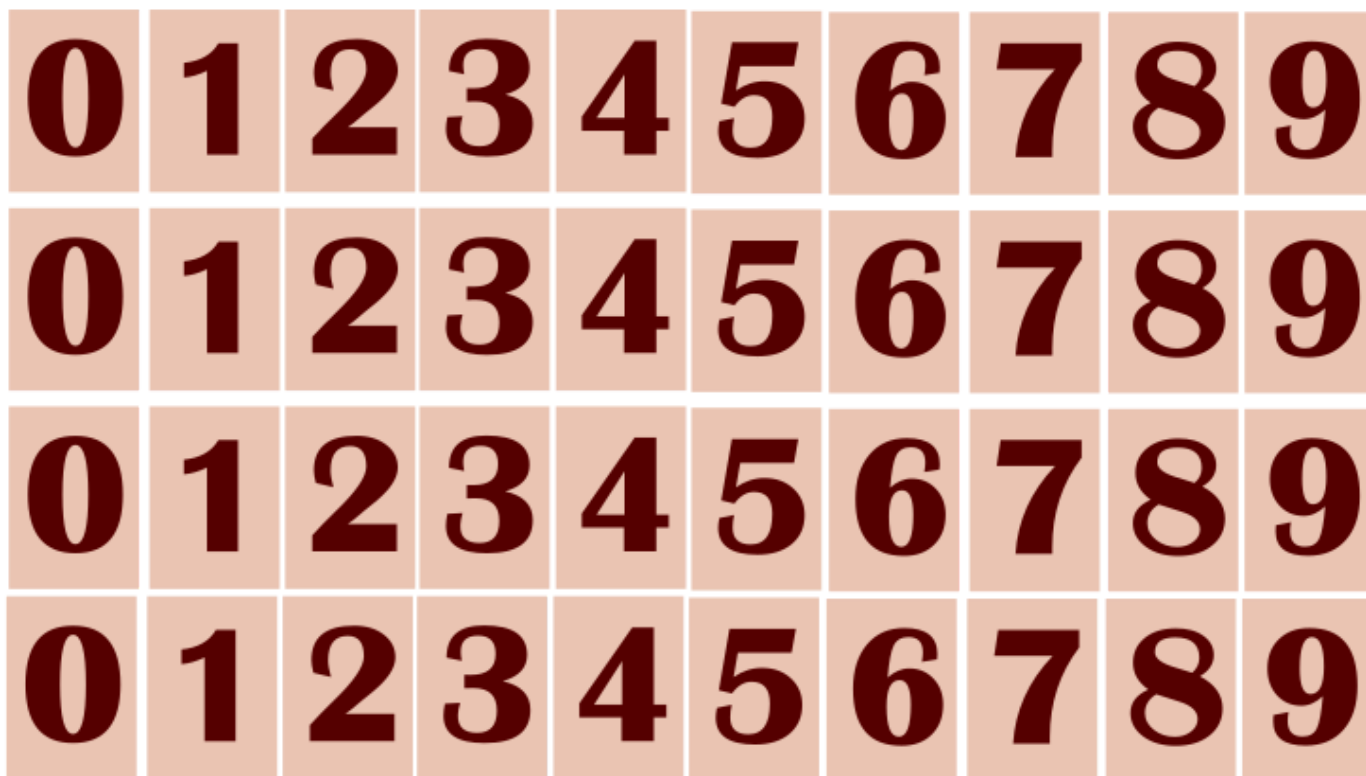
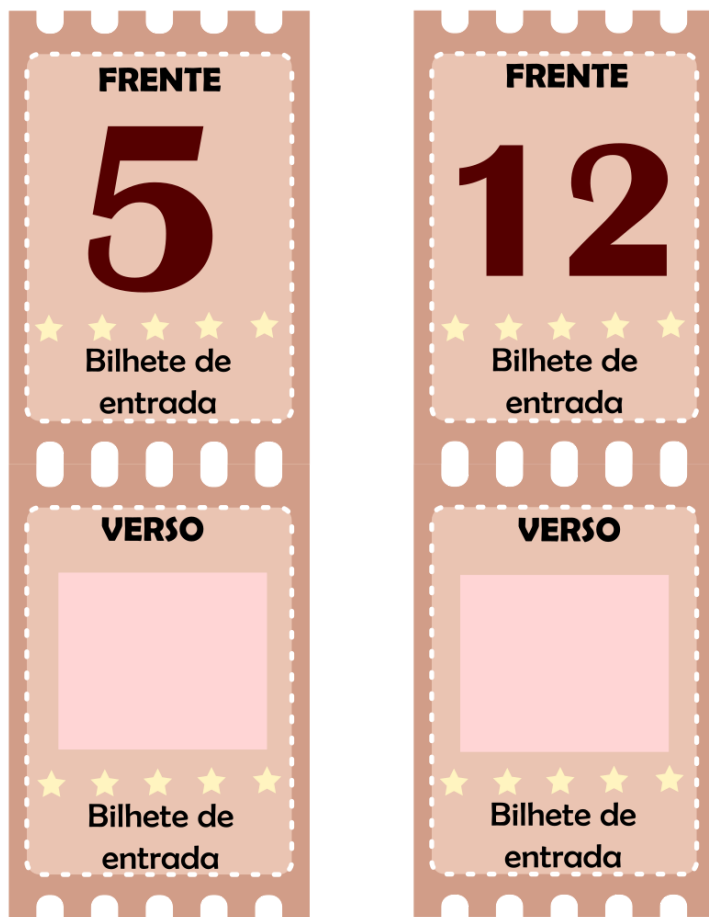
Folha de papel e uma caneta ou lápis.

Instruções:

Desenhar dois bilhetes com frente e verso e deixar um espaço em branco no verso, semelhante ao anexo no final deste arquivo.

Observe que estas são apenas algumas dicas. Use a imaginação e confeccione o material para resolver o desafio. Divirta-se!

Anexo 1



Anexo 2

